

К статистической теории длительной прочности стекла**А. М. Марголин^а, В. П. Мартынова^б, В. А. Осадчук^в, В. Ф. Чекурин^а**^а Институт прикладных проблем механики и математики НАН Украины, Львов, Украина^б Научно-исследовательский институт “Эротрон”, Львов, Украина^в Национальный университет “Львовская политехника”, Львов, Украина

Разработаны методы определения статистических параметров длительной прочности стекла. Описаны подготовка образцов (стеклодисков) к испытаниям, метод их нагружения и методика эксперимента. Приведены статистическая модель разрушения стекла и выводы по определению параметров прочности.

Ключевые слова: длительная прочность, надежность стеклодисков, логонормальная функция распределения долговечности, всестороннее растяжение поверхности стеклодисков.

Введение. Тонкостенные стеклянные элементы широко применяются в современном приборостроении. При изготовлении и длительной эксплуатации указанных элементов в результате различных нагрузок образуются значительные механические напряжения, приводящие в отдельных случаях к их разрушению. Поэтому создание методов оценки надежности (вероятности неразрушения) таких конструкций является актуальной задачей. При разработке таких методов необходимо исследовать характеристики длительной прочности стекла. В литературных источниках основное внимание уделялось установлению зависимости промежутка времени τ с момента приложения нагрузки до разрушения от уровня напряжения σ , т.е. долговечности хрупкого материала. Авторы работ [1–6] экстраполировали функцию долговечности при постоянной температуре экспоненциальной зависимостью

$$\tau = Ae^{-c\sigma}. \quad (1)$$

Степенную закономерность Пэриса

$$\tau = B\sigma^{-b} \quad (2)$$

применяли в работах [7–9]. Здесь σ – приложенное напряжение растяжения; A , c , B и b – параметры материала.

Учитывая, что стекло – аморфный хрупкий материал, в структуре которого присутствуют дефекты (пузыри, сколы, свиля, царапины), распределенные в объеме материала случайно, для оценки его долговечности детерминированных зависимостей (1) и (2) недостаточно. Необходимо исследовать функцию распределения долговечности $F(\tau)$ в зависимости от приложенного напряжения. Обычно для стекла [9–11] и других хрупких мате-

риалов [12–14] применяют логонормальный закон распределения долговечности образцов материала при фиксированном напряжении.

В настоящей работе на основании результатов испытаний пяти серий образцов устанавливаются статистические параметры длительной прочности электровакуумного стекла С52-1 при всестороннем растяжении и фиксированных значениях температуры и влажности воздуха.

1. Подготовка образцов. Согласно [3, 6, 10] поверхность стекла оказывает доминирующее влияние на его прочность. Для исследования прочности при простом однородном плоском напряженном состоянии (НС) в условиях всестороннего растяжения образцов в работе исследуется прочность круглых стеклодисков (тонких стеклопластин) при их нагружении методом осесимметричного изгиба (ОСИ). Исходя из достаточно большой дисперсии прочности стекол [6] для испытаний при каждом уровне напряжений σ_v тестировали 100 и более дисков. Испытания проводили при пяти значениях напряжений растяжения σ_v (45...58 МПа). Общее количество образцов при испытании составляло более 800 шт.

При изготовлении стеклодеталей на электровакуумных и стекольных заводах наблюдается некоторое изменение их прочности и процента выхода годных изделий в различные периоды года, что обусловлено изменением температуры и влажности воздуха в цехах. Для стеклодеталей разной сложности при среднем проценте выхода годных от 60 до 95% колебания процента выхода составляют от 5 до 2%.

Поскольку стеклодетали складываются, заранее неизвестно, детали какого периода изготовления поступят на сборку приборов. Поэтому выборки образцов для испытаний формировались из партий стекол, изготовленных в разные периоды в течение 1-2 лет, что приводило к дополнительному разбросу по прочности.

Технология изготовления стеклодисков (прессовка, отжиг, шлифовка и полировка) позволила получать изделия с малым уровнем остаточных напряжений (не более 0,5 МПа) и отклонением от плоскопараллельности, не превышающей 1 мкм в центральной части диска $\varnothing 16$ мм, при диаметре диска 56 мм и толщине $H = 1,5-2$ мм. Это, в свою очередь, дало возможность при достаточно точном изготовлении стальных закаленных кольцевых призм нагружающего пуансона и опоры обеспечить совместно с полиэтиленовыми прокладками толщиной 0,2 мм хорошее прилегание металла к поверхности стекла [10]. В противном случае нагружение стеклодиска будет отличаться от нагружения по методу ОСИ, что приведет к росту напряжений растяжения по отдельным секторам прилегания и их отличию от расчетных величин σ_v [15].

