

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 539.4

Рассеянное усталостное повреждение металлов и сплавов. Сообщение 1. Неупругость, методы и результаты исследования

В. Т. Трощенко

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Анализ данных, приведенных в литературных источниках, и результатов оригинальных исследований показал, что рассеянное усталостное повреждение металлов и сплавов, проявляющееся в зарождении и развитии большого числа случайно распределенных по объему материала микротрещин, может рассматриваться с использованием таких характеристик неупругого деформирования, как неупругая деформация и энергия неупругого деформирования за цикл. Проанализирована природа неупругости материалов и приведены методы ее исследования. Изучены форма, ширина и площадь петель гистерезиса, а также основные закономерности неупругого деформирования металлов и сплавов.

Ключевые слова: рассеянное усталостное повреждение, неупругая деформация, энергия неупругого деформирования.

Введение. Процесс усталости металлов и сплавов можно разделить на две стадии: стадию рассеянного (нелокализованного) усталостного повреждения и стадию локализованного усталостного повреждения, когда процесс усталости определяется развитием магистральной усталостной трещины, приводящей к окончательному разрушению.

Как показали многочисленные исследования, стадия зарождения усталостной трещины является более продолжительной, чем стадия ее развития.

На рис. 1 приведены результаты выполненного в работе [1] обобщения некоторых из этих исследований, представленные в виде зависимости отношения числа циклов до зарождения усталостной трещины протяженностью около 0,05 мм при осевом нагружении гладких образцов из различных материалов к числу циклов до разрушения от числа циклов до разрушения.

Видно, что при многоциклового усталости, которая соответствует числу циклов до разрушения 10^5 и более, стадия зарождения усталостной трещины составляет 90% и более суммарного числа циклов до разрушения.

В случае усталостного разрушения при наличии концентрации напряжений, фреттинга и т.п. стадия зарождения трещины является менее продолжительной, однако и в этом случае остается доминирующей.

Размер усталостной трещины, соответствующий переходу от стадии рассеянного к стадии локализованного усталостного повреждения, зависит от структуры материала, уровня действующих напряжений, режима нагружения, вида напряженного состояния и других факторов. Как правило,

размер такой трещины уменьшается с повышением прочности сплава и увеличивается при кручении по сравнению с растяжением–сжатием [2, 3].

Так, в работе [3] для стали 45 ($\sigma_B = 516$ МПа) показано, что при напряжениях, равных пределу выносливости на базе 10^7 циклов, размеры максимальной трещины при растяжении–сжатии и кручении равны соответственно 0,05 и 0,17 мм, для более прочной стали 12ХНЗА ($\sigma_B = 950$ МПа) – соответственно 0,03 и 0,08 мм. Эти размеры трещины близки к используемым при построении зависимости на рис. 1.

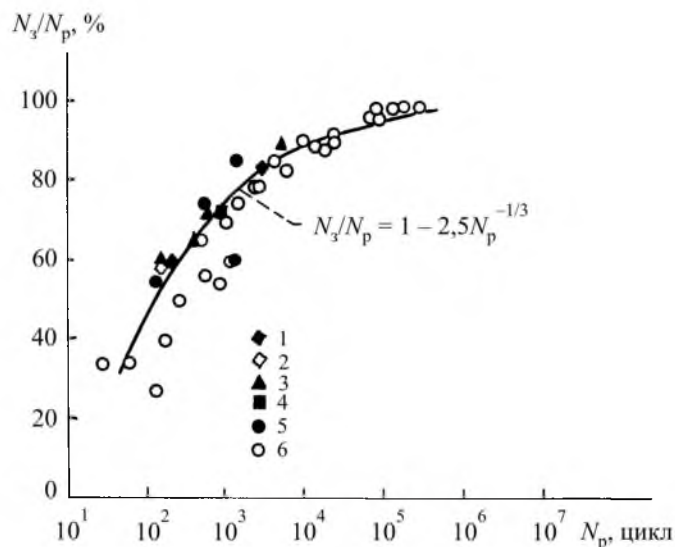


Рис. 1. Зависимость относительного числа циклов до зарождения усталостной трещины от числа циклов до разрушения: 1, 2 – малолегированные стали; 3 – алюминиевый сплав; 4 – высокопрочная сталь; 5 – поликарбонат; 6 – чистые алюминий и никель.

Стадия рассеянного усталостного повреждения характеризуется, как показывают многочисленные исследования [4–9 и др.], возникновением локальных зон пластического деформирования в перенапряженных объемах циклически деформируемого материала, которые являются источником зарождения микротрещин, одна или несколько из которых могут вызывать окончательное разрушение.

Развитие микропластических деформаций приводит к нелинейной (неупругой) зависимости между напряжениями и деформациями в процессе циклического нагружения, что сопровождается возникновением замкнутой петли гистерезиса в координатах напряжение–деформация, площадь которой равна энергии, расходуемой на необратимые процессы, протекающие в материале при циклическом деформировании, в первую очередь – на микропластическое деформирование в локальных зонах. Эта энергия преобразуется в тепло, накапливается в виде скрытой энергии деформирования и т.п.

Для многоциклового усталости характерны невысокие переменные напряжения, которые существенно ниже предела текучести, высокие частоты нагружения, большое число циклов нагружения до возникновения магистральной усталостной трещины. В этих условиях микропластические дефор-

мации наблюдаются лишь в ограниченном объеме материала, что приводит к невысоким величинам рассеянной энергии и неупругих циклических деформаций.

С учетом этого для определения способности материала неупруго деформироваться при многоцикловом нагружении применим термин циклическая неупругость, или просто неупругость металлов, основные характеристики которой – неупругая деформация и энергия неупругого деформирования за цикл [10, 11].

Наряду с исследованием многоцикловой усталости неупругость металлов исследуется при изучении структурных превращений и фазовых состояний металлов [12] при напряжениях, существенно ниже предела выносливости, а также при оценке способности материала демпфировать колебания [13] в условиях, близких к резонансу колеблющихся систем, когда напряжения близки к пределу выносливости.

При малоцикловой усталости, которая сопровождается пластическими деформациями большого объема материала, для определения аналогичных характеристик используются термины циклическая пластичность, пластическая деформация за цикл, энергия пластического деформирования [14, 15 и др.].

В работе основное внимание уделяется исследованию закономерностей неупругого деформирования применительно к многоцикловой усталости металлов и сплавов. Однако в некоторых случаях используются результаты, полученные при малоцикловом нагружении, в первую очередь в области перехода от малоцикловой усталости к многоцикловой.

Известно большое количество работ, посвященных исследованию неупругости металлов и сплавов и ее взаимосвязи с усталостью.

Большой цикл исследований в этой области был выполнен в Институте проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины [10, 11].

В проводимых исследованиях можно выделить два подхода. В соответствии с первым подходом исследуются тонкие физические механизмы, вызывающие и сопровождающие циклическое пластическое деформирование металлов и сплавов, и на основе этого рассматривается взаимосвязь между механизмами циклического пластического деформирования и зарождением усталостной трещины. В соответствии со вторым подходом, который может быть назван феноменологическим, основное внимание уделяется изучению общих закономерностей неупругого деформирования и построению на основе этого моделей, описывающих закономерности усталостного разрушения. Данная работа базируется на феноменологическом подходе, при этом в первую очередь рассматриваются фундаментальные закономерности взаимосвязи между усталостью и неупругостью металлов и сплавов, методам аналитического описания этих закономерностей уделяется меньше внимания.

В статье, состоящей из трех сообщений, рассматриваются факторы, определяющие неупругость металлов и сплавов, методы и результаты ее исследования; взаимосвязь между неупругим деформированием и усталостным разрушением с учетом факторов, оказывающих существенное влияние на сопротивление усталости металлов и сплавов при многоцикловом нагружении; деформационные и энергетические критерии усталостного разру-

шения и возможность использования их для прогнозирования сопротивления усталости материалов и конструктивных элементов.

Структурная неоднородность и неупругость. В работах, посвященных исследованию неупругости металлов и сплавов при многоцикловом нагружении, предполагается, что неупругость является следствием микропластических деформаций, возникающих в процессе циклического деформирования в локальных объемах материалов, в которых по тем или иным причинам, в первую очередь из-за неоднородности напряженно-деформированного состояния и различных свойств материала на микроуровне, напряжения превышают напряжения начала пластического деформирования.

Неоднородность протекания процессов деформирования в металлах при монотонном и циклическом нагружении исследовалась в работах [16–33 и др.]. Из основных результатов, полученных в этих работах, отметим следующее.

При циклическом нагружении при напряжениях, существенно более низких, чем предел текучести, в локальных объемах материала имеют место значительные пластические деформации.

На рис. 2 приведены кривые распределения остаточных деформаций $p(\varepsilon_i)$ при знакопеременном осевом нагружении углеродистой стали при напряжениях 0,8 предела текучести после различного числа циклов нагружения [21]. Измерение деформаций проводилось на весьма малой базе (0,01 мм), общее число исследованных участков превышало 200.

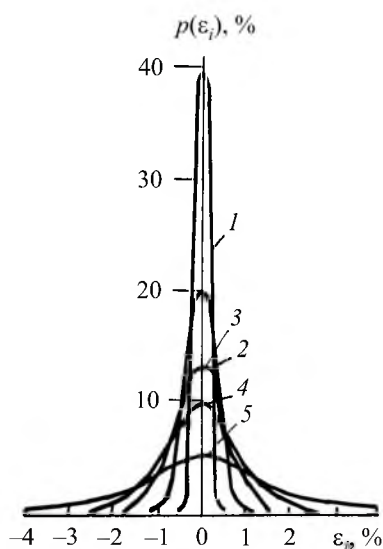


Рис. 2. Распределение остаточных деформаций по микрообъемам стали 20 после циклического нагружения различной продолжительности: 1 – $N = 10^3$ цикл; 2 – $N = 5 \cdot 10^3$ цикл; 3 – $N = 10^4$ цикл; 4 – $N = 8 \cdot 10^4$ цикл; 5 – $N = 1,85 \cdot 10^5$ цикл.

