

## **Моделирование объединения рассеянных поверхностных трещин. Сообщение 2. Имитационная модель множественного разрушения**

**С. Р. Игнатович, А. Г. Кучер, А. С. Якушенко, А. В. Башта**

Национальный авиационный университет, Киев, Украина

*Разработана имитационная модель множественного разрушения, воспроизводящая случайные процессы зарождения, роста и объединения рассеянных поверхностных трещин. Модель базируется на методе статистического моделирования (метод Монте-Карло) и на экспериментально выявленных закономерностях разрушения. Установлено, что основным фактором разрушения является объединение рассеянных трещин, особенно на заключительной стадии, составляющей приблизительно 30% общей долговечности. Предельное состояние конструкции определяется условием, согласно которому длина наибольшего из имеющихся повреждений выше расчетного значения максимальной длины трещины.*

**Ключевые слова:** имитационная модель, множественное разрушение, рассеянные поверхностные трещины, метод Монте-Карло, объединение трещин.

**Введение.** Наличие большого количества коротких трещин, рассеянных на ограниченной площади поверхности, – одно из проявлений повреждения деталей машин при циклическом нагружении. Разрушение материалов вследствие непрерывных во времени процессов зарождения, роста и объединения трещин является универсальным [1], оно получило название множественного (дисперсного, многоочагового) и характерно для многих повреждающих факторов, например для изотермической и неизотермической усталости [2–5], циклической ползучести [6], коррозии [7].

Множественное разрушение (МР) имеет стохастическую природу, что обусловлено случайным процессом зарождения трещин во времени, а также случайным характером их рассеяния на поверхности, скорости роста и объединения. При объединении рассеянных коротких трещин их размеры скачкообразно увеличиваются, что в условиях высокой концентрации дефектов может привести к внезапному образованию критической (недопустимой по размеру) трещины.

Объем экспериментальных данных по МР весьма ограничен. Это связано с трудоемкостью идентификации и сложностью наблюдения за поведением большого количества малоразмерных дефектов на поверхности образцов. Однако имеющийся экспериментальный материал позволяет обнаружить общие проявления МР и на основании этого построить математическую модель процесса и получать необходимые результаты путем численного эксперимента. Цель настоящей работы заключается в разработке имитационной модели МР.

Представляемая модель имитирует одновременно реализующиеся процессы случайного зарождения, распространения и объединения поверхностных микротрещин. Эволюция поврежденности описывается с учетом силового взаимодействия близкорасположенных трещин при их объединении.

Предельное состояние характеризуется формированием трещины заданной критической длины или образованием пронизывающего повреждающуюся поверхность кластера из-за массового объединения трещин при высокой их концентрации.

В основу модели положен метод статистического моделирования (метод Монте-Карло). Такой подход нашел применение в исследованиях множественного поверхностного растрескивания материалов [5, 7, 8], причем та или иная модель базируется на индивидуальных исходных предпосылках в зависимости от решаемой задачи.

**Исходные предпосылки модели.** Принимаемые исходные предпосылки и допущения основаны на имеющихся экспериментальных данных по МР при циклическом нагружении [9].

1. Свойства материала однородны на всей повреждающейся поверхности, площадь которой задается при моделировании.

2. Реализуется одноосное напряженное состояние со стационарными в процессе накопления трещин характеристиками напряженно-деформированного состояния.

3. Все трещины на поверхности ориентированы перпендикулярно к оси действия напряжения [3, 6, 10].

4. В качестве параметра времени (циклы нагружения) используется число итераций. При моделировании задается постоянное значение прироста количества трещин за заданное число итераций, что определяет линейную зависимость количества накопленных трещин от времени [2, 3, 7, 11].

5. Положение трещин на поверхности случайно, и координаты их центров распределены однородно по закону Пуассона.

6. Задается среднее значение начального размера зародышевых трещин. Распределение длины такой трещины описывается показательным законом.

7. Задается среднее значение приращения длины любой трещины за заданное число итераций. При этом распределение скорости роста трещины описывается показательным законом [2]. На каждом шаге итерационного процесса определяются случайное значение доли растущих трещин от общего количества и случайные величины прироста длин растущих трещин.

