УДК 519.21

Н. Б. Марченко*, канд. техн. наук,
А. В. Толбатов,** асистент

*Національний авіаційний університет, м. Київ,
**Сумський державний університет, м. Суми

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИРОБЛЕННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ ГАЗОТУРБІННИМИ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЯМИ

Наведені результати дослідження процесів вироблення електроенергії автономними газотурбінними електростанціями, з використанням обґрунтованої математичної моделі лінійних випадкових процесів, а також результати статистичної обробки реалізацій вироблення електроенергії.

Ключові слова: *газотурбінна електростанція, статистична обробка, математична модель, лінійний випадковий процес, кореляційна функція, спектральна щільність.*

У другій половині ХХ ст. в світовій практиці набули значного поширення газотурбінні електростанції (ГТЕ) з газотурбінними двигунами і їх сумарна потужність до 1970 перевищила 2000 МВт.

Інтенсивний розвиток ГТЕ обумовлений рядом факторів, в першу чергу — більш високим коефіцієнтом корисної дії, використанням типових компактних конструкцій та модулів при створенні електростанцій, кращими екологічними показниками та ін.

Питанням побудови моделі процесу вироблення електроенергії присвячено ряд публікацій [5, с. 69—71; 6, с. 104—112]. Коротко зупинимось на основних факторах формування процесу вироблення електроенергії і розглянемо функціональну схему конкретної електростанції ГТЕ-16.

Циклічність роботи електростанції з часовим циклом $T_0 = 24$ години обумовлена циклічним обертанням нашої планети. Значення циклу $T_0 = 24$ години підтверджена значною кількістю спостережень і результатами практичних вимірювань характеристик роботи електростанцій та енергетичних мереж. Так, наприклад, загальними характеристиками електростанцій є мінімальні і максимальні значення струмів, часові інтервали їх змін та їх тривалість. Випадковість або стохастичність формування процесу вироблення електроенергії обумовлюється дією значної кількості випадкових факторів, а саме: зміни динаміки функціонування джерел вироблення електроенергії у різні моменти часу, різна тривалість по часу їх включення та вимикання, зміна інтенсивності, тощо.

Зупинимось на означенні моделі процесу вироблення електроенергії [6, с. 107—110]. Під математичною моделлю процесу вироблення електроенергії розуміється сукупність знань, припущень та гіпотез, побудованих у вигляді цілісної, логічно витриманої несуперечливої структури, яка гомоморфно відображає основні властивості вироблення електроенергії, в тому числі стохастичність і циклічність, сформульована з використанням математичних об'єктів, термінів, символів і призначена для розв'язання певного класу задач.

Для побудови моделі використовується конструктивний метод побудови випадкових функцій — метод стохастичних інтегральних зображень випадкових функцій [1, с. 110—111]. Широке застосування цього методу у порівнянні з іншими методами обумовлено наступним:

- метод є подальшим розвитком і узагальненням таких відомих методів як методи білого шуму, формуючих фільтрів, породжуючого процесу, канонічних уявлень, які мають фізичну інтерпретацію формування значної кількості випадкових функцій;
- на основі цього методу побудований клас лінійних випадкових функцій, у загальному випадку неоднорідних по просторовим координатам, нестаціонарних по часу і негауссівських по законам розподілу, а стаціонарні, періодичні, гауссівські, пуассонівські та інші випадкові функції є або їх вкладеними компонентами або, просто частинними випадками;
- для лінійних випадкових функцій отримано повний у ймовірнісному сенсі опис у вигляді багатовимірної характеристичної функції, що дає можливість проводити аналіз лінійних випадкових функцій як у рамках кореляційної теорії, так і з урахуванням моментних функцій вищих порядків.

Назва моделі "ритмічна" пов'язана з тим, що енергонавантаження породжені первинним циклом з часовою тривалістю $T_0 = 24$ години, тобто спочатку є цикл, який породжує відповідну ритмічність.