Как видно, имеет место значительная неоднородность протекания пластических деформаций, которая возрастает с увеличением числа циклов нагружения. В некоторых объемах при средних напряжениях 0,8 предела текучести остаточные деформации достигают нескольких процентов.

В работе [34] было показано, что чем меньший объем материала принимается в качестве базового, в котором измеряются остаточные деформации, тем больше проявляется неоднородность свойств исследуемого материала.

Неоднородность деформаций при циклическом нагружении существенно выше, чем при монотонном [22].

В работах [28, 30, 35] анализировался относительный объем материала, в котором имеют место устойчивые полосы сдвига, в зависимости от средней циклической пластической деформации. Установлено, что в области малых амплитуд неупругих деформаций, которые характерны для многоциклового усталости, объем пластически деформированного материала составляет лишь несколько процентов общего объема материала. Объем пластически деформированного материала возрастает с увеличением числа циклов нагружения [21, 29].

Исследование развития зон пластического деформирования и зарождения в них усталостных трещин при кручении сталей 45 и 12ХН3А показало [27], что имеет место хорошая корреляция (рис. 3) между отношением произведения средней длины микротрещины на число микротрещин на единице поверхности к таковому при напряжениях, равных пределу выносливости $q/q_{\tau-1}$, и отношением неупругой деформации за цикл к неупругой деформации при напряжениях, равных пределу выносливости $\Delta\gamma_n/\Delta\gamma_{n\tau-1}$.

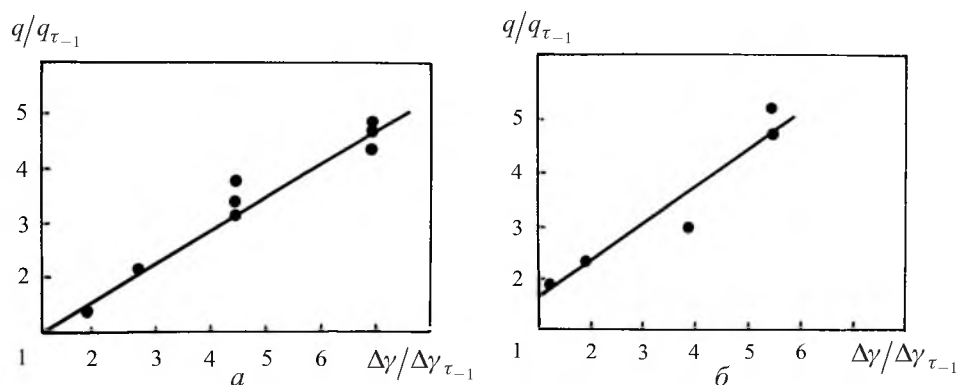


Рис. 3. Зависимость характеристик рассеянного усталостного повреждения и неупругого деформирования сталей 45 (а) и 12ХН3А (б) при испытаниях на кручение.

Эти результаты дают основание заключить, что неупругая деформация за цикл может быть принята в качестве характеристики рассеянного усталостного повреждения, которое определяется количеством и размерами зон пластического деформирования, в которых зарождаются микроскопические трещины.

Пластическое деформирование локальных объемов материала приводит к нагреву образца, изменению электросопротивления, магнитных свойств и т.п. Эти эффекты также используются для оценки рассеянного усталостного повреждения [36–38].

Одна из первых попыток объяснить возникновение петель гистерезиса при циклическом нагружении предпринята Г. Мазингом [23, 24], который исходил из того, что отдельные зерна в поликристаллическом теле вследствие различия их ориентировки и анизотропии кристаллов имеют различные механические характеристики и деформируются по-разному. Предложенная им модель деформирования поликристаллов позволила хорошо объяснить полученные Н. Баушингером результаты о закономерностях деформирования металлов при повторном нагружении [23, 25].

Методы аналитического описания закономерностей неоднородного микропластического деформирования металлов и сплавов, приводящих к рассеянию энергии в процессе циклического нагружения, приведены в работах [16, 17, 19, 23, 26, 31, 39–41 и др.]. Большинство из этих работ базируется на статистических подходах.

Одна из первых статистических моделей, описывающих структурную неоднородность материалов и обосновывающих взаимосвязь между этой неоднородностью и критериями многоциклового усталости, предложена Н. Афанасьевым [16]. Подход, развитый в [16], может быть использован для определения относительной доли пластически деформированных объемов материала при заданных напряжениях на основе анализа диаграмм деформирования [19, 42].

Метод анализа энергии неупругого деформирования за цикл с учетом структурной неоднородности материала обоснован в работах [11, 17]. Предполагалось, что распределение напряжений по локальным объемам материала может быть представлено в виде кривой распределения (рис. 4,а). При нагружении образца до определенного уровня, меньшего, чем предел текучести, напряжения в локальных объемах (зернах) будут различаться и в некоторых из них могут превышать предел текучести σ_T . Распределение энергии деформации за цикл k по отдельным пластически деформированным зернам при достаточно большом их числе учитывалось в виде функции $p(k)$ – рис. 4,б.

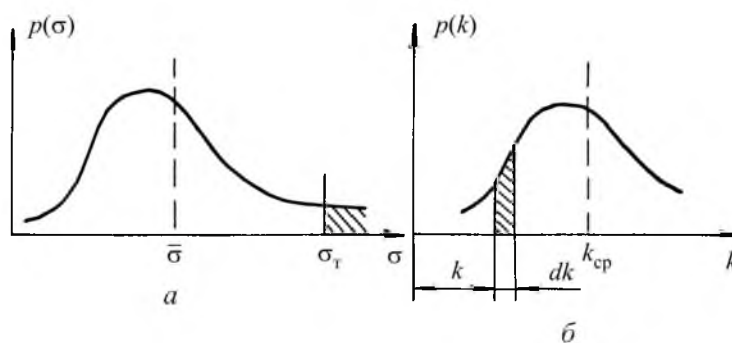


Рис. 4. Распределение напряжений по зернам материала (а) и “энергоемкостей” по пластически деформированным объемам (б).

Энергия неупругого деформирования за цикл будет равна сумме энергий неупругого деформирования в локальных объемах материала, в которых напряжения превышают предел текучести σ_T :

$$\Delta W = \sum_{i=1}^{N_{\text{пл}}} N_{\text{пл}i} k_i, \quad (1)$$

где k_i – величина энергии микропластического деформирования; $N_{\text{пл}i}$ – число пластически деформированных микрообъемов с энергией деформации за цикл k_i ; $N_{\text{пл}}$ – общее количество пластически деформированных микрообъемов.

Зависимость (1) может быть представлена в виде [11]

$$\Delta W = 2\bar{N}k_{\text{cp}} \int_{\sigma_{\text{T}}}^{\infty} p(\sigma) d\sigma = 2\bar{N}k_{\text{cp}} [A_0 + B(\sigma_{\text{cp}}/\sigma_{\text{T}})^m], \quad (2)$$

где \bar{N} – число зерен в единице объема материала; k_{cp} – средняя “энергоемкость” микрообъема, представляющая собой среднее функции распределения $p(k)$, в первом приближении k_{cp} – константа материала; m , B и A_0 – константы, зависящие от дисперсии кривой распределения напряжений по зернам; интеграл $\int_{\sigma_{\text{T}}}^{\infty} p(\sigma) d\sigma$ – величина, характеризующая относительное

число пластически деформированных зерен в единице объема материала при данном среднем напряжении. Последнее зависит от предела текучести зерна, среднего распределения напряжений по зернам и от формы кривой распределения.

На основе такого подхода обоснованы методы, позволяющие учитывать влияние на энергию неупругого деформирования структуры материала, вида нагружения и других факторов.

Статистические подходы к обоснованию закономерностей неупругого деформирования рассматривались также в работах [26, 31, 41 и др.].

Форма, ширина и площадь петли гистерезиса. Основные характеристики неупругости материала определяются на основе анализа петель гистерезиса в координатах напряжение–деформация. Такая петля приведена на рис. 5 [43], где $\Delta\sigma = 2\sigma_a$ – размах напряжений за цикл; $\Delta\varepsilon = 2\varepsilon_a$ – размах полной деформации за цикл; $\Delta\varepsilon_e = 2\varepsilon_{ae}$ – упругая деформация за цикл; $\Delta\varepsilon_n = 2\varepsilon_{an}$ – неупругая деформация за цикл (ширина петли гистерезиса); $\Delta\varepsilon_p = 2\varepsilon_{ap}$ – пластическая деформация за цикл, определяемая по формулам

$$\Delta\varepsilon_p = \Delta\varepsilon - \Delta\sigma/E \quad (3)$$

или

$$\Delta\varepsilon_p = \Delta\varepsilon - \left(\frac{\sigma_{\text{max}}}{E_1} - \frac{\sigma_{\text{min}}}{E_2} \right). \quad (4)$$

Здесь σ_{max} и σ_{min} – максимальное и минимальное напряжение в цикле; E – модуль упругости, имеющий одинаковые значения при разгрузке и нагрузке.