8. Близко расположенные квазиколлинеарные трещины при объединении взаимодействуют через зоны влияния у своих вершин, что выражается в изменении траектории их распространения при сближении кончиков [4, 6, 7, 9, 11]. Принимается, что зоны влияния имеют форму круга диаметром  $s$  (рис. 1), равным величине зоны локальной пластической деформации у вершины трещины [8, 12]:

$$s = c \left[ \sec \left( \frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{\sigma_Y} \right) - 1 \right] = c \beta_{\sigma}, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – действующее макроскопическое напряжение;  $\sigma_Y$  – предел текучести материала;  $c$  – полудлина трещины;  $\beta_{\sigma}$  – коэффициент нагруженности.

Объединение двух соседних трещин происходит тогда, когда локальные зоны влияния у их вершин соприкасаются или пересекаются (рис. 1).

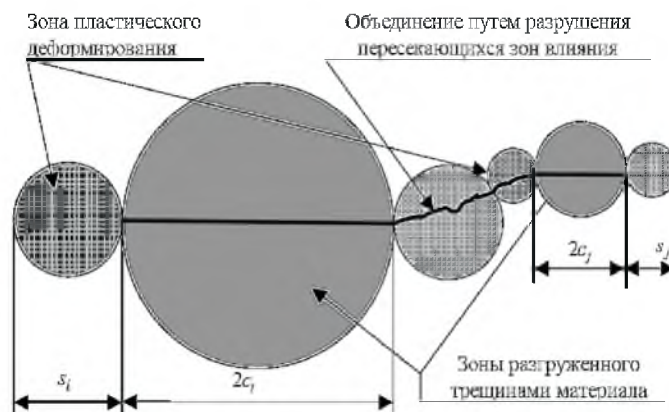


Рис. 1. Схема объединения двух трещин при взаимном пересечении зон влияния.

9. Вокруг каждой трещины образуется зона разгруженного материала из-за податливости берегов трещины. Форма такой зоны – круг диаметром, равным длине трещины (рис. 1). Принимается, что в этих зонах невозможно зарождение новых трещин и приостанавливается рост трещины, если ее вершина попадает в зону разгрузки от близлежащей трещины.

10. Объединенные трещины образуют фрактал, который в дальнейшем трактуется как одна трещина.

Таким образом, основными режимными параметрами модели являются: среднее значение интенсивности зарождения (скорость накопления) трещин;

отношение действующего напряжения  $\sigma$  к пределу текучести материала  $\sigma_Y$ ;

математическое ожидание скорости роста трещин без учета их объединения;

математическое ожидание величины прироста длин растущих трещин;

размеры повреждающейся поверхности;

предельно допустимое значение длины критической трещины, по достижении которого процесс разрушения приобретает спонтанный характер.

**Результаты моделирования.** При моделировании реализуются характерные для МР процессы поврежденности материалов в условиях циклического нагружения: случайные зарождение и рост трещин, их объединение. Рассеянные на поверхности трещины имеют различную длину (рис. 2). Размерные параметры трещин и повреждающейся поверхности при моделировании задаются в единицах масштаба (е.м). Для микрометровых [13] трещин можно принять: 1 е.м = 10 мкм (на рис. 2 размер максимального фрактала составляет приблизительно 200 е.м или 2 мм, а площадь повреждающейся поверхности –  $10^3 \times 10^3$  е.м ( $100 \text{ мм}^2$ )).

*Размерная неоднородность трещин.* Исследовали трещины, сформированные только за счет собственного роста, без влияния объединения. Получено, что распределения их длин характеризуются наличием большого количества относительно небольших трещин; экспериментальные гистограммы на промежуточных стадиях поврежденности имеют одну ниспада-

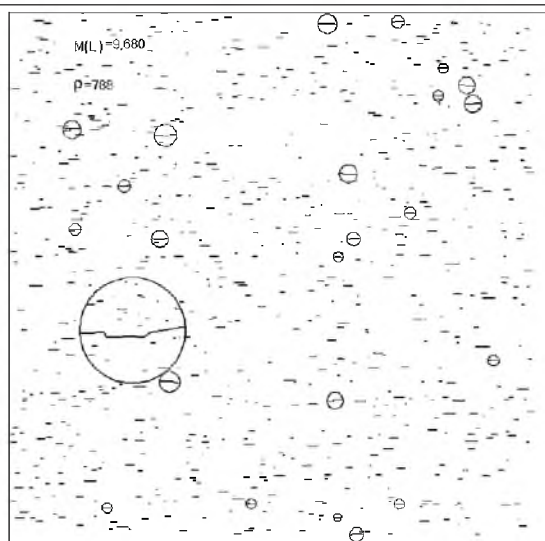


Рис. 2. Участок поверхности с трещинами при моделировании МР. (Кружками отмечены фракталы, образованные объединением трещин.)