Відмітимо, що значне число математичних моделей енергетичних процесів використовується як адитивна сума так званого «тренда» і випадкового, у більшості випадків, стаціонарного процесу. У загальному випадку така модель як відповідне рівняння має:

- один розв'язок, якщо задана права частина, тобто заданий тренд і випадковий процес;
- нескінченне число розв'язків, якщо задана ліва частина — досліджуваний процес, — а дві компоненти правої сторони рівняння не задані.

У даній роботі математична модель описується одним випадковим процесом – лінійним періодичним процесом, а його математичне сподівання розглядається як тренд. Спочатку розглянемо модель лінійного випадкового процесу [3, с. 54—58], а потім його частинний випадок — лінійний періодичний процес як модель процесу вироблення електроенергії ГТЕ.

Наведемо дані вимірювань потужності вироблення електроенергії за шість місяців роботи ГТЕ. В якості прикладу взято січень-червень 2006 року. Вимірювання відбувалися цілодобово з інтервалом 30 хвилин, (одиниця вимірювань — 1 кВт). При цьому вимірювання даних потужності вироблення електроенергії проводиться за умови однорідності температури навколишнього середовища (температури повітря в машинному залі ГТЕ). На рис. 1 та в таблиці 1 наведено середні значення даних вимірювань по тижнях, за період січень-червень 2006 року, період склав 26 тижнів. На рис. 2 представлені середні значення даних вимірювань за день, період склав 180 днів.

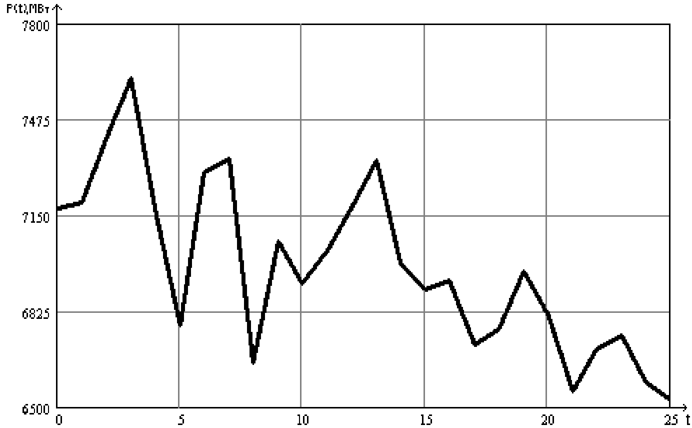

Рис. 1. *Середні значення даних вимірювань по тижнях*

Таблиця 1

Середні значення даних вимірювань по тижнях

№ тижня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
середнє значення	7174	7196	7407	7617	7173	6779	7293	7340	6649
№ тижня	10	11	12	13	14	15	16	17	18
середнє значення	7064	6921	7173	7030	7333	6990	6897	6930	6709
№ тижня	19	20	21	22	23	24	25	26	
середнє значення	6762	6961	6815	6553	6697	6739	6582	6525	

В даній роботі будемо замість реального процесу використовувати його математичну модель, отриману шляхом моделювання.

Більш детально зупинимося на моделюванні лінійного процесу з дискретним часом. При побудові моделі гільбертового випадкового процесу [1, с. 118—119] використовують різні моделі лінійних формуючих систем.

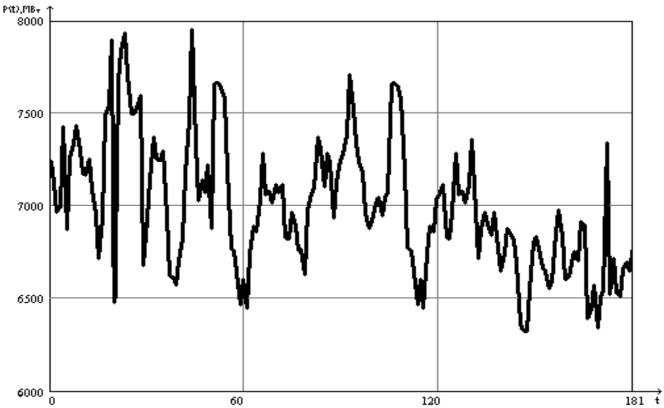

Рис. 2. *Середні значення даних вимірювань за день*

В дискретному випадку це можуть бути моделі типу ковзного середнього, а в неперервному — це різні типи фільтрів, тобто системи, що формують згортку породжуючих процесів, в якості яких найчастіше вибирають білий шум або імпульсні реакції формуючого фільтра. Такі моделі дістали назву лінійних випадкових процесів.