ке; E_1 и E_2 – модули упругости, определяемые на полуциклах разгрузки и нагрузки; $\Delta\varepsilon_r = 2\varepsilon_{ar}$ – размах реверсивной деформации за цикл,

$$\Delta\varepsilon_r = \Delta\varepsilon_p - \Delta\varepsilon_n. \quad (5)$$

Как следует из (4), в общем случае следует учитывать различие между модулями упругости на полуциклах разгрузки и нагрузки и изменение их величины в зависимости от числа циклов нагружения. Кинетика изменения этих характеристик при малоцикловом нагружении исследовалась в работах [43, 44].

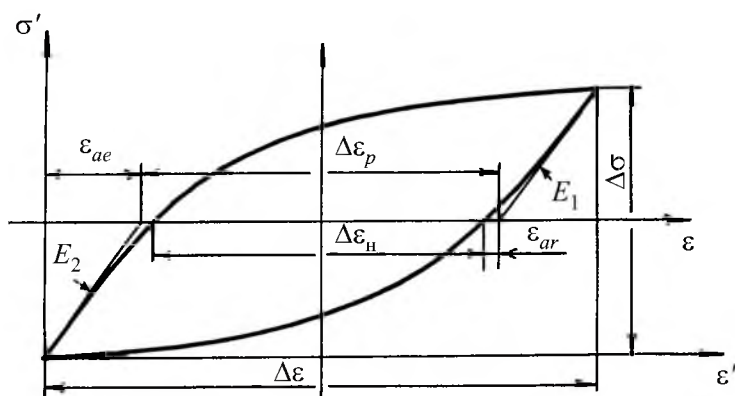


Рис. 5. Петля гистерезиса в координатах напряжение–деформация.

Важно отметить, что ширина петли гистерезиса $\Delta\varepsilon_n$ меньше, чем пластическая деформация за цикл $\Delta\varepsilon_p$, определяемая по формулам (3) и (4).

Как было показано в работах [28, 43], различие между величинами $\Delta\varepsilon_n$ и $\Delta\varepsilon_p$, определяемое зависимостью (5), незначительное при малоцикловом нагружении, при переходе к многоцикловому нагружению оно возрастает до 10% и более.

В качестве характеристики неупругости металлов и сплавов используется также энергия неупругого деформирования за цикл ΔW , равная площади петли гистерезиса.

При анализе формы и площади петли гистерезиса рассматриваются петли в координатах напряжение – полная деформация и напряжение – пластическая деформация. При этом важным является выбор начала координат по отношению к контуру петли гистерезиса.

В общем виде площадь петли гистерезиса равна

$$\Delta W = \int \int d\sigma d\varepsilon_p = \oint \sigma(\varepsilon_p) d\varepsilon_p. \quad (6)$$

Согласно работам [45–47 и др.], из формулы (6) следует зависимость для определения площади петли гистерезиса в виде

$$\Delta W = K_\phi \sigma_a \varepsilon_{ap} \quad (7)$$

или в соответствии с работами [10, 48] –

$$\Delta W = K_{\phi} \sigma_a \varepsilon_{an}, \quad (8)$$

где K_{ϕ} – параметр, который может быть назван коэффициентом формы петли гистерезиса.

В работе [45] петля гистерезиса принималась в виде, приведенном на рис. 6,а. При таком представлении петли значение $\Delta \varepsilon_{ar}$ равно нулю, и величины $\Delta \varepsilon_p$ и $\Delta \varepsilon_n$ совпадают.

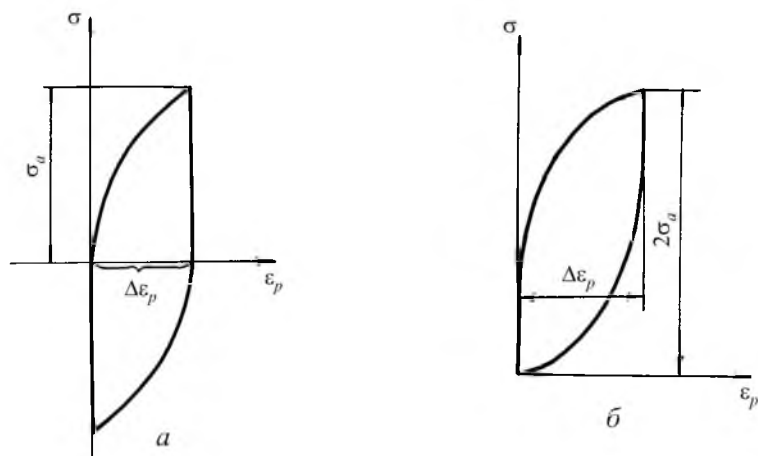


Рис. 6. Петли гистерезиса в соответствии с работами [45] (а) и [46, 47] (б).

Зависимости между напряжениями и пластическими деформациями по контуру петли гистерезиса в этом случае могут быть записаны следующим образом:

$$\sigma = K_1 \varepsilon_p^m \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{\sigma_a}{(\Delta \varepsilon_p)^m} \varepsilon_p^m. \quad (9)$$

Зависимость (9) может быть представлена также в виде

$$\varepsilon_p = K_2 \sigma^{1/m} \quad \text{или} \quad \varepsilon_p = \frac{\Delta \varepsilon_p}{\sigma_a^{1/m}} \sigma^{1/m}. \quad (10)$$

Постоянные K_1 и K_2 определяются, как это следует из рис. 6,а, из условия $\sigma = \sigma_a$, $\varepsilon_p = \Delta \varepsilon_p$.

Площадь петли гистерезиса в этом случае будет равна

$$\Delta W = 2 \int_0^{\Delta \varepsilon_p} \frac{\sigma_a}{(2\varepsilon_{ap})^m} \varepsilon_p^m d\varepsilon_p = \frac{4}{m+1} \sigma_a \varepsilon_{ap}; \quad (11)$$

$$K_{\phi} = \frac{4}{m+1}. \quad (12)$$

В работах [46, 47] рассматривалась петля в виде, приведенном на рис. 6,б. В этом случае предполагается, что $\Delta\varepsilon_{ar} \neq 0$. Зависимости между напряжениями и пластическими деформациями имеют вид

$$\sigma = K_3 \varepsilon_p^{n_1} \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{2\sigma_a}{(\Delta\varepsilon_p)^{n_1}} \varepsilon_p^{n_1}. \quad (13)$$

Зависимость (13) может быть представлена также в виде

$$\varepsilon_p = K_4 \sigma^{1/n_1} \quad \text{или} \quad \varepsilon_p = \frac{\Delta\varepsilon_p}{(2\sigma_a)^{1/n_1}} \sigma^{1/n_1}. \quad (14)$$

Постоянные K_3 и K_4 определяются (рис. 6,б) из условия, что при $\sigma = 2\sigma_a$ имеем $\varepsilon_p = \Delta\varepsilon_p$. Показатель степени n_1 в уравнениях (13) и (14) является характеристикой диаграммы деформирования по контуру петли гистерезиса и может быть назван коэффициентом контура петли гистерезиса.

Площадь петли гистерезиса в этом случае равна

$$\Delta W = 4\sigma_a \varepsilon_{ap} - 2 \int_0^{2\sigma_a} \varepsilon_p d\sigma = 4 \frac{1-n_1}{1+n_1} \sigma_a \varepsilon_{ap}; \quad (15)$$

$$K_\Phi = 4 \frac{1-n_1}{1+n_1}. \quad (16)$$

Зависимость между амплитудой напряжения и амплитудой пластической деформации анализировалась в работах [49–52].

Диаграмма деформирования по контуру петли гистерезиса в координатах напряжение – полная деформация (рис. 5) с учетом (14) имеет следующий вид:

$$\varepsilon' = \frac{\sigma'}{E} + K_4 \sigma'^{1/n_1} \quad (17)$$

или

$$\varepsilon' = \frac{\sigma'}{E} + \Delta\varepsilon_p \left[\frac{\sigma'}{2\sigma_a} \right]^{1/n_1}. \quad (18)$$

Анализ величин коэффициентов контура петли гистерезиса n_1 выполнен в работах [49, 53–55 и др.].

В табл. 1 в соответствии с работой [54] приведены величины n_1 и соответствующие им коэффициенты формы петли гистерезиса K_Φ , рассчитанные по формуле (16), для различных классов металлов и сплавов. Как следует из представленных данных, указанные величины для различных классов материалов и даже разных материалов одного класса изменяются в широких пределах.

Т а б л и ц а 1

Значения n_1 и K_ϕ для различных классов материалов

Материал	Средние значения n_1 (K_ϕ)	Интервал значений n_1 (K_ϕ)
Углеродистые стали	0,14 (3,01)	0,08...0,25 (3,40...2,40)
Легированные стали	0,14 (3,01)	0,07...0,23 (3,47...2,50)
Нержавеющие стали	0,18 (2,77)	0,10...0,29 (3,27...2,20)
Высокопрочный сплав	0,10 (3,27)	–
Алюминий и алюминиевые сплавы	0,09 (3,34)	0,07...0,21 (3,47...2,61)
Медь и медные сплавы	0,19 (2,72)	0,13...0,27 (3,07...2,30)
Никелевые сплавы	0,13 (3,07)	–
Титан и титановые сплавы	0,12 (3,14)	0,10...0,13 (3,47...3,07)
Бериллий	0,20 (2,67)	–

В работе [54] на основе осреднения результатов, приведенных в табл. 1, установлено, что среднее значение $n_{1\text{ср}} = 0,143$, что соответствует $K_\phi = 3,0$. Можно показать [10], что для петли в виде эллипса получено $K_\phi = 3,14$, для петли, ограниченной дугами параболы, – $K_\phi = 2,66$, для петли в виде ромба – $K_\phi = 2,0$.