ющую ветвь и в зависимости от режима моделирования могут быть аппроксимированы показательным, логарифмически нормальным и  $\gamma$ -распределениями или распределением Вейбулла (рис. 3). Этот результат не противоречит экспериментальным данным и теоретическим моделям [2, 3, 14–17]. Следует отметить, что область больших трещин на гистограммах целесообразно описывать показательным распределением [17], которое дает несколько завышенные результаты по количеству наиболее опасных длинных трещин по сравнению с другими распределениями (рис. 3).

Распределение количества фракталов по размерам для всех режимов моделирования удовлетворительно описывается логарифмически нормальным распределением (рис. 4).

Математическое ожидание (МО) и среднеквадратическое отклонение (СКО) длины трещины увеличиваются в процессе накопления повреждений приблизительно эквидистантно (рис. 5). Отклонение кривой 1 от штриховой линии, которая соответствует заданной при моделировании постоянной интенсивности зарождения трещин (одна трещина за 10 итераций), обусловлено процессами аннигиляции трещин при их объединении [18]. Нестабильность возрастания СКО в виде отдельных скачков связана с периодическим образованием крупных фракталов при объединении трещин. Последний скачок кривой 3 на рис. 5 объясняется внезапным формированием критического фрактала, предельная длина которого для всех режимов моделирования принята 200 е.м.

При моделировании реализуются два механизма распространения трещин: случайное во времени и по значению приращение длины за счет собственного роста и внезапное увеличение размеров из-за объединения соседних трещин, взаимодействующих вершинами. Наибольшие по размерам трещины (фракталы) растут скачкообразно за счет периодического “поглощения” других дефектов, расположенных в непосредственной близости от траектории их распространения (рис. 6).

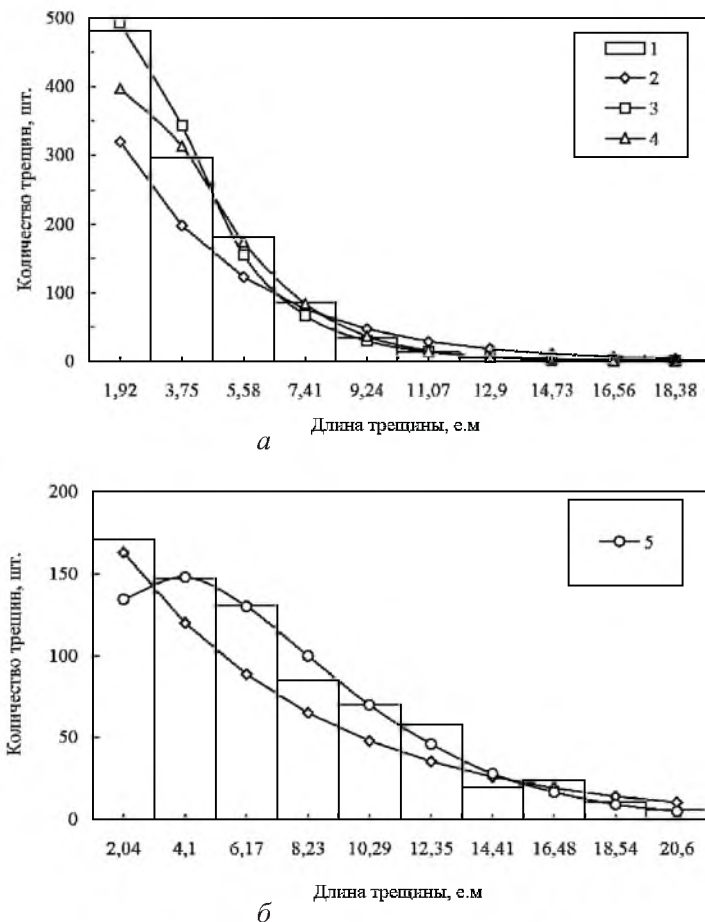


Рис. 3. Распределение количества трещин по размерам, полученное при моделировании с параметрами  $\beta_{\sigma} = 0,5$ ,  $V = 2,5 \cdot 10^{-4}$  е.м/итер (*а*) и  $V = 1 \cdot 10^{-3}$  е.м/итер (*б*): 1 – моделирование; 2 – показательное распределение; 3 – логарифмически нормальное; 4 –  $\gamma$ -распределение; 5 – распределение Вейбулла.