Лінійний процес визначається наступним чином [3, с. 59—62]:

$$\xi(t) = \int_0^{\infty} \varphi(\tau, t) d\eta(\tau) \, , \; t \in T,$$

де T — область визначення даного процесу в часі, $\varphi(\tau, t)$ — числова невипадкова функція, інтегрована з квадратом по τ при всіх $t \in T$, яка зветься ядром лінійного процесу, а $\eta(\tau)$, $\tau \in (-\infty, \infty)$ — процес типу білого шуму, який зветься породждуючим процесом.

Будемо використовувати в якості вихідних моделей процесу вироблення електроенергії часові ряди або лінійні випадкові процеси з дискретним часом, які характеризують діагностичні сигнали, що супроводжують роботу електроенергетичного обладнання.

Часто стохастичні випадкові процеси, які вивчаються в прикладних задачах, формуються за допомогою суми елементарних процесів-доданків, при цьому число доданків безмежно зростає. Тобто самі доданки нескінченно малі, а їх кількість прямує до нескінченності. Тоді виникає проблема побудови математичних моделей таких процесів. Тому доцільно коротко зупинитися на математичних аспектах її формування.

Нехай $\left\{\eta_{jk}(t), \quad k = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}\right\}$ — стохастично незалежні елементи, або серії. Умова стохастичної незалежності не є принциповою і потрібна для простоти викладу.

Введемо для частинних сум позначення

$$\xi_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \eta_{nk}(t),\ t \in [0,T]. \quad (1)$$

Позначимо граничний випадковий процес для послідовностей частинних сум через $\xi(t)$ і припустимо, що в будь-який момент часу $t \in [0,T]$ його значення формуються за допомогою суми незалежно розподілених випадкових величин $\eta_{nk}(t)$.

Тоді сумарний процес будемо розглядати як граничний по ймовірності послідовності сум серій. В результаті отримаємо

$$\xi(t) = \lim_{n\to\infty} \xi_n(t) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \eta_{nk}(t),\ t \in [0,T], \quad (2)$$

якщо він існує. Від звичайної границі часткових сум деякого ряду границя (2) відрізняється тим, що з ростом n усі доданки, що входять у цю суму, у загальному випадку не залишаються незмінними. Зокрема, дана границя містить у собі і випадок збіжності послідовності часткових сум деякого ряду.

Чимало прикладних задач, зокрема задача дослідження та моделювання процесу вироблення електроенергії, призводять до використання випадкових процесів, які можна описати як впорядковане скінченне або зліченне сімейство випадкових величин на деякому часовому інтервалі. При розробці програмного забезпечення для обробки статистики неперервних випадкових процесів, представлених неперервними функціоналами від вибіркових реалізацій, часто замість неперервних функцій використовують їх відліки, тобто використовують метод квантування по часу.

Розглянемо метод моделювання псевдовипадкової [4, с. 100—103] послідовності з заданою кореляційною функцією за допомогою лінійного процесу. Позначимо через $\zeta(t),\ t \in \left(\overline{-\infty,\infty}\right)$ білий шум, тобто процес з незалежними значеннями. Будемо будувати всі інші моделі шляхом лінійної “фільтрації” (згортки), тобто як дискретні згортки виду

$$\xi(t) = \sum_{\tau=1}^{\infty} \varphi(\tau)\zeta(t-\tau),\ t \in \left(\overline{-\infty,\infty}\right), \quad (3)$$

де $\varphi(t)$ — деяка невипадкова функція, для якої

$$\sum_{t=1}^{\infty} \varphi^2(t) < \infty . \quad (4)$$

Якщо виконується (4), то лінійний процес називається гільбертовим. З фізичної точки зору це означає, що випадковий процес повинен мати скінченну потужність, тобто дисперсія приростів процесу $\zeta(t)$ має бути скінченною.