Известно довольно много работ, в которых исследовалось изменение коэффициента контура петли гистерезиса n_1 для различных металлов и сплавов в зависимости от влияния высоких и низких температур [49, 56], термической обработки и структуры [56–58], неоднородности свойств заготовок [59], скорости деформирования [60], числа циклов нагружения [55], амплитуды пластической деформации [48, 53, 55, 61] и других факторов. Полученные при этом численные значения n_1 , как правило, лежат в интервалах, указанных в табл. 1.

В работе [55] при исследовании аустенитных сталей установлено, что с увеличением числа циклов нагружения в области больших пластических деформаций, соответствующих области малоциклового усталости, коэффициент формы петли гистерезиса практически остается постоянным и соответствует $K_\phi = 3,2...3,6$, при более низких пластических деформациях он монотонно уменьшается с увеличением числа циклов нагружения и приближается к $K_\phi = 2,6...2,8$. Неоднозначны результаты исследования изменения коэффициента формы петли гистерезиса K_ϕ и соответственно коэффициента контура петли гистерезиса n_1 [48, 55, 61] в зависимости от амплитуды напряжений.

Основной вывод, который следует из этих работ, состоит в том, что в области малоциклового усталости величина n_1 не изменяется [55, 61], в то же время при переходе к многоциклового усталости [48, 53, 55] форма петли гистерезиса изменяется и величина n_1 возрастает, что в соответствии с формулой (16) приводит к уменьшению K_ϕ . В работе [53] было найдено, что с уменьшением амплитуды напряжения от 400 до 250 МПа величина n_1 для углеродистой стали увеличивается от 0,15 до 0,4, при этом отмечается большое рассеяние результатов. Как и ранее [11], был сделан вывод, что

наиболее обоснованно для многоциклового усталости принимать $n_1 = 0,2$, что соответствует $K_\phi = 2,67$.

При исследовании аустенитных сталей установлено [55], что наименьшая величина коэффициента формы петли гистерезиса $K_\phi = 2,5 \dots 2,6$ соответствует амплитуде пластической деформации $\varepsilon_{ap} \cong 10^4$, с увеличением или уменьшением амплитуды пластической деформации величина K_ϕ возрастает, причем более существенно для больших амплитуд пластической деформации.

Детальный анализ формы петли гистерезиса при многоциклового усталости с учетом того, что $\varepsilon_{ap} = \varepsilon_{ан} + \varepsilon_{ар}$, выполнен в работе [48].

Зависимость между напряжениями и деформациями по контуру петли гистерезиса принималась (рис. 5) в виде

$$\varepsilon' = \frac{\sigma'}{E} + 2\varepsilon_{ан}(1+t) \left(\frac{\sigma'}{2\sigma_a} \right)^{1/n_1}, \quad (19)$$

где

$$t = \frac{\varepsilon_{ар}}{\varepsilon_{ан}} - 1. \quad (20)$$

Представив диаграмму деформирования в виде (19), получим, что площадь петли гистерезиса равна

$$\Delta W = 4 \frac{1-n_1}{1+n_1} (1+t) \sigma_a \varepsilon_{ан}, \quad (21)$$

$$K_\phi = 4 \frac{1-n_1}{1+n_1} (1+t). \quad (22)$$

На рис. 7 показаны зависимости коэффициента формы петли гистерезиса K_ϕ от отношения $1/n_1$.

Величина t определялась по формуле (20) с использованием результатов экспериментальных исследований углеродистых сталей.

Различие между указанными зависимостями, рассчитанными по формулам (16) и (22), объясняется тем, что по мере уменьшения амплитуды напряжения реверсивная деформация $\varepsilon_{ар}$ (рис. 5), а следовательно, и отношение $\varepsilon_{ар}/\varepsilon_{ан}$ возрастают, и величина параметра t в формуле (22) увеличивается.

Отмечается [48], что для напряжений, соответствующих переходу от малоциклового усталости металлов и сплавов к многоциклового, величина K_ϕ в соответствии с формулой (21) близка к 3,0, в области многоциклового усталости K_ϕ уменьшается до 2,67, в области малоциклового усталости возрастает до 3,50 и более.

Известны также другие методы описания контура петли гистерезиса и расчета ее площади [8, 9, 24, 29, 62–67 и др.].

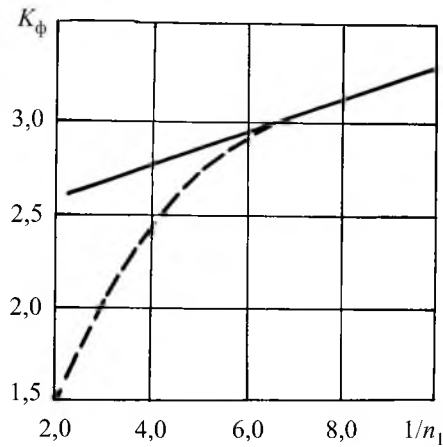


Рис. 7. Зависимость коэффициента формы петли гистерезиса от величины $1/n_1$ в соответствии с формулами (16) (штриховая линия) и (22) (сплошная линия).

Построение петель гистерезиса с целью исследования неупругости металлов и сплавов является наиболее эффективным при высоких напряжениях и низких частотах нагружения. При низких напряжениях и высоких частотах нагружения использование этого метода исследования становится проблематичным.

Методы исследования неупругости. Неупругое деформирование материалов, приводящее к возникновению петли гистерезиса в координатах напряжение – деформация, проявляется также в виде таких эффектов, как нагрев образца в процессе циклического нагружения, сдвиг фаз между сигналами напряжений и деформаций, горизонтальное смещение торца консольного образца при его циклическом деформировании (эффект Кимбалла), затухание свободных колебаний, изменение величины и ширины пика на резонансной кривой и др. [68–81].

Обработка результатов исследования указанных выше эффектов дает возможность с той или иной точностью определить энергию неупругого деформирования, которая в этом случае называется рассеянной энергией, и неупругую деформацию за цикл.

Данные этих исследований не позволяют детально анализировать форму петли гистерезиса, можно лишь сделать некоторые выводы о ее “энергоемкости” в пределах реализованных напряжений и деформаций.

Исследование рассеяния энергии в материале по нагреву образца проводилось в работах [68–70]. Такой метод исследования наиболее эффективен при высокочастотном нагружении [70].

При неупругом деформировании материала наблюдается сдвиг фаз между сигналами напряжений и деформаций (рис. 8) [10, 11, 71–74]. В этом случае деформация опережает напряжения:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_a \sin \omega t; \\ \varepsilon &= \varepsilon_a \sin(\omega t - \varphi), \end{aligned} \quad (23)$$

где σ_a, ε_a – амплитуды напряжений и деформаций; ω – угловая частота; φ – угол сдвига фаз.

Неупругая деформация за цикл равна

$$\Delta\varepsilon_H = 2\varepsilon_a \sin \varphi. \quad (24)$$

Воспользовавшись формулой (8) с учетом (24), получим

$$\Delta W = K_\phi \sigma_a 2\varepsilon_a \sin \varphi. \quad (25)$$

В соответствии со схемой, приведенной на рис. 8, амплитуда неупругой деформации за цикл $\Delta\varepsilon_H/2$ будет равна деформации, соответствующей нулевому значению напряжений.

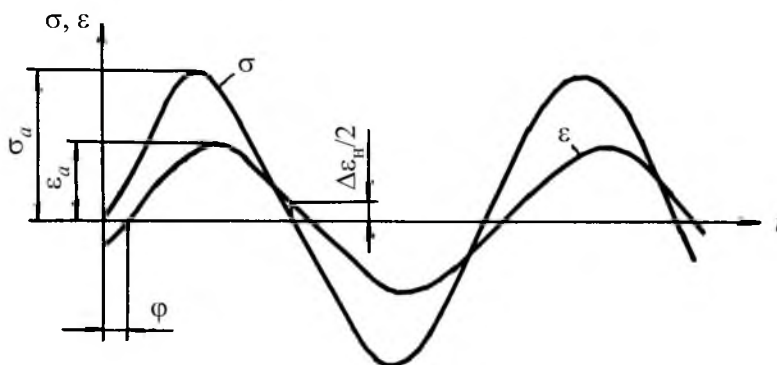


Рис. 8. Изменение напряжений и деформаций при циклическом нагружении.

Методика исследования неупругих деформаций путем измерения этой деформации с последующим определением по формуле (8) энергии неупругого деформирования за цикл была реализована в работах [75, 76].

В работе [77] обоснована возможность исследования рассеяния энергии по величине горизонтального отклонения торца образца, подверженного циклическому изгибу.

Неупругость материалов, которая при колебательных процессах проявляется в виде демпфирующей способности материала, может быть исследована по затуханию свободных колебаний, по ширине пика резонансной кривой, изменению резонансной частоты колебаний, энергии, расходуемой на механические колебания, и т.п. [71, 72].

Методы оценки неупругости металлов и сплавов в этом случае основываются на предположении, что уровень неупругих деформаций мал и петли гистерезиса симметричны линии упругого деформирования [71, 72].

При анализе свободных затухающих колебаний различают амплитудно-независимое и амплитудно-зависимое рассеяние энергии. В случае амплитудно-независимого рассеяния энергии площадь петли гистерезиса зависит от скорости деформации и не зависит от амплитуды напряжения.

Такой характер зависимости между напряжениями и деформациями имеет место при напряжениях, которые в десять и более раз ниже предела выносливости [12, 79].

Причинами появления петли гистерезиса в этом случае являются релаксация напряжений по границам зерен, диффузия между зернами поликристалла, термоупругие и магнитоупругие эффекты и т.п.