Полученные данные свидетельствуют об определяющем значении объединения рассеянных повреждений при формировании фракталов, распространении наибольших по длине трещин, образовании критических по размерам дефектов.

Начальная стадия объединения трещин, как правило, не приводит к критическим повреждениям. Размер наибольшего фрактала при этом соизмерим с максимальной длиной трещины среди тех, которые распространяются исключительно за счет собственного роста. Эта стадия составляет приблизительно 70% общей продолжительности процесса накопления повреждений до разрушения (рис. 7). Заключительный этап процесса деструкции характеризуется интенсивным ростом лидирующего по размерам фрактала за счет его объединения с другими дефектами.

Усредненные по пяти реализациям численного эксперимента зависимости максимального по длине повреждения (трещина или фрактал) от количества трещин на поверхности площадью  $10^6$  (е.м)<sup>2</sup> представлены на

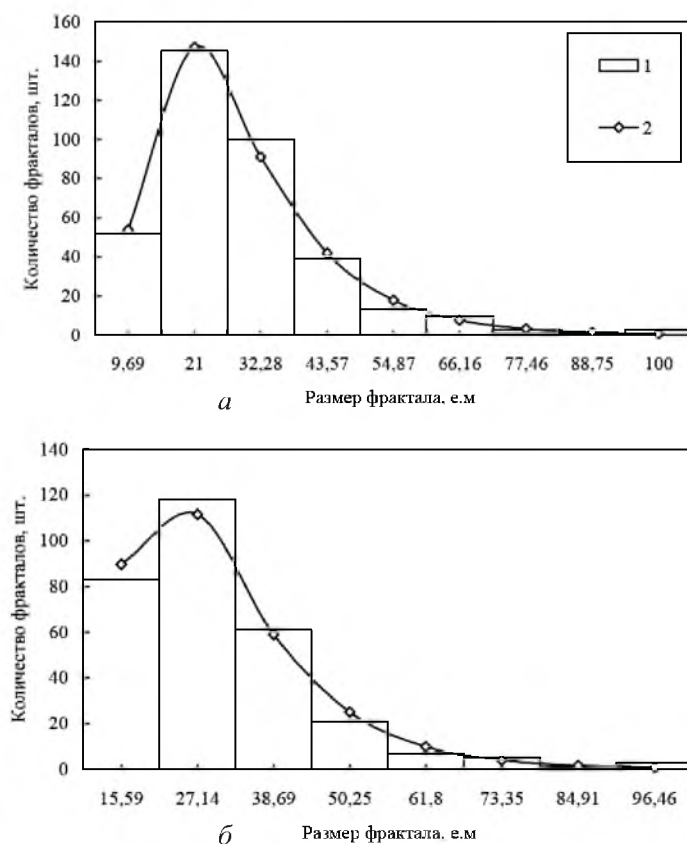


Рис. 4. Распределение количества фракталов по размерам, полученное при моделировании с параметрами  $\beta_{\sigma} = 0,5$ ,  $V = 2,5 \cdot 10^{-4}$  е.м/итер (*а*) и  $V = 5 \cdot 10^{-4}$  е.м/итер (*б*): 1 – моделирование; 2 – логарифмически нормальное распределение.