2. Статистическая модель разрушения стекла. Известные экспериментальные исследования [3, 6, 10] свидетельствуют о том, что неорганическое стекло в достаточно широком интервале температур разрушается хрупко. Поэтому можно предположить, что разрушение стекла, по крайней мере, на последней стадии происходит вследствие развития трещин. Стекло, как правило, содержит небольшое количество дефектов (разрывы сплошности, включения, физические и химические неоднородности и т.д.). Эти дефекты при нагрузках создают локальные концентрации напряжений. Каж-

дому дефекту можно поставить в соответствие некоторое нарушение сплошности (разрез), влияние которого на длительную прочность эквивалентно влиянию реального дефекта. В соответствии с этим рассмотрим математическую модель усталостного разрушения стекла при растяжении исходя из основных предположений линейной механики разрушения.

Рассмотрим тонкие объекты (тонкостенные элементы) с достаточно большими радиусами кривизны срединной поверхности. В работах [3, 6, 10] показано доминирующее влияние поверхностных дефектов на прочность стекла. В технических стеклах в результате технологии их изготовления и обработки возникают поверхностные дефекты типа царапин. Поскольку при этом определяющим параметром прочности будет глубина трещины, ограничимся случаем разрушения вследствие развития одной или нескольких поверхностных трещин в направлении толщинной координаты.

Предположим, что дефекты распределены по поверхности объекта и углу ориентации случайным образом, их статистическое распределение считаем однородным. Размеры дефектов (глубина) намного меньше радиуса кривизны объекта и расстояний между ними. При этом в качестве модельного объекта (образец) можно рассматривать пластины (диски), подвергнутые нагружению двухосным однородным растяжением в их плоскости ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$; $\sigma_3 \approx 0$). Изотропное растяжение в плоскости создает одинаковые нормальные растягивающие напряжения для всех дефектов, независимо от их ориентации, и поэтому наиболее опасно для заданного уровня напряжений σ .

Исходя из концепции слабого звена определим долговечность τ образца, содержащего m начальных поверхностных дефектов глубиной a_i^0 ($i = \overline{1, m}$), при заданном напряжении σ следующим образом:

$$\tau = \min \{ \tau_i \}. \quad (3)$$

Здесь τ_i – время развития i -й трещины от ее начального a_i^0 до критического a_i^* значения,

$$\tau_i = \int_{K_{li}^0}^{K_{li}^*} [\dot{K}_{li}]^{-1} dK_{li}, \quad (4)$$

где K_{li} – коэффициент интенсивности напряжений (КИН) i -го дефекта; K_{li}^0 и K_{li}^* – значения КИН при нормальном напряжении растяжения σ и глубине трещины a_i^0 и a_i^* соответственно; \dot{K}_{li} – скорость роста КИН K_{li} .

Согласно формуле (4) для определения долговечности образца с заданными параметрами K_{li}^0 , K_{li}^* необходимо найти зависимость скорости изменения КИН \dot{K}_{li} от величины K_{li} для каждой трещины. Для установления характера зависимости $\dot{K}_I = f(K_I)$ проводились экспериментальные исследования на образцах стекла марок С52-1 и С93-2 со специально созданными макротрещинами при одноосном растяжении ($\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$). Образцы

жении. Видно, что при неизменном напряжении σ зависимость $\dot{K}_I = f(K_I)$ можно аппроксимировать функцией

$$\dot{K}_I = Q \exp(qK_I), \quad (6)$$

где Q, q – статистические параметры материала пластины, характеризующие ее длительную прочность при постоянном растяжении.

Минимальное значение долговечности в выражении (3) достигается в экстремальной ситуации, т.е. соответствует одной из максимальных по глубине начальных трещин a_e^0 , развивающихся в глубь материала в экстремальной приповерхностной структуре, т.е. $\dot{K}_I = \dot{K}_{Ie}^*$.

