

УДК 621

**Т. Л. Щербак**, асистент

Національний авіаційний університет, м. Київ

## ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ ЦИКЛІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ

Результати математичного і комп'ютерного дизайну, статистичної обробки вимірів циклічних процесів електроспоживання в регулярних і непостійним режимах.

**Ключові слова:** процес електроспоживання, штатний і нештатний режими, періодичний випадковий процес, однорідні реалізації, довірчий інтервал, момент розладу динаміки.

**Вступ.** У статті наведено результати розв'язку ряду задач математичного моделювання та статистичної обробки циклічних процесів електроспоживання організацій, як об'єкту наукових досліджень [1—3; 6; 7].

Дослідження процесів електроспоживання запропоновано проводити для штатного і нештатного режимів. Для цього фактори формування таких процесів умовно розділено на дві групи.

Фактори формування штатного режиму (група А):

- штатний режим роботи систем електропостачання (енергозабезпечення) і електроспоживання;
- циклічний добовий характер процесів електроспоживання з періодом  $T_0 = 24$  години;
- випадковість часових моментів включення, виключення, часової тривалості і кількісних характеристик споживання електроенергії;
- незалежність дії споживачів електроенергії у часі і просторі;
- типові природні та метеорологічні умови.

Додаткові фактори формування нештатного режиму (група Б):

- нештатні режими функціонування систем електропостачання (енергозабезпечення) або (і) електроспоживання;
- наявність природних катаклізмів, аварій, катастроф та інше;
- несанкціонований відбір електроенергії;
- промахи, помилки обслуговуючого персоналу;
- роботи по відновленню до штатного режиму.

Для штатного режиму процесів електроспоживання характерною є дія факторів групи А, а для нештатного — дія факторів групи А і Б.

Таким чином при конкретизації задач досліджень розглядається два режими процесів електроспоживання, а саме:

- штатний режим — поточне функціонування всіх об'єктів (систем) електропостачання і електроспоживання у рамках визначених і прогнозованих режимах роботи, включаючи режими випробувань, ремонту, профілактики та інші при природних і метеорологічних умовах, які відносять до типових;
- нештатний режим — це як миттєва, так і поточна зміна характеру роботи, а відповідно і характеристик об'єктів (систем) електропостачання і електроспоживання, яка відбувається випадково в часі або (і) просторі, обумовлена аваріями, катастрофами, несанкціонованим відбором електроенергії, різкими змінами характеристик природних явищ, метеорологічних умов.

При аналізі відомих результатів досліджень була використана наступна класифікація рівнів електроспоживання:

- сукупність різнопланових споживачів електроенергії однієї організації, підприємства;
- об'єднання сукупності організацій, підприємств, соціальної сфери району, міста;
- об'єднання районів, міст регіону;
- сукупність регіонів держави.

Запропонована класифікація дала можливість зробити висновки і конкретизувати задачі дослідження електроспоживання організації, як першого і найбільш динамічного рівня в мережі споживання електроенергії. Аналіз відомих результатів досліджень висвітлив і наступні проблеми:

- математичні моделі описують в основному інтегральний характер споживання електроенергії (другий, третій і четвертий рівні), не враховуючи зміни динаміки електроспоживання, яка у значній мірі проявляється на першому рівні;
- відповідні статистичні методи обробки даних вимірювань електроспоживання не враховують у певній мірі нестационарний характер зміни динаміки;
- не запропоновано використання моделі періодичного випадкового процесу як загальної моделі електроспоживання для широкого кола організацій з різними режимами роботи;
- відсутні моделі для нештатного режиму.

Перейдемо до наведення основних результатів доповіді.

**Загальна постановка задач.** Розробити математичні моделі процесів електроспоживання організацій для штатного і нештатного режимів, обґрунтувати статистичні методи обробки даних вимірювань електроспоживання для штатного режиму, визначити алгоритми комп'ютерного моделювання реалізацій електроспоживання для нештатного режиму.

**Результати досліджень.** Фізичний механізм формування процесу електроспоживання є стохастичним, тому дослідження електроспоживання проводяться з використанням методів теорії випадкових процесів [2; 3; 6; 7].

**1. Штатний режим.** При створенні моделі, яка б відображала можливі зміни динаміки процесу електроспоживання у штатному режимі різними організаціями, враховувались результати попередньої статистичної обробки даних вимірювань, а також публікацій [8; 9].

1.1. Математична модель процесу потужності електроспоживання організації у штатному режимі на поточній часовій вісі спостереження  $t \in [0, T_c]$  (тиждень, місяць) описується кусково-однорідним періодичним випадковим процесом виду

$$\xi_{\text{шт}}(\omega, t) = \sum_{k=1}^l \zeta_k(\omega, t) I_k \left( \bigcup_{i=1}^{q_k} [\tau_{k(2i-1)}, \tau_{k(2i)}], t \right), \quad (1)$$

$$\omega \in \Omega, t \in [0, T_c], l, q_k \in N,$$

де сукупність компонент  $\{\zeta_k(\omega, t), k = \overline{1, l}\}$  періодичних з періодом  $T_0 = 24$  години випадкових процесів формує векторний періодичний процес виду

$$\xi_l(\omega, t) = (\zeta_1(\omega, t), \dots, \zeta_l(\omega, t)), \quad (2)$$

а кожна  $k$ -та однорідна компонента  $\zeta_k(\omega, t)$ , яка визначається на часовій області — об'єднанні  $q_k$  неперервних інтервалів часу виду, задана індикаторною функцією

$$I_k \left( \bigcup_{i=1}^{q_k} [\tau_{k(2i-1)}, \tau_{k(2i)}], t \right) = \begin{cases} 1, & t \in \bigcup_{i=1}^{q_k} [\tau_{k(2i-1)}, \tau_{k(2i)}] \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases} \quad (3)$$

для послідовності часових моментів зміни однорідності статистичних характеристик компонент — зміни динаміки процесу електроспоживання  $\{\tau_{ki}, k = \overline{1, l}, i = \overline{1, 2q_k}\}$ .