Процес (3) називається лінійним випадковим процесом з дискретним часом

$$M\xi(t)=\chi_1\sum_{\tau=1}^{\infty}\varphi(\tau), \tag{5}$$

де $\chi_1 = M\zeta(t)$, $M(.)$ — оператор математичного сподівання випадкової величини $\zeta(t)$.

Кореляційна функція процесу (3) визначається так:

$$R(s)=\chi_2\sum_{t=-\infty}^{\infty}\varphi(t)\varphi(t+s), \tag{6}$$

де $\chi_2 = M\zeta^2(t)$ — другий початковий момент випадкової величини $\zeta(t)$. Однією з головних вимог до будь-якої моделі є допустимість проведення над її елементами певного класу операцій, в результаті яких повинні отримати елементи тієї ж моделі, тобто не виходити за її межі.

Зокрема, якщо формуючий фільтр є фізично реалізованим, то формула (5) приймає вигляд

$$\mathrm{M}\xi(t)=\chi_1\sum_{\tau=0}^{\infty}\varphi(\tau). \tag{7}$$

Кореляційну функцію процесу (3) можна переписати так

$$R(s)=\chi_2\sum_{t=0}^{\infty}\varphi(t)\varphi(t+s), \tag{8}$$

де $s\in\left(\overline{0,\infty}\right)$.

Останнє вірно, коли всі $\zeta(t)$ однаково розподілені, тоді (3) є стаціонарним процесом.

Спектральна щільність потужності процесу $\xi(t)$, що відповідає кореляційній функції (8), визначається наступним чином:

$$S(\omega)=\sum_{s=-\infty}^{\infty}R(s)\cos\omega\ s=R(0)+2\sum_{s=1}^{\infty}R(s)\cos\omega\ s, \tag{9}$$

де $\omega\in[-\pi,\pi)$.

Зауважимо, що при практичному використанні згортки нескінченні суми замінюються на скінченні. Так, коли треба за допомогою згортки виду (3) отримати $N+1$ відлік процесу $\xi(t)$, $t\in[0,N]$ при заданій кількості відліків $M+1$ функції $\varphi(m)$, $m\in[0,M]$, то тоді можна скористатися формулою

$$\xi(t)=\sum_{m=0}^{M}\varphi(m)\zeta(t-m)=\sum_{m=t-M}^{t}\zeta(m)\varphi(t-m),\ t\in[0,N] \tag{10}$$

і при цьому потрібно мати $\zeta(\tau)$ на відрізку $[-M,N]$.

Це необхідно для того, щоб уникнути появи на кінцях суми нульових доданків в формулі (7), тобто виключити невстановлену фільтрацію на початку і перехідні явища наприкінці роботи цифрового фільтра, тому і вибирають тривалість вхідного сигналу на заданому інтервалі.

Таким чином, щоб отримати $N+1$ відлік $\xi(t)$ треба мати $N+M+1$ відліків $\zeta(\tau)$ при числі відліків $M+1$ функції $\varphi(t)$.

Виходячи з того, що при застосуванні формули (10) ми використовуємо $\varphi(\tau)$ лише при $\tau \in [0, M]$, обчислювальну формулу для $R(s)$ можна записати у вигляді

$$\tilde{R}(s) = \chi_2 \sum_{t=0}^{M-|s|} \varphi(t)\varphi(t+|s|),\ |s| \in [0, M]. \tag{11}$$

Проте коли нам відомі значення $\varphi(\tau)$ при $\tau \in [0, M+s]$, замість границь суми, які вказані в (11), можна використати більш широкі межі, а саме $|s| \in [0, M+s]$.

Для побудови кореляційної функції розглянемо одну реалізацію випадкового процесу. Значення незалежних реалізацій ζ_i, $i = 1, 2, \ldots, N$ випадкової величини ζ взято з експериментальних даних вимірювань потужності вироблення електроенергії за поточний період. В даному випадку візьмемо об'єм вибірки $N = 1200$.