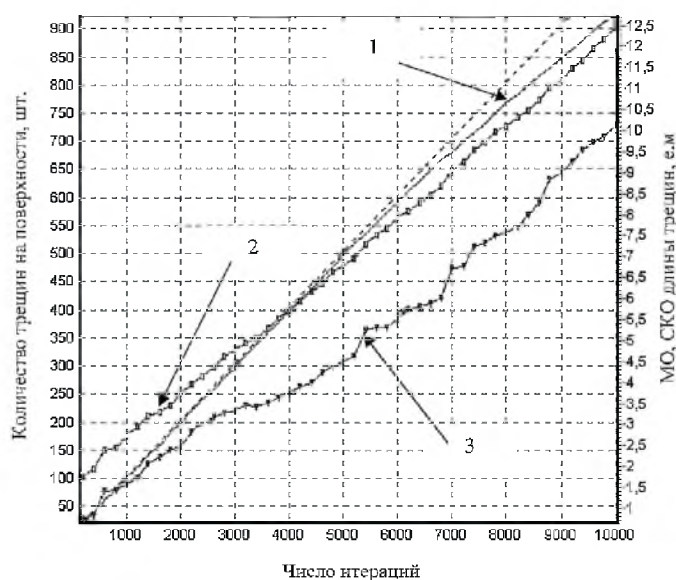


Рис. 5. Изменение количества трещин на поверхности (1), МО (2) и СКО (3) длины в зависимости от числа итераций при моделировании с параметрами  $\beta_{\sigma} = 0,5$  и  $V = 1 \cdot 10^{-3}$  е.м/итер.

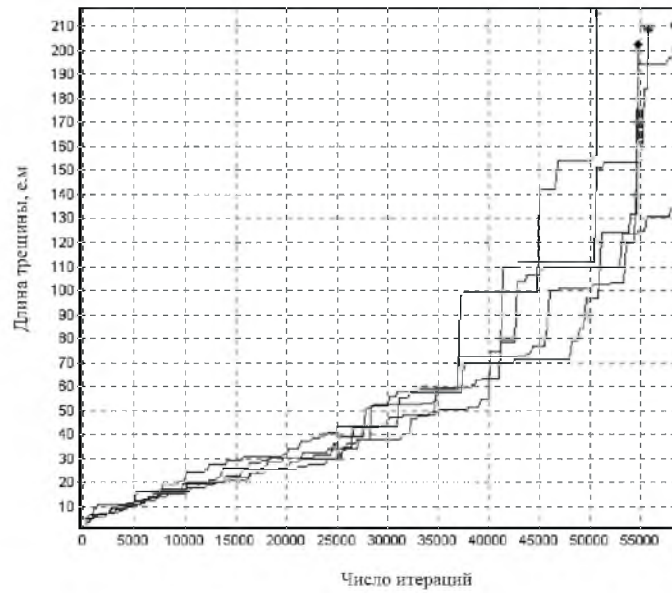


Рис. 6. Изменение размеров максимальной по длине трещины в зависимости от числа итераций при  $\beta_\sigma = 0,1$  и  $V = 2,5 \cdot 10^{-4}$  е.м/итер для пяти реализаций моделирования.

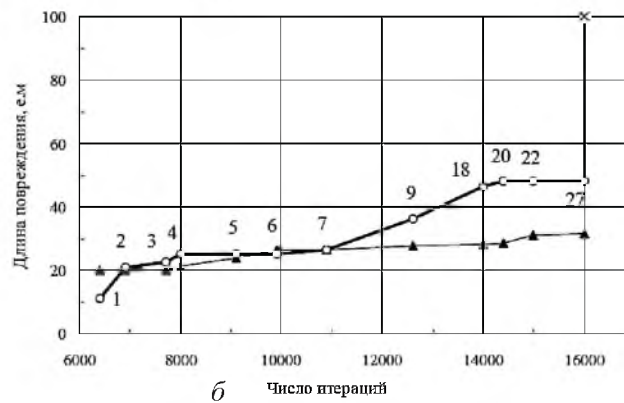
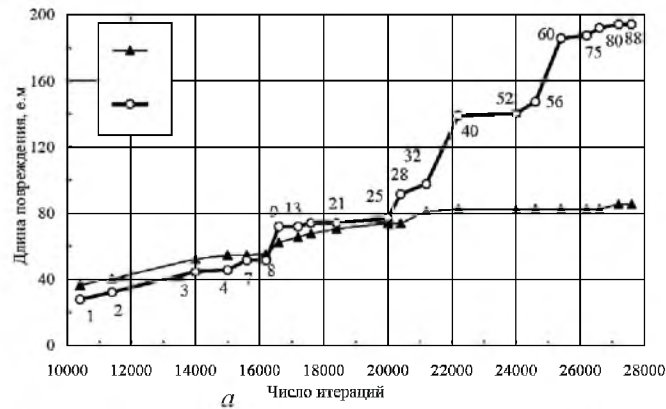
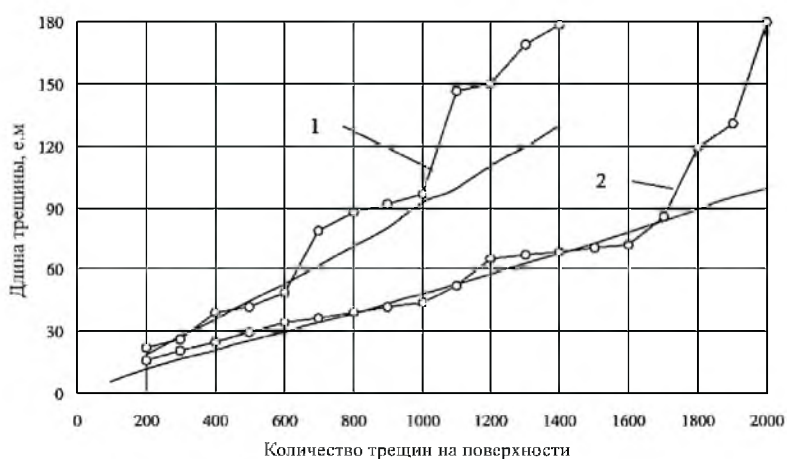