Подставляя (5), (6) в (4), с учетом $Y = 1,985 = \text{const}$ для микротрещин глубиной $a_i^0 < 0,01$ мм в стеклодисках, указанных в разделе 1, заменяя \dot{K}_I на \dot{K}_{Ie}^* , после интегрирования получаем

$$\tau = (Q_e q_e)^{-1} (e^{-q_e K_{Ie}^0} - e^{-q_e K_{Ie}^*}). \quad (7)$$

Учитывая, что $K_{Ie}^* > K_{Ie}^0$, в результате чего вторая составляющая уравнения (7) значительно меньше первой, получаем выражение для определения долговечности образца:

$$\tau = \frac{1}{Q_e q_e} e^{-q_e K_{Ie}^0} = \frac{1}{Q_e q_e} \exp[-\sigma q_e (a_e^0)^{1/2} Y]. \quad (8)$$

Логарифмируя (8), записываем

$$\lg \tau = \Pi - \Psi \sigma; \quad \Pi = -(\lg Q_e + \lg q_e); \quad \Psi = [q_e (a_e^0)^{1/2} Y] \lg e, \quad (9)$$

где Π – условный полюс долговечности образца при $\sigma = 0$; Ψ – коэффициент статической усталости образца.

Таким образом, формулы (8) и (9) определяют статистическую модель разрушения неорганического стекла при его статической усталости.

3. Лабораторная установка для проведения испытаний и методика эксперимента. Нагружение стеклодисков методом ОСИ проводилось на установке в НИИ “Эротрон” с помощью электродвигателя с динамической системой торможения через пружинно-рычажную систему (рис. 3). Усилие нагружения задавалось посредством клина и отсчитывалось на индикаторе часового типа, торможение включалось концевым выключателем и обеспечивалось с точностью $\pm 1\%$ заданного значения σ_v для каждого диска толщиной H . Температура и влажность воздуха поддерживались автоматически в боксе с нагружаемым диском с точностью $T = \pm 2^\circ\text{C}$ и $H_c = 96...98\%$ и $60...65\%$. Датчиками температуры служили контактные термометры типа ТК-6Б (сухой и влажный, а также для регистрации температуры воды в системе нагнетания влажного воздуха). Точность регистрации температуры составляла $\pm 0,2^\circ\text{C}$.

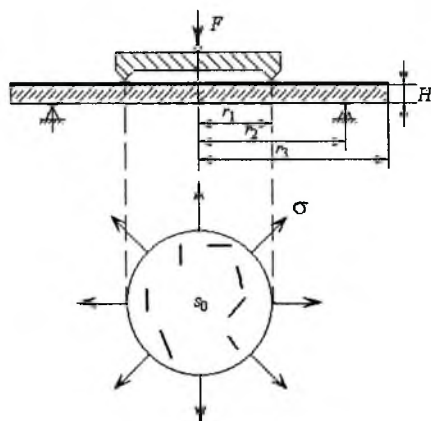


Рис. 3. Нагружение стеклодисков методом ОСИ.

Исследование проводили на партиях дисков стекла С52-1 и С93-2. Для получения информативных результатов важно правильно выбрать объем выборки N , значения напряжений σ , при которых проводились испытания, а также длительность испытаний каждого образца. В результате предварительных экспериментов установлено, что механизм длительной прочности указанных марок стекол проявляется в диапазоне напряжений растяжения 40...60 МПа. При $\sigma > 60$ МПа преобладает механизм кратковременной прочности, при котором пары атмосферной влаги не успевают проникнуть к основанию растущей микротрещины. При $\sigma < 40$ МПа резко уменьшается информативность исследований вследствие ограниченного объема выборки и времени тестирования образцов. Независимые экспериментальные исследования стекла указанных марок с макротрещиной (раздел 2) показали, что критические значения КИН находятся в интервале $K_{Ic} = 24,7 \dots 52,6$ МПа \cdot мм^{1/2}. Исходя из этого получаем, что при $\sigma = 40 \dots 60$ МПа критическая глубина поверхностного дефекта стеклодиска составляет $a^* = 0,061 \dots 0,19$ мм. Поскольку при толщине образца 1-2 мм изменение напряженного состояния в зоне дефекта по толщинной координате незначительное, было принято решение нагружать образцы методом ОСИ [10]. Использование этого метода нагружения позволяет существенно упростить эксперимент.