Основная причина рассеяния энергии в металлах и сплавах при амплитудно-зависимом рассеянии энергии – микропластические деформации [13, 18, 71]. В качестве основной характеристики рассеяния энергии принимается относительное рассеяние энергии Ψ , равное отношению площади петли гистерезиса ΔW к амплитудному значению энергии упругого деформирования U :

$$\Psi = \frac{\Delta W}{U}. \quad (26)$$

В качестве характеристики рассеяния энергии также широко используются логарифмический декремент колебаний δ , определяемый по диаграмме свободных затухающих колебаний [71, 72] по формуле

$$\delta = \ln \frac{a_i}{a_{i+1}}, \quad (27)$$

где a_i и a_{i+1} – амплитуды двух соседних циклов затухающих колебаний, добротность колебательной системы Q , которая с достаточной точностью определяется отношением амплитуды колебания образца при резонансе \bar{a} к деформации образца $a_{ст}$ от статически приложенной силы, равной амплитудному значению возмущающей силы

$$Q = \frac{\bar{a}}{a_{ст}}, \quad (28)$$

и коэффициент затухания $\bar{\gamma}$, который иногда называют коэффициентом внутреннего трения,

$$\bar{\gamma} = Q^{-1} = \frac{1}{Q}. \quad (29)$$

Между рассмотренными характеристиками [71, 72] имеют место следующие соотношения:

$$\Psi = 2\delta; \quad (30)$$

$$\delta = \frac{\pi}{Q}; \quad \delta = \pi\bar{\gamma}. \quad (31)$$

Характеристики рассеяния энергии могут быть найдены по ширине пика резонансной кривой, представляющей зависимость между амплитудой и частотой колебаний исследуемого образца [71, 72, 81]:

$$\Psi = 2\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{\Delta\omega_{0,5}}{\bar{\omega}} = 2\pi \frac{\Delta\omega_{0,7}}{\bar{\omega}}, \quad (32)$$

где $\Delta\omega_{0,5}$ и $\Delta\omega_{0,7}$ – ширина пика соответственно на половине и на уровне $1/\sqrt{2}$ его высоты; $\bar{\omega}$ – собственная частота колебаний.

В работах [71, 72] обоснован метод определения характеристик рассеяния энергии по изменению величины резонансной частоты. Этот метод может быть полезен при исследовании демпфирующих свойств материала при относительно больших амплитудах напряжений.

Основные сложности в реализации рассмотренных выше методов исследования неупругости материалов состоят, во-первых, в необходимости исключения различного рода погрешностей при измерениях, во-вторых, в трактовке результатов, полученных при испытаниях в условиях неоднородного напряженного состояния (изгиб, кручение, концентрация напряжений и т.п.). Наиболее чувствительным из них является метод свободных затухающих колебаний. При надлежащей реализации (испытания в вакууме, исключение энергетических потерь в местах сочленения и т.п.) он практически не имеет ограничений. Его недостаток заключается в невозможности определения характеристик неупругости материала непосредственно в процессе циклического нагружения. Наиболее перспективны в этом отношении – методы, учитывающие сдвиг фаз между сигналами напряжений и деформаций. Ранее [74, 75] показано, что с помощью этих методов измерения, при условии цифровой обработки результатов в реальном масштабе времени, можно надежно определить неупругие деформации, начиная с $5 \cdot 10^{-6}$ мм/мм.

Результаты исследования неупругости. Основной характеристикой неупругости металлов и сплавов, измеряемой в процессе исследований, является неупругая (пластическая) деформация за цикл, за которую в соответствии с рис. 5 принимается величина $\Delta\varepsilon_n$ или $\Delta\varepsilon_p$.

В связи с тем что не во всех работах, посвященных исследованию неупругости металлов и сплавов, проводится различие между величинами $\Delta\varepsilon_n$ и $\Delta\varepsilon_p$, далее, за исключением специально оговоренных случаев, используется единое обозначение для неупругой деформации за цикл – $\Delta\varepsilon_n$.

Закономерности неупругого деформирования металлов и сплавов исследуются в условиях “мягкого” нагружения, когда в процессе циклического нагружения поддерживается постоянная амплитуда напряжения σ_a , либо в условиях “жесткого” нагружения, когда поддерживается постоянная амплитуда неупругой деформации $\Delta\varepsilon_{an}$, либо полной деформации ε_a .

Многочисленные исследования [7, 9, 10, 11, 82–103] показали (рис. 9), что по характеру изменения неупругих деформаций и напряжений в процессе циклического нагружения металлы и сплавы можно разделить на циклически упрочняющиеся, циклически разупрочняющиеся и циклически стабильные, когда напряжение и неупругие деформации в процессе нагружения остаются неизменными.

Приведенные на рис. 9 схемы изменения напряжений и деформаций в зависимости от числа циклов нагружения являются идеализированными. В действительности характер зависимостей более сложный и их изменение

зависит не только от исходных свойств материалов, но и от уровня напряжений (деформаций), при которых проводятся исследования.

В качестве примера на рис. 10 представлены зависимости, полученные при исследовании цветных металлов (Cu, Cu-Zn, Al), углеродистых и нержавеющей сталей [87].

Особенности различных механизмов пластического деформирования рассмотрены в работах [7, 9 и др.].

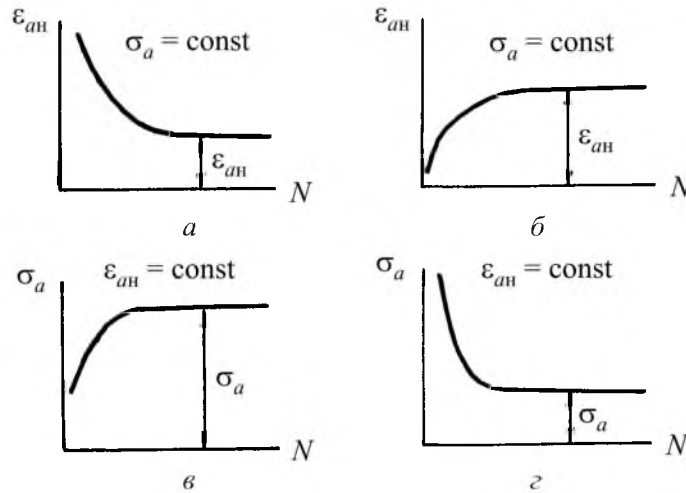


Рис. 9. Кривые упрочнения (а, в) и разупрочнения (б, г) при различных режимах нагружения: а, б – “мягкий” режим нагружения; в, г – “жесткий” режим нагружения.

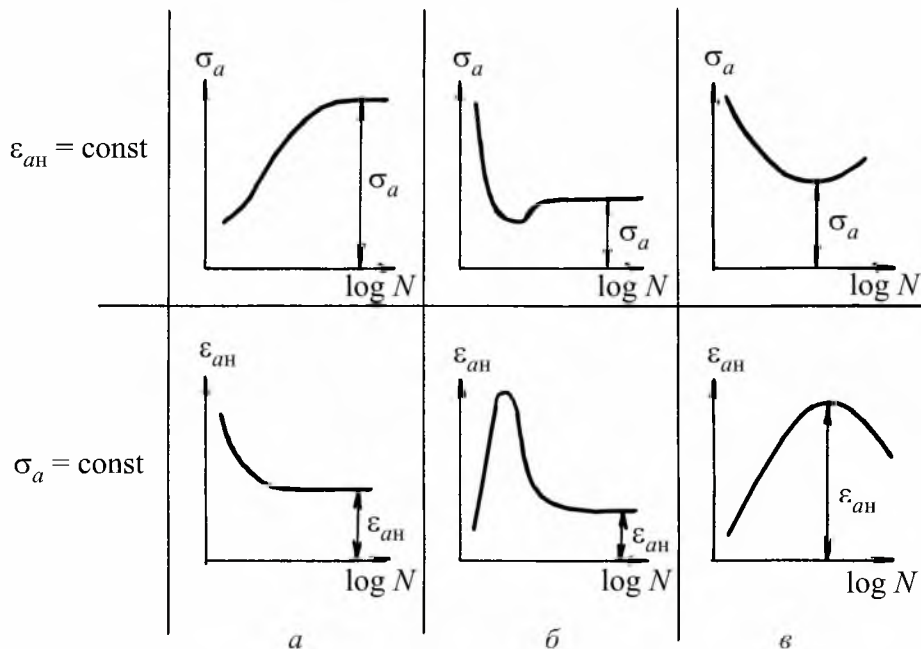


Рис. 10. Схематическое представление упрочнения/разупрочнения для различных материалов: а – Cu, Cu-Zn, Al; б – углеродистые стали; в – нержавеющей стали.

В качестве характерных значений неупругих деформаций при мягком нагружении и напряжений при жестком нагружении принимаются их значения, соответствующие стадии стабилизации процесса циклического деформирования (рис. 9, 10).

В тех случаях, когда трудно зафиксировать стадию стабилизации процесса циклического деформирования, в качестве такого характерного значения деформаций и напряжений принимаются значения, соответствующие половине числа циклов нагружения до разрушения.

В соответствии с работами [7, 82, 86, 88] о принадлежности того или иного металла либо сплава к циклически упрочняющимся, разупрочняющимся и стабильным можно судить по отношению величины предела прочности σ_B к пределу текучести $\sigma_{0,2}$. Так, в работе [86] на основе анализа результатов исследования различных сталей показано, что стали с отношением $\sigma_B/\sigma_{0,2} \geq 1,6$ являются циклически упрочняющимися, с $\sigma_B/\sigma_{0,2} \leq 1,2$ – разупрочняющимися и с $1,6 \geq \sigma_B/\sigma_{0,2} \geq 1,2$ – стабильными.