Рис. 7. Изменение размеров максимальной по длине трещины за счет собственного роста и наибольшего фрактала в зависимости от числа итераций при моделировании с параметрами  $\beta_\sigma = 0,1$ ,  $V = 1 \cdot 10^{-3}$  е.м/итер (а) и  $\beta_\sigma = 0,5$ ,  $V = 5 \cdot 10^{-4}$  е.м/итер (б):  $\blacktriangle$ ,  $\circ$  – соответственно наибольшие трещина и фрактал. (Цифры соответствуют количеству объединений.)

рис. 8. Там же приведены расчетные зависимости среднего значения максимальной по длине трещины в выборке из  $n$  дефектов. Для экспериментально полученных при моделировании значений МО длины  $m_l$  в выборке из  $n$  трещин эти зависимости определялись по формуле [9]:

$$\langle l_m \rangle = \frac{1 + \beta_\sigma}{2} m_l (\ln n + C), \quad (2)$$

где  $C$  – постоянная Эйлера,  $C = 0,5772$ .



а



б

Рис. 8. Изменение расчетного значения максимальной по длине трещины (сплошные линии) и максимального размера повреждения при моделировании (линии с точками) в зависимости от количества дефектов на поверхности при различных степени взаимовлияния трещин и скоростях распространения: а –  $\beta_\sigma = 0,1$ ; б –  $\beta_\sigma = 0,5$  ( $1 - V = 1 \cdot 10^{-3}$  е.м/итер, 2 –  $V = 5 \cdot 10^{-4}$  е.м/итер).

Из представленных на рис. 8 зависимостей следует, что в качестве параметра поврежденности при МР можно использовать размер максимальной трещины независимо от природы ее образования: за счет собственного



роста или объединения. При этом для известных значений  $n$  и  $m_l$  формула (2) может использоваться как критерий предельного состояния при МР в виде

$$l_{\max} \geq \langle l_m \rangle, \quad (3)$$

где  $l_{\max}$  – длина наибольшей трещины из имеющихся на поверхности.

**Заключение.** Разработанная с учетом характерного поведения системы коротких трещин модель позволяет осуществлять численный эксперимент по имитации МР поверхности материалов и получать необходимые данные без трудоемких экспериментальных исследований.

Основным фактором, определяющим разрушение при МР, является объединение рассеянных трещин, особенно на заключительной стадии, составляющей приблизительно 30% общей долговечности. На этой стадии рост лидерной трещины происходит исключительно за счет ее объединения с другими трещинами вдоль траектории распространения.

Предельное состояние конструкции определяется условием, согласно которому длина наибольшего из имеющихся повреждений выше расчетного значения максимальной длины трещины.

## Резюме

Розроблено імітаційну модель множинного руйнування, яка відтворює випадкові процеси зародження, зростання та об'єднання розсіяних поверхневих тріщин. Модель базується на методі статистичного моделювання (метод Монте-Карло) та на експериментально виявлених закономірностях руйнування. Встановлено, що основним фактором руйнування є об'єднання розсіяних тріщин, особливо на завершальній стадії, яка складає приблизно 30% загальної довговічності. Граничний стан конструкції визначається умовою, за якою довжина найбільшого з наявних пошкоджень вища за розрахункове значення максимальної довжини тріщини.