При нагружении по методу ОСИ шлифованный полированный диск (радиус r_3 , толщина H) устанавливают на призматическую кольцевую опору радиуса r_2 и через шаровой шарнир усилием F нагружают с противоположной стороны призматическим кольцевым пуансоном радиуса r_1 (рис. 3). При этом на площадке s_0 создается поверхностный дефект (трещина) произвольной ориентации, на который действует максимальное простое однородное стационарное напряжение всестороннего растяжения:

$$\sigma = B \frac{F}{H^2}, \quad (10)$$

где $B = (3/2\pi)\{(1-\nu)[(r_2^2 - r_1^2)/2r_2^2](r_2^2/r_3^2) + (1+\nu)\ln(r_2/r_1)\}$; ν – коэффициент Пуассона; $s_0 = \pi r_1^2$.

Для выполнения условия $\sigma = \text{const}$ на площадке s_0 согласно теории тонких пластин необходимо, чтобы [6]

$$r_3 \geq 10r_1; \quad 0,6r_1 \leq H \leq 0,8r_1; \quad r_2 = 2r_1. \quad (11)$$

В работе исследуется долговечность стеклообразцов с визуально ненаблюдаемыми поверхностными дефектами, т.е. $a_i^0 < 0,01$ мм, в интервале напряжений $\sigma = 40...60$ МПа.

4. Определение статистических параметров длительной прочности. На основании выражений (8), (9) при случайных значениях экстремальных параметров Q_e , q_e и a_e^0 , а также ограниченных данных исследования распределения долговечности хрупких материалов [10–14] принимаем гипотезу о нормальном распределении логарифмов долговечности стеклообразцов.

Каждая V -я серия стеклообразцов ($V = \overline{1, k}$) в количестве N_V штук в течение времени T_t тестируется на долговечность τ_c при статическом напряжении всестороннего растяжения σ_v . Результаты тестирования располагаем в ранжированный статистический ряд (РСР) по увеличению долговечности $j = \overline{1, j_{\max}}$. Диски, которые разрушились при росте нагрузки от 0 до σ_v или за время $\tau < 1$ с, объединяются в группу n^* . Неразрушившиеся за время T_t диски обозначим n . Тогда получим $j_{\max} = N_V - n^* - n$.

Медианная оценка вероятности разрушения j -го диска в РСР определяется по формуле

$$\tilde{W}_j = (n^* + j)/(N_V + 1). \quad (12)$$

Теоретическое распределение вероятности разрушения W_j определяем по интегральной функции централизованного нормального Гауссова распределения Φ :

$$W_j = \Phi_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{g_j} e^{-u^2/2} du, \quad u \equiv \lg t, \quad (13)$$

где g_j – квантиль Гауссова распределения.

Нормальная функция распределения вероятности разрушения дисков V -й серии от логарифмов долговечности имеет линейную зависимость квантиля от $\lg \tau$. Если предположить $x_j = \lg \tau_j$, а $y_j = g_j$, то

$$y_j = \hat{a}_v + \hat{b}_v x_j, \quad (14)$$

где \hat{a} и \hat{b} – статистические оценки параметров a и b теоретического распределения, которые определяются с помощью информативных точек (x_j, y_j) по методу наименьших квадратов (МНК).

Из формулы (14) для квантиля $g_j = 0$ получим оценку математического ожидания $\hat{\mu}_{v_{lg \tau}}$:

$$\hat{\mu}_{v_{lg \tau}} = -\hat{a}_v / \hat{b}_v. \quad (15)$$

Зависимости (14) для пяти серий стеклодисков марки С52-1 при различных значениях σ_v ($v = \overline{1, 5}$), температуре $T^0 = 25 \pm 2^\circ\text{C}$ и относительной влажности воздуха $H_c = 96...98\%$ приведены на рис. 4. Поскольку каждая серия стеклодисков изготовлялась на стекольном заводе в различные периоды года, они отличались по значениям стандартного отклонения, на которые существенно влияет также величина σ_v . Необходимо определить параметры усредненных характеристик данного сорта стекла.