Приведенные данные не противоречат выводу [50] о том, что для металлов с высокими коэффициентами деформационного упрочнения при статическом растяжении характерно циклическое упрочнение, для металлов с низкими коэффициентами деформационного упрочнения – циклическое разупрочнение.

Зависимость между амплитудой напряжения σ_a и амплитудой неупругой деформации на стадии стабилизации имеет вид [7, 29, 45, 46, 50 и др.]

$$\sigma_a = K \varepsilon_{ан}^{n'}, \quad (33)$$

где n' – коэффициент циклического деформационного упрочнения; K – постоянная.

С учетом (33) циклическая диаграмма деформирования в координатах амплитуда напряжения σ_a – амплитуда полной деформации ε_a может быть представлена в виде

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K} \right)^{1/n'}. \quad (34)$$

Аналогичную зависимость можно получить и при чистом сдвиге.

Диаграмма циклического деформирования в соответствии с (34) представляет собой кривую, проходящую через вершины стабилизированных петель гистерезиса, полученных в результате испытания образцов при симметричном цикле нагружения и различных уровнях напряжений или деформаций [11, 50, 97].

Как следует из зависимостей (33) и (34), основными параметрами диаграмм циклического деформирования являются n' и K . Исследованию этих параметров и в первую очередь коэффициентов циклического деформационного упрочнения посвящено большое количество работ [50, 82–84, 87, 89, 91, 98 и др.].

Как следует из данных литературных источников, для различных металлов и сплавов коэффициенты деформационного упрочнения при цикли-

ческом нагружении изменяются, как правило, в интервале 0,05...0,2. При анализе следует учитывать их зависимость от высоких [93, 101] и низких [60] температур, от скорости деформирования [60] и других факторов.

В ряде работ [11, 50, 97] обосновывается возможность построения диаграмм циклического деформирования по результатам испытания одного образца.

Анализ соответствия диаграмм циклического деформирования различных металлов и сплавов, полученных при мягком и жестком режимах нагружения, выполнен в работах [7, 87, 95, 96, 98 и др.]. Установлено, что для большинства исследованных металлов и сплавов диаграммы циклического деформирования, построенные с использованием стабилизированных величин напряжений и деформаций, определенных при мягком и жестком режимах нагружения, совпадают.

Сравнение диаграмм статического и циклического деформирования между собой свидетельствует об их существенном отличии. На рис. 11 в качестве примера такое сравнение проведено для некоторых материалов [50].

Видно, что отличие между диаграммами статического и циклического деформирования определяется не только свойствами материала, но и величиной неупругой деформации. Так, углеродистая сталь (рис. 11,в) в области малых неупругих деформаций, которые соответствуют многоциклового усталости, является циклически разупрочняющимся материалом, в то же время при больших деформациях, характерных для малоциклового усталости, этот материал может рассматриваться как циклически упрочняющийся или циклически стабильный.

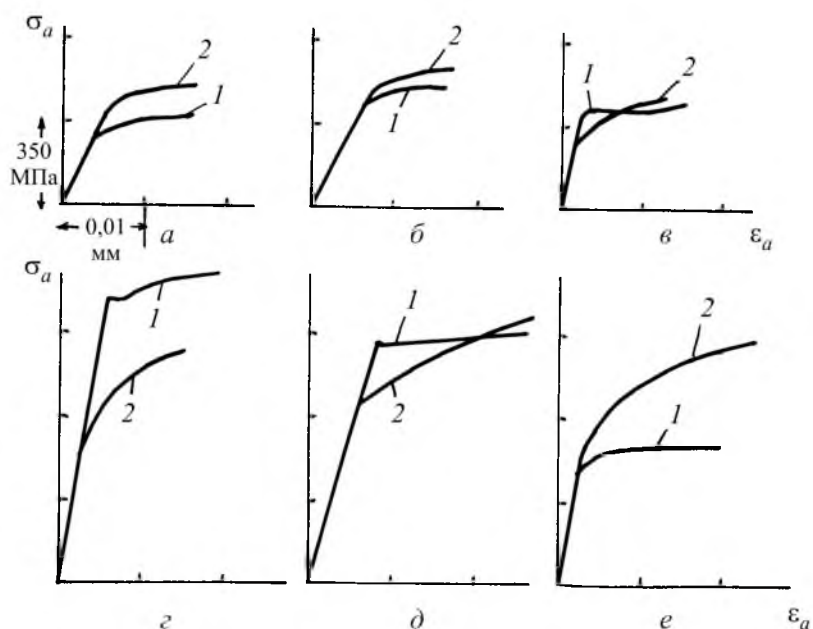


Рис. 11. Статические (1) и циклические (2) диаграммы деформирования для различных материалов: а, б – алюминиевые сплавы; в – углеродистая сталь; г – конструкционная сталь; д – титановый сплав; е – никелевый сплав.

Различие между диаграммами статического и циклического деформирования свидетельствует о том, что механизмы, определяющие связь между напряжениями и деформациями при статическом и циклическом нагружении, принципиально разные, а также о неправомерности использования диаграмм статического деформирования для анализа напряженно-деформированного состояния образцов и конструктивных элементов при циклическом нагружении.

В табл. 2 с использованием результатов работ [11, 104] приведены величины амплитуд неупругих деформаций $\varepsilon_{ан}$, соответствующие пределам выносливости на базе 10^7 цикл, для различных групп металлов и сплавов по данным испытания гладких образцов при симметричном растяжении–сжатии в условиях мягкого нагружения.

Т а б л и ц а 2

Неупругие деформации, соответствующие пределу выносливости

Металлы и сплавы	$\varepsilon_{ан} \cdot 10^5$
Пластичные аустенитные стали, углеродистые и легированные стали с физическим пределом текучести	10...20
Углеродистые и малолегированные стали	0,2...5,0
Алюминий и алюминиевые сплавы	1,0...3,0
Медь и ее сплавы в деформированном состоянии	0,5...1,0
Никелевые сплавы при комнатной температуре	0,2...0,5
Никелевые сплавы при высоких температурах	0,5...2,0
Серый чугун	2,8
Высокопрочные стали и сплавы	$\leq 0,2$

Существенная разница (до 100 раз) между неупругими деформациями, соответствующими пределу выносливости разных металлов и сплавов, обусловлена в первую очередь различием в неоднородности протекания микропластических деформаций в локальных объемах, в “энергоёмкости” зон локального пластического деформирования и в критических размерах микротрещин, соответствующих переходу от стадии рассеянного к стадии локализованного усталостного повреждения.

При исследовании многоциклового усталости с учетом результатов, приведенных в табл. 2, наибольший интерес представляет участок циклической диаграммы деформирования в области перехода от упругого деформирования к неупругому.

В качестве напряжений, характеризующих переход от упругого деформирования к неупругому, используются циклический предел пропорциональности $\sigma_{пц}^п$ и циклический предел упругости $\sigma_y^п$ с указанием допуска на остаточную деформацию, при котором определяется предел упругости [10, 11].

Ранее [10, 11] было показано, что за величину предела пропорциональности при циклическом нагружении может быть принята величина напря-

жений, соответствующая точке пересечения участков упругого и неупругого деформирования при линейной их аппроксимации.

Детальный анализ отношения пределов упругости $\sigma_{0,002}$ при циклическом и статическом нагружении выполнен в работах [11, 75, 104]. При этом установлено, что для различных материалов оно изменяется от 1,7 для пластичных аустенитных сталей и алюминиевых сплавов до 0,42 для некоторых углеродистых сталей.

Большие сложности возникают при интерпретации результатов исследования неупругости в условиях неоднородного напряженного состояния. При таких исследованиях петля гистерезиса и циклические диаграммы деформирования строятся с использованием номинальных напряжений, т.е. напряжений, рассчитанных без учета нелинейного характера зависимости между напряжениями и деформациями, которые не соответствуют истинным напряжениям на поверхности образцов, где они максимальны.

В случае если характеристики неупругости определяются в условиях неоднородного напряженного состояния по нагреву образца, демпфированию колебаний и т.п., они являются осредненными по неоднородному напряженному объему материала.

Методы анализа неупругих деформаций в условиях неоднородного напряженного состояния приведены в работах [10, 11, 105–107].

Заключение. Показано, что большую часть общей долговечности при многоциклового усталости занимает стадия зарождения усталостной трещины размером менее 0,05 мм, которая может быть названа стадией рассеянного усталостного повреждения.

Закономерности усталостного повреждения на этой стадии могут быть рассмотрены с использованием таких характеристик неупругого деформирования, как циклическая неупругая деформация и энергия неупругого деформирования за цикл.

Проанализированы методы описания формы и расчета площади петли гистерезиса в координатах напряжение–деформация и рассмотрены методы исследования неупругости.

Проведен анализ методов представления результатов исследования неупругости и основных закономерностей неупругого деформирования металлов и сплавов.

Резюме

Аналіз наведених у літературних джерелах даних та результатів оригінальних досліджень показав, що розсіяне пошкодження металів і сплавів від втомленості, яке проявляється в зародженні та розвитку великої кількості випадково розподілених по об'єму матеріалу мікротріщин, може розглядатися з використанням таких характеристик непружного деформування, як непружна деформація й енергія непружного деформування за цикл. Вивчено природу непружності матеріалів і наведено методи її дослідження. Проаналізовано форму, ширину та площу петлі гістерезиса, а також основні закономірності непружного деформування металів і сплавів.