1. Ботвина Л. Р. Кинетика разрушения конструкционных материалов. – М.: Наука, 1989. – 232 с.
2. Игнатович С. Р. Закономерности множественного разрушения сплава ЭИ698ВД при малоцикловом нагружении // *Авиационная техника и технология*. – 2001. – Вып. 26. – С. 136 – 139.
3. Suh C. M. and Kitagawa H. Crack growth behavior of fatigue microcracks in low carbon steels // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1986. – 9, No. 6. – P. 409 – 424.
4. Ochi Y., Ishii A., and Sasaki S. K. An experimental and statistical investigation of surface fatigue crack initiation and growth // *Ibid.* – 1985. – 8, No. 4. – P. 327 – 339.
5. Winkler T., Brückner-Foigt A., and Riesch-Oppermann H. Statistical characterization of random crack patterns caused by thermal fatigue // *Ibid.* – 1992. – 15, No. 10. – P. 1025 – 1039.

6. Gao N., Brown M. W., and Miller K. J. Crack growth morphology and microstructural changes in 316 stainless steel under creep-fatigue cycling // *Ibid.* – 1995. – **18**, No. 12. – P. 1407 – 1422.
7. Parkins R. N. and Singh P. M. Stress corrosion crack coalescence // *Corrosion.* – 1990. – **46**, No. 6. – P. 485 – 499.
8. Fedelich B. A stochastic theory for the problem of multiple surface crack coalescence // *Int. J. Fract.* – 1998. – **91**. – P. 23 – 45.
9. Игнатович С. Р., Кучер А. Г., Якушенко А. С., Баишта А. В. Моделирование объединения рассеянных поверхностных трещин. Сообщ. 1. Вероятностная модель объединения трещин // *Пробл. прочности.* – 2004. – № 2. – С. 21 – 32.
10. Forsyth P. J. E. A unified description of micro and macroscopic fatigue crack behavior // *Int. J. Fract.* – 1983. – **5**. – P. 3 – 14.
11. Fedelich B., Frenz H., Österle W., and Stark K. Experimental and numerical evaluation of fatigue crack initiation and propagation for IN738LC at 850°C // *Mechanisms and Mechanics of Damage and Failure, ECF11*, Ed. J. Petit. – London: EMAS Chameleon Press, 1996. – P. 1237 – 1242.
12. Xin X. J. and De Los Rios E. R. Interactive effect of two coplanar cracks on plastic yielding and coalescence // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1994. – **17**, No. 9. – P. 1043 – 1056.
13. Немец Я. Развитие усталостных трещин // *Пробл. прочности.* – 1988. – № 7. – С. 9 – 18.
14. Игнатович С. Р., Трокоз Г. А. Прогнозирование ресурса с учетом особенностей развития системы поверхностных микрометровых трещин // *Там же.* – 1990. – № 3. – С. 17 – 22.
15. Игнатович С. Р., Трокоз Г. А., Йовенко С. И., Грищенко Н. В. Теоретическое и эмпирические распределения длин рассеянных поверхностных трещин // *Там же.* – 1992. – № 1. – С. 7 – 9.
16. Игнатович С. Р., Нинасивинча Сото Ф. Ф. Стохастическая модель формирования неоднородности размеров рассеянных трещин. Сообщ. 1. Стационарный рост трещин // *Там же.* – 1999. – № 3. – С. 104 – 113.
17. Игнатович С. Р., Нинасивинча Сото Ф. Ф. Стохастическая модель формирования неоднородности размеров рассеянных трещин. Сообщ. 2. Нестационарный рост трещин // *Там же.* – 1999. – № 4. – С. 59 – 67.
18. Olshewski J., Ziebs J., Fedelich B., et al. Modellierung des Schädigungsverhaltens der Legierung IN 738 LC unter mehrachsiger thermisch-mechanischer Beanspruchung // *Sonderforschungsbereich 339 «Schaufeln und Scheiben in Gasturbinen-Werkstoff- und Bauteilverhalten»*, Teilprojekt C2, Abschlußbericht, Berlin, 1997. – S. 1 – 63.

Поступила 20. 11. 2003