Будуємо графік оцінки кореляційної функції $R(s)$ однієї з реалізацій, де $s \in (-24, 24)$. Нормована кореляційна функція приймає в нулі значення одиниці. Якщо порівняти теоретичні викладки щодо кореляційної функції і графік оцінки, який зображено на рис.3 (графік був отриманий за допомогою спеціально розробленої програми до ПЕОМ), то очевидно, що вони співпадають, зокрема в точці $R(0) = 1$.

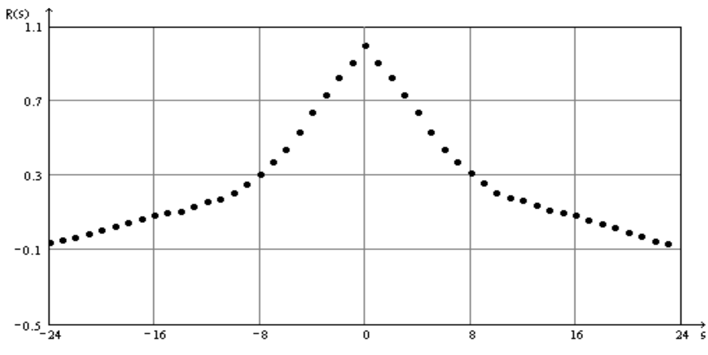

Рис. 3. *Графік оцінки кореляційної функції* $R(s)$

Висновки

Використані в роботі методи математичного моделювання дозволяють теоретично обґрунтувати і здійснити перевірку діагностичних ознак. А саме, запропоновані імітаційні моделі надають можливість (шляхом підстановки конкретних числових значень параметрів імітаційної моделі) прослідкувати тенденцію зміни кількісних оцінок діагностичних ознак в залежності від можливого технічного стану об'єктів.

Використання імітаційних моделей дозволяє значно скоротити час проведення експерименту завдяки тому, що підготовка і проведення досліджень на фізичних моделях потребує значно більших затрат у часі.

Враховуючи результати розвитку сучасної теорії випадкових процесів, у роботі використана методологія розробки математичних моделей основних інформаційних сигналів і перешкод у класі лінійних випадкових процесів, фізичні фактори формування яких мають стохастичний характер.

Список використаних джерел:

1. Бабак В. П. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика / В. П. Бабак, Б. Г. Марченко, М. Є. Фриз. — К. : Техніка, 2004. — 288 с.
2. Ермаков С. М. Статистическое моделирование / С. М. Ермаков, Г. А. Михайлов. — М. : Наука, 1982. — 296 с.
3. Марченко Б. Г. Линейные случайные процессы и их приложения / Б. Г. Марченко, Л. М. Щербак. — К. : Наукова думка, 1975. — 186 с.
4. Марченко Н. Б. Моделювання матриці фі-серій та її використання при аналізі точності інформаційно-вимірювальних систем діагностики електроенергетичного обладнання / Н. Б. Марченко, М. В. Мислович // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск: “Проблеми сучасної електротехніки”. — 2006. — Ч.4. — С.100–103.
5. Толбатов А. В. Аналіз графіків енергонавантажень електростанцій по даним спостережень / А. В. Толбатов // Тези науково-технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів фізико-технічного факультету. — Суми : СумДУ, 2005. — С. 69–71.
6. Толбатов А. В. Стохастична ритмічна модель навантаження енергогенеруючих установок / А. В. Толбатов, В. Д. Черв'яков, Т. Л. Щербак // Вісник національного технічного університету "ХПІ" : збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. — Харків : НТУ "ХПІ", 2005. — №57. — С. 104–112.

The results of investigations of self-power generation gas turbine power plants, using reasonable mathematical model of linear random processes with discrete time and the results of statistical processing implementations generate electricity.

Key words: *gas turbine power plants, statistical processing, mathematical model, linear random process, correlation function, spectral density.*

Отримано: 19.10.2012