1. Manson S. S. Fatigue: A complex subject—some simple approximations // *Exp. Mech.* – 1965. – 5, No. 7. – P. 193 – 226.
2. Троценко В. Т., Покровский В. В., Прокопенко А. В. Трещиностойкость металлов при циклическом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1987. – 252 с.
3. Троценко В. Т., Драган В. И. Зарождение и развитие усталостных трещин в конструкционных сталях // *Technical University for Heavy Industry.* – Miskolc. – 1983. – Ser C. – 39. – P. 211 – 224.
4. Ewing J. A. and Humfrey J. The fracture of metals under repeated alternations of stress // *Phil. Trans. Royal Soc. A.* – 1903. – 200. – P. 241 – 250.
5. Горицкий В. М., Терентьев В. Ф. Структура и усталостное разрушение металлов. – М.: Металлургия, 1980. – 207 с.
6. Терентьев В. Ф. Усталость металлических материалов. – М.: Наука, 2002. – 248 с.
7. Klesnil M. and Lukas P. Fatigue of Metallic Materials. – Prague: Academia, 1980. – 239 p.
8. Головин С. Н., Пушкар А. Микропластичность и усталость металлов. – М.: Металлургия, 1980. – 240 с.
9. *Basic Mechanisms in Fatigue of Metals* / Eds. P. Lukas and J. Polak. – Prague: Academia, 1988. – 440 p.
10. Троценко В. Т. Усталость и неупругость металлов. – Киев: Наук. думка, 1971. – 267 с.
11. Троценко В. Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 343 с.
12. Криштал М. А., Пигузов Ю. В., Головин С. А. Внутреннее трение в металлах и сплавах. – М.: – Металлургия, 1964. – 245 с.
13. Писаренко Г. С. Рассеяние энергии при механических колебаниях. – Киев: Изд-во АН УССР, 1962. – 320 с.
14. Шнейдерович Р. М. Прочность при статическом и повторно-статическом нагружениях. – М.: Машиностроение, 1968. – 468 с.
15. Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость. – М.: Машиностроение, 1974. – 344 с.
16. Афанасьев Н. Н. Статистическая теория усталостной прочности материалов. – Киев: Из-во АН УССР, 1953. – 105 с.
17. Троценко В. Т. К вопросу о рассеянии энергии в материале // *Физика твердого тела.* – 1960. – 11, вып. 6. – С. 1060 – 1069.
18. Hoizman M. Vliv nehomogeni naojatosti na mezni stav pri cyklickem zatezovani // *Strojnický Cas.* – 1964. – 15, No. 5. – P. 419 – 442.
19. Троценко В. Т. К вопросу о неоднородности протекания деформаций в поликристаллах // *Физика металлов и металловедение.* – 1963. – 5, вып. 3. – С. 410 – 418.

20. Gur'ev A. V., Misharev G. M., Stolyarchuk A. S., et al. Effect of stress concentration on low-cycle fatigue strength of metals // *Strength of Materials*. – 1994. – **26**, No. 11. – P. 1303 – 1307.
21. Гурьев А. В., Митин В. Я. Особенности развития локальных микро-неоднородных деформаций и накопление усталостных повреждений в углеродистых сталях // *Пробл. прочности*. – 1978. – № 11. – С. 19 – 23.
22. Белугина Е. А., Попов С. И., Худякова Н. А. Неоднородность распределения остаточных микродеформаций при циклическом деформировании // *Там же*. – 1982. – № 7. – С. 24 – 36.
23. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагрузениях. – М.: Из-во Моск. ун-та, 1965. – 263 с.
24. Masing G. Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Konzern. – 1924. – **231**, No. 3. – S. 74.
25. Bauschinger I. Über die Veränderung der Elastizitätsgrenze und des Elastizitätsmoduls verschiedener Metall // *Civilingenieur*. – 1881. – **S5**. – S. 289 – 348.
26. Esin A. The microplastic strain energy criterion applied to fatigue // *Trans. ASME, J. Basic Eng.* – 1967. – P. 1 – 9.
27. Troshchenko V. T. and Dragan V. I. Laws of plastic strain and fatigue fracture of metals in torsion // *Strength of Materials*. – 1982. – **14**, No. 5. – P. 569 – 576.
28. Rasmussen K. V. and Pedersen O. B. Fatigue of copper polycrystals at low plastic strain amplitudes // *Acta Met.* – 1980. – **28**. – P. 1467 – 1478.
29. Klesnil M. and Lukas P. Fatigue softening and hardening of annealed low-carbon steel // *J. Iron Steel Inst.* – 1967. – July. – P. 746 – 749.
30. Winner A. T. A model for fatigue of copper at low plastic strain amplitudes // *J. Theor. Exp. Appl. Phys.* – 1974. – P. 719 – 738.
31. Polak J. and Klesnil M. The hysteresis loop. 1. A statistical theory. 2. An analysis of the loop shape. 3. Stress dip experiments // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1982. – No. 1. – P. 19 – 56.
32. Пауков П. О. Пластичность и разрушение металлов. – М.: Судпромгиз, 1950. – 245 с.
33. Mughrabi Y. and Wang R. Cyclic stress-strain response and high-cycle fatigue behaviour of copper polycrystals // *Basic Mech. Fatigue*. – Prague: Academia, 1988. – P. 1 – 14.
34. Рыбалко Ф. П. Распределение неоднородностей пластической деформации // *Изв. вузов. Физика*. – 1958. – № 6. – С. 79 – 84; 1959. – № 1. – С. 6 – 14.
35. Buque C. Persistent slip bands in cyclically deformed nickel polycrystals // *Int. J. Fatigue*. – 2001. – **23**. – P. 459 – 466.
36. Biallas G., Piotrowski A., and Eifler D. Cyclic stress-strain, stress-temperature, and stress-electrical resistance response of NiCuMo alloyed sintered steel // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1995. – **18**, No. 5. – P. 605 – 615.

37. *Aubenino A. L., Crupi V., and Zanetti E. V.* Correlation between thermography and internal damping in metals // *Int. J. Fatigue.* – 2003. – **25**. – P. 343 – 351.
38. *Troshchenko V. T., Tsybanev G. V., Shott G., and Morgnental L.* Procedure and certain results of studying inelastic strains and magnetic noise during fatigue of steel 45 // *Strength of Materials.* – 1983. – **15**, No. 9. – P. 1281 – 1287.
39. *Болотин В. В.* Статистические методы в строительной механике. – М.: Гостройиздат, 1961. – 202 с.
40. *Williams C. R., Lee Y. L., and Rilly J. T.* A practical method for statistical analysis of strain-life fatigue data // *Int. J. Fatigue.* – 2003. – **25**. – P. 427 – 436.
41. *Полак Л., Клеснил М.* Статистическая интерпретация петли гистерезиса // *Механическая усталость металлов.* – Киев: Наук. думка, 1983. – С. 68 – 74.
42. *Трощенко В. Т.* К вопросу о связи рассеяния энергии в материале с усталостной прочностью // *Рассеяние энергии при колебаниях упругих систем.* – Киев: Наук. думка, 1963. – С. 149 – 158.
43. *Kandil F. A.* Potential ambiguity in the determination of the plastic strain range component in LCF testing // *Int. J. Fatigue.* – 1999. – **21**. – P. 1013 – 1018.
44. *Buchkov N. G., Petukhov A. N., and Puchkov I. V.* Special feature of the deformation kinetics of structural materials in cyclic elastoplastic deformation // *Strength of Materials.* – 1986. – **18**, No. 11. – P. 1440 – 1445.
45. *Feltner C. and Morrow J.* Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture // *Trans. ASME. Ser. D.* – 1961. – **83**, No. 1. – P. 15 – 22.
46. *Morrow J.* Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals // *ASTM Spec. Tech. Publ.* – 1965. – **378**. – P. 45 – 87.
47. *Морроу Д., Тьюлер Ф.* Оценка усталостной прочности сплавов никонель 713С и васполой при малом числе циклов // *J. Basic Eng. Trans. ASME. Ser. D.* – 1965. – **87**, No. 2.
48. *Fomichev P. A. and Trubchanin I. Yu.* The equation of a contour and the form factor of a hysteresis loop // *Strength of Materials.* – 1997. – **29**, No. 3. – P. 229 – 235.
49. *Abdel-Raouf H., Plumtree A., and Topper T.* Temperature and strain rate dependence of cyclic deformation response and damage accumulation in OFHC copper and 304 stainless steel // *Met. Trans.* – 1974. – **5**. – P. 267 – 274.
50. *Landgraf R. W., Morrow J. D., and Endo T.* Determination of the cyclic stress-strain curve // *J. Mater.* – 1969. – **4**, No. 1. – P. 176 – 188.
51. *Lukas P., Klesnil M., and Polak J.* High cycle fatigue life of metals // *Mater. Sci. Eng.* – 1974. – **15**. – P. 239 – 245.