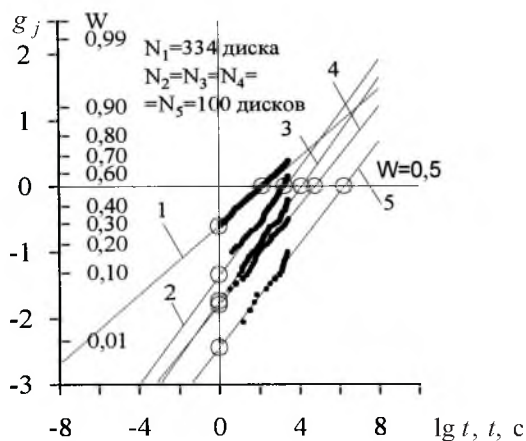


Рис. 4. Зависимость квантиля g_j от логарифма долговечности при различных значениях σ_v : 1 – $\sigma_1 = 58$ МПа; 2 – $\sigma_2 = 52$ МПа; 3 – $\sigma_3 = 50$ МПа; 4 – $\sigma_4 = 48$ МПа; 5 – $\sigma_5 = 45$ МПа.

Стандартное отклонение $D_{v_{lg \tau}}$ определяем по формуле

$$D_{v_{lg \tau}} = 1 / \hat{b}_v. \quad (16)$$

Для длительной прочности из формулы (9) получаем зависимость математического ожидания логарифма долговечности (15) от напряжения σ_v :

$$\mu_{v_{lg \tau}} = \lg \tau_M = \Pi_M - \Psi_M \sigma_v. \quad (17)$$

Для пяти серий стеклодисков по значениям σ_v и $\mu_{v_{lg \tau}}$ МНК находим характеристики длительной прочности стекла $S_M(\lg t)$ и параметры Π_M и Ψ_M , по σ_v и $D_{v_{lg \tau}}$ – вторую зависимость $S_1(\lg t)$ на расстоянии одного стандартного отклонения от $S_M(\lg t)$ – рис. 5:

$$D_{\nu \lg \tau} = D_0 + c\sigma, \quad (18)$$

где D_0 – часть стандартного отклонения $\lg \tau$, которая не зависит от σ при $\sigma = \sigma_0$; c – коэффициент.

Для заданных значений t , т.е. $\lg t$, и σ квантиль g нормального распределения – это отклонение $\Delta \lg t$ в долях стандартного отклонения:

$$g = \frac{\Delta \lg t}{D_{\lg \tau}}, \quad (19)$$

где $\Delta \lg t = \lg t - \lg t_M = \lg t - \Pi_M + \Psi_M \sigma$; $D_{\lg \tau}$ получим из выражения (16).

Таким образом,

$$g = \frac{\lg t - \Pi_M + \Psi_M \sigma}{D_{0 \lg \tau} + c\sigma} = \frac{\lg t - \Pi_M + \Psi_M \sigma}{\Delta \Pi + \Delta \Psi \sigma}, \quad (20)$$

где $\Delta \Pi = \Pi_M - \Pi_1$; $\Delta \Psi = \Psi_1 - \Psi_M$; $\lg \tau_1 = \Pi_1 - \Psi_1 \sigma_v$; $\Pi_M = S_M^0 / \Psi_M^{-1}$; $\Pi_1 = S_1^0 / \Psi_1^{-1}$; $S_M(\lg t) = S_M^0 - \Psi_M^{-1} \lg t$; $S_1(\lg t) = S_1^0 - \Psi_1^{-1} \lg t$ (рис. 5). При $\sigma = 0$ получим $\Pi_1 = \lg \tau_1$ и $\Pi_M = \lg \tau_M$.

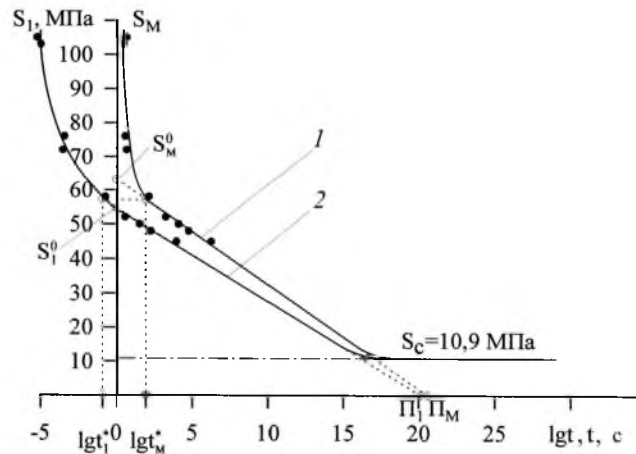


Рис. 5. Зависимости длительной прочности S_M и S_1 от $\lg t$: 1 – линия квантиля $g_0 = 0$ ($R_0 = W_0 = 0,5$), $S_M(\lg t)$; 2 – линия квантиля $g_0 = -1$ ($R_0 = 0,8413$, $W_0 = 0,1587$), $S_1(\lg t)$.

Надежность R_0 площадки s_0 при статической усталости неорганического стекла определяется из выражения $R_0 = 1 - W_0$ и формул (13) и (20) для квантиля $g = g_0$ и $\Phi_j = \Phi_0$:

$$R_0 = \begin{cases} (1 - \Phi_0), & \sigma > S_c, \quad \lg t \geq \lg t_M^*; \\ 1, & \sigma \leq S_c, \quad \lg t \leq \lg t_M^*, \end{cases} \quad (21)$$

где $\lg t_M^*$ – граница между кратковременной и длительной прочностью (рис. 5), для различных марок стекла $\lg t_M^* = 1,5 \dots 2,0$; S_c – критериальная техническая прочность, которая соответствует локальному безопасному напряжению σ_0 для максимального значения микродефектов данного сорта стекла и заданной технологии обработки его поверхности (на рис. 5 $S_c = 10,9$ МПа).

Заключение. На основании предложенной методики определены параметры длительной прочности стекла $S_M(\lg t)$ и $S_1(\lg t)$, Π_M , Ψ_M , $\Delta\Pi$, $\Delta\Psi$. Надежность стекла определяется по его квантилю g_0 для площадки s_0 при заданных значениях t и σ .

Резюме

Розроблено методи визначення статистичних параметрів тривалої міцності скла. Описано підготовку зразків (склодісків) до випробувань, метод їх навантаження та методику експерименту. Представлено статистичну модель руйнування скла та висновки щодо визначення параметрів міцності.

1. Журков С. Н., Нарзуллаев Б. Н. Временная зависимость прочности твердых тел // Журн. теорет. физики. – 1953. – 23, вып. 10. – С. 1677 – 1689.
2. Журков С. Н. Проблема прочности твердых тел // Вестн. АН СССР. – 1957. – № 11. – С. 78 – 82.
3. Бартенев Г. М. Прочность и механизм разрушения полимеров. – М.: Химия, 1984. – 280 с.
4. Разумовская И. В., Зайцев Н. Г. К вопросу о термофлуктуационном росте хрупкой трещины // Физ.-хим. механика материалов. – 1978. – 4, № 2. – С. 15 – 19.
5. Регель В. Р., Слуцкер В. И., Томашевский Э. Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
6. Пух В. П. Прочность и разрушение стекла. – Л.: Наука, 1973. – 156 с.
7. Holland A. and Turner W. // J. Soc. Glass Techn. – 1940. – 24, No. 46. – P. 101; 1948. – 32, No. 5.
8. Baker T. C. and Preston F. W. Wide range static strength testing apparatus for glass rods. Fatigue of glass under static loads. The effect of water on the strength of glass // J. Appl. Phys. – 1946. – 17. – P. 162 – 188.
9. Брест В. А., Шелюбский В. И. Прочность стекла при длительном нагружении // Стекло и керамика. – 1991. – № 6. – С. 14 – 16.
10. Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. – Киев: Наук. думка, 1991. – 289 с.
11. Проктор Б., Уитни У., Джонсон Дж. Прочность плавленого кварца // Прочность стекла / Под ред. В. А. Степанова. – М.: Мир, 1969. – 340 с.

12. *Серенсен С. В., Стреляев В. С.* Статистические закономерности разрушения и вероятностная оценка статической прочности конструктивных элементов из полимерных композитных материалов // *Механика полимеров*. – 1972. – № 3. – С. 466 – 482.
13. *Гольдман А. Я.* Прочность конструкционных пластмасс. – Л.: Машиностроение, 1979. – 320 с.
14. *Kausch-Blecken von Schmerling H. H.* Statistische Analyse der dauerstandzerte von Polyäthylen-Röhren unter Innendruck // *Materialprüfung*. – 1964. – 6, No. 7. – S. 264 – 267.
15. *Хлебников Д. Г., Янчак В. Я., Марголин А. М.* К определению напряжений при испытании стеклодисков для оценки прочности стекла // *Качество, прочность, надежность и технологичность электровакуумных приборов*. – Киев: Наук. думка, 1976. – С. 65 – 69.

Поступила 27. 10. 2003