52. *Tanaka K., Nishijima S., Matsuoka T., et al.* Low-and high-cycle fatigue properties of various steels specified in JIS for machine structural use // *Fatigue Eng. Mat. Struct.* – 1981. – **4**, No. 1. – P. 97 – 108.
53. *Kliman V. and Bily V.* Hysteresis energy of cyclic loading // *Mater. Sci. Eng.* – 1984. – **68**. – P. 11 – 18.
54. *Halford G. R.* The energy required for fatigue // *J. Mater.* – 1966. – No. 1. – P. 3 – 18.
55. *Polak J., Obrtlík K., and Hajek M.* Cyclic plasticity in type 316L austenitic stainless steel // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1994. – **17**, No. 7. – P. 773 – 782.
56. *Felther C. E. and Laird C.* Cyclic stress-strain response of FCC metals and alloys // *Acta Met.* – 1967. – **15**. – P. 1621 – 1631.
57. *Sherman A. M.* Fatigue properties of high strength low alloy steels // *Met. Trans.* – 1975. – **6A**. – P. 1035 – 1040.
58. *Radhakrishnan V. M.* An analysis of low cycle fatigue based on hysteresis energy // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – **3**, No. 1. – P. 75 – 84.
59. *Aichbhaumik D.* Steel variability effects on low cycle fatigue behavior of a single grade of high strength low alloy steel // *Met. Trans.* – 1979. – **10A**. – P. 269 – 278.
60. *Wachod H. F. and Johnson H. H.* The effect of strain rate and depressed temperature on the low cycle deformation behavior of alpha iron // *Ibid.* – P. 305 – 311.
61. *Benham P. P. and Ford H.* Low endurance fatigue of a mild steel and an aluminum alloy // *J. Mech. Eng. Sci.* – 1961. – **3**, No. 3. – P. 119 – 132.
62. *Stowell E.* A study of the energy criterion for fatigue // *Nucl. Eng. Design.* – 1966. – No. 3. – P. 32 – 40.
63. *Martin D. E.* An energy criterion for low-cycle fatigue // *J. Basic Eng., Trans. ASME.* – 1961. – Dec. – P. 565 – 571.
64. *Мурамов Л. В.* Энергия разрушения при циклических и статических нагрузках // *Прочность металлов при переменных нагрузках.* – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – С. 111 – 118.
65. *Wittke H., Olfe J., and Rie K.* Description of stress-strain hysteresis loops with a simple approach // *Int. J. Fatigue.* – 1997. – **19**, No. 2. – P. 141 – 149.
66. *Ye Duyi and Wang Zhenlin.* A new approach to low-cycle fatigue damage based on exhaustion of static toughness and dissipation of cyclic plastic strain energy during fatigue // *Int. J. Fatigue.* – 2001. – **23**, No. 8. – P. 679 – 687.
67. *Tong J. and Vermeulen B.* The description of cycle plasticity and viscoplasticity of Waspaloy using unified constitutive equations // *Int. J. Fatigue.* – 2003. – **25**, No. 5. – P. 413 – 420.
68. *Hopkinson B. and Williams G. T.* The elastic hysteresis of steel // *Proc. Roy. Soc. A.* – 1911-1912. – **87**. – P. 502 – 511.

69. *Haigh B. P.* Hysteresis in relation to cohesion and fatigue // *Trans. Faraday Soc.* – 1928. – **24**. – P. 125 – 137.
70. *Кузьменко В. А., Кравченко В. И.* Рассеяние энергии в сталях при больших амплитудах высокочастотно-механических колебаний // *Рассеяние энергии при колебаниях механических систем.* – Киев: Изд-во АН УССР, 1963. – С. 184 – 189.
71. *Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.* Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов. – Киев: Наук. думка, 1971. – 375 с.
72. *Матвеев В. В.* Демпфирование колебаний деформируемых тел. – Киев: Наук. думка, 1985. – 263 с.
73. *Smith G. M. and Berns H. D.* Frequency-phase method for measuring material damping // *Mat. Res. Stand.* – 1964. – No. 5. – С. 225 – 227.
74. *Троценко В. Т., Балыбердин В. С., Коковин А. Г.* Методика исследования рассеяния энергии в материалах при стационарном циклическом нагружении // *Пробл. прочности.* – 1970. – № 5. – С. 18 – 20.
75. *Троценко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В.* Методы ускоренного определения пределов выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев. – Киев: Наук. думка, 1979. – 174 с.
76. *Троценко В. Т., Каленчук В. С., Хамаза Л. А. и др.* Методика исследования усталостного повреждения металлов с автоматической обработкой информации на ЭВМ // *Пробл. прочности.* – 1972. – № 10. – С. 26 – 32.
77. *Lazan B. J.* A study with new equipment of the effects of fatigue stress on the damping capacity and elasticity of mild steel // *Trans. Amer. Soc. Metals.* – 1950. – **42**. – P. 499 – 558.
78. *Plenard E.* Damping capacity of cast iron // *Foundry Trade J.* – 1966. – **121**, No. 2603. – P. 541 – 549.
79. *Пановко Я. Г.* Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. – М.: Физматгиз, 1960. – 193 с.
80. *Хильчевский В. В.* Обобщение зависимостей, описывающих петлю механического гистерезиса // *Пробл. прочности.* – 1969. – № 5. – С. 22 – 25.
81. *Colakoglu M. and Jerina R.* Material damping in 6061-T65II aluminum to assess fatigue damage // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2003. – **26**, No. 1. – P. 79 – 84.
82. *Polak J., Klesnil M., and Lukas P.* On the cyclic stress-strain curve evaluation // *Mater. Sci. Eng.* – 1977. – **28**. – P. 108 – 118.
83. *Koh S. K. and Stephens R.* Mean stress effects on low cycle fatigue for a high strength steel // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1991. – **14**, No. 4. – P. 413 – 428.
84. *Fomichev P. A., Trubchanin I. Yu., and Svirskii Yu. A.* Study of the deformation of steel 30KhGSA with cyclic loading // *Strength of Materials.* – 1991. – **23**, No. 5. – P. 540 – 544.

85. Циклические деформации и усталость металлов. Т. 2. / Под ред. В. Т. Трощенко. – Киев: Наук. думка, 1985. – 222 с.
86. Lukas P. and Klesnil M. Cyclic stress-strain response and fatigue life of metals in low amplitude region // Mater. Sci. Eng. – 1973. – **11**. – P. 345 – 356.
87. Polak J., Klesnil M., and Lukas P. High cycle plastic stress-strain response of metals // Ibid. – 1974. – **15**. – P. 231 – 237.
88. Miller K. J. Cyclic behavior of materials // J. Strain Anal. – 1970. – **5**. – P. 185 – 192.
89. Endo T. and Morrow J. D. Cyclic stress-strain and fatigue behavior of representative aircraft Metals // J. Mater. JMLSA. – 1969. – **4**, No. 1. – P. 159 – 175.
90. Troshchenko V. T., Bega N. D., Zasimchuk E. E., and Khamaza L. A. Some features of work hardening and softening of molybdenum single crystals in cyclic strain // Strength of Materials. – 1979. – **11**, No. 2. – P. 163 – 168.
91. Трощенко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Исследование неупругих циклических деформаций и усталости металлов // Пробл. прочности. – 1976. – № 6. – С. 3 – 9.
92. Srivatsan T. S. Mechanisms of damage in high-temperature, low cycle fatigue of an aluminum alloy // Int. J. Fatigue. – 1988. – **10**, No. 2. – P. 91 – 99.
93. Pohe K., Magr P., and Machevauch E. Cyclic deformation behavior of low carbon steel in temperature range between room temperature and 850 K // Int. J. Fract. – 1981. – **17**, No. 2. – P. 221 – 233.
94. Richard T. and Sandor B. The cyclic stress-strain response of high strength cast iron // Mechanical Behavior of Materials. – Kyoto, 1972. – P. 344 – 351.
95. Figueroa J. C., Bhat S. P., De La Vegux R., et al. The cyclic stress-strain response of copper at low strains in constant amplitude testing // Acta Met. – 1981. – **29**. – P. 1667 – 1671.
96. Llanes L. and Laird C. Effect of loading mode on the cyclic response and the associated substructure of polycrystalline copper in the high-cycle regime // Fatigue. Fract. Eng. Mater. Struct. – 1993. – **16**, No. 22. – P. 165 – 179.
97. Tanaka K., Matsuoka S., and Kimura M. Fatigue strength of 7075-T6 aluminum alloy under combined axial loading and torsion // Ibid. – 1984. – **7**, No. 3. – P. 195 – 211.
98. Smith K. N., Watson P., and Topper T. N. A stress-strain function for the fatigue of metals // J. Mater. – 1970. – **5**. – P. 767 – 776.
99. Drover J. H. and Rieux P. The cyclic stress-strain behavior of polycrystalline Al-5w+40 Mg // Mater. Sci. Eng. – 1984. – **68**. – P. 35 – 43.
100. Vogt J. B., Dedallaix G., and Foct J. Cyclic mechanical behavior and microstructure of a 12Cr–Mo–V martensitic stainless steel // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1988. – **11**, No. 6. – P. 435 – 446.

101. *Polak J., Klesnil M., and Helesic J.* Cyclic stress-strain response of 21/4Cr-1Mo steel at elevated temperatures // *Ibid.* – 1986. – **9**, No. 3.
102. *Bernhurt G., Moulinier G., Brucelle O., and Delagnes D.* High temperature cycle fatigue behavior of a martensitic forging tool steel // *Int. J. Fatigue.* – 1999. – **21**. – P. 179 – 186.
103. *Kawanomo M. and Tanaka T.* Elastic hysteresis property of several steels under fatigue load // *Met. Fac. Eng.* – 1965. – **27**, No. 1. – P. 65 – 74.
104. *Troshchenko V. T. and Khamaza L. A.* Investigation of diagrams for deformation of metals under static and cyclic loads in relation to their fatigue failure // *Strength of Materials.* – 1976. – **8**, No. 9. – P. 1052 – 1056.
105. *Troshchenko V. T.* High-cycle fatigue and inelasticity of metals // *Multiaxial and Fatigue Design.* – ESIS 21 / Eds. A. Pineau, G. Gailletaud, and T. E. Lindley. – London, 1996. – P. 335 – 348.
106. *Troshchenko V. T.* Interrelation between inelasticity and high-cycle fatigue of metals // *Adv. Fract. Res.* – 1997. – **3**. – P. 1261 – 1273.
107. *Manson S. S. and Muralidharan U.* Fatigue life prediction in bending from axial fatigue information // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1987. – **9**, No. 5. – P. 357 – 372.

Поступила 10. 05. 2005