Модель (1) задана для неперервного часу  $t \in [0, T_c]$ . Враховуючи дискретний час вимірювань потужності електроспоживання, наприклад,  $\Delta t \in \{1 \text{ хв}, 5 \text{ хв}, 10 \text{ хв}, 15 \text{ хв}, 30 \text{ хв}, 60 \text{ хв}\}$ , дискретний процес  $\xi_{\text{шт}}(\omega, t_j)$ ,  $t_j \in [0, T_c]$ ,  $j = \overline{1, n}$  є вкладеним в (1) і заданим на дискретній ґратці часу з рівномірним кроком  $\Delta t$ , тобто

$$\{t_j = j\Delta t, j = \overline{1, n}, t_1 = 0, (n-1)\Delta t = T_c\}. \quad (5)$$

Визначимо характеристики моделі (1) з дискретним часом, тобто для процесу  $\xi_{\text{шт}}(\omega, t_j)$  у рамках кореляційної теорії.

Обґрунтування значення  $l \in N$  є першим етапом конкретизації моделі (1).

Визначення числа компонент  $l$  моделі (1) дає можливість обчислити послідовність моментів зміни динаміки електроспоживання (4), які для дискретного процесу  $\xi_{\text{шт}}(\omega, t_j)$  задані на дискретній часовій ґратці з рівномірним кроком  $\Delta t = T_0 = 24$  години

$$\{0, T_0, 2T_0, \dots, (p-1)T_0 = T_c\}, p \in N. \quad (6)$$

Послідовність моментів зміни динаміки електроспоживання (4) формує об'єднання інтервалів однорідності статистичних характеристик кожної  $k$ -тої компоненти моделі (1) у виді

$$\bigcup_{i=1}^{q_k} [\tau_{k(2i-1)}, \tau_{k(2i)}]. \quad (7)$$

Для дискретного процесу  $\xi_{\text{шт}}(\omega, t_j)$  область визначення  $k$ -тої однорідної компоненти задається на дискретній часовій ґратці з рівномірним кроком  $\Delta t$  на тому ж об'єднанні часових інтервалів (7) відповідно

$$t_{kj} \in \bigcup_{i=1}^{q_k} [\tau_{k(2i-1)}, \tau_{k(2i)}], \quad (8)$$

а індикаторна функція (3) стає одиничною решітчастою функцією, яку у подальшому будемо позначати так

$$I_k \left( \bigcup_{i=1}^{q_k} [\tau_{k(2i-1)}, \tau_{k(2i)}], t_{kj} \right) = I_k(\Delta t_k, t_{kj}). \quad (9)$$

Характеристики дискретного процесу  $\xi_{\text{шт}}(\omega, t_j)$  є такими:

- вектор математичних сподівань

$$a(t) = (a_1(t_{1j})I_1(\Delta\tau_1, t_{1j}), \dots, a_l(t_{lj})I_l(\Delta\tau_l, t_{lj})); \quad (10)$$

вектор дисперсій

$$\sigma^2(t) = (\sigma_1^2(t_{1j})I_1(\Delta\tau_1, t_{1j}), \dots, \sigma_l^2(t_{lj})I_l(\Delta\tau_l, t_{lj})); \quad (11)$$

вектор одновимірних функцій розподілу

$$F(x, t) = (F_1(x, t_{1j})I_1(\Delta\tau_1, t_{1j}), \dots, F_l(x, t_{lj})I_l(\Delta\tau_l, t_{lj})). \quad (12)$$

Запропонована поточна модель (1) процесу електроспоживання у штатному режимі може бути використана для широкого кола організацій з різними режимами роботи, а також для досліджень у ковзному режимі на більш тривалих часових інтервалах спостереження, наприклад, року.

**1.2. Статистична обробка.** Модель процесу електроспоживання (1) у значній мірі визначає методологію статистичної обробки даних вимірювань потужності електроспоживання конкретної організації. Використання періодичних випадкових процесів визначає алгоритм обчислення статистичних оцінок характеристик (10)—(12) по даним вимірювань, формування ансамблів однорідних реалізацій. Сформулюємо задачу статистичної обробки даних вимірювань потужності електроспоживання.

**Задано.** Матриця добових даних вимірювань потужності реалізацій процесу електроспоживання  $\xi_{шт}(\omega, t_j)$  з дискретним часом на інтервалі спостереження (тиждень, місяць)  $t_j \in [0, T_c]$  має вид

$$P_{m n}(t) = \left\| \begin{array}{ccc} P_1(t_1) & \dots & P_1(t_n) \\ P_2(t_{n+1}) & \dots & P_2(t_{2n}) \\ \vdots & & \\ P_m(t_{(m-1)n+1}) & \dots & P_m(t_{mn}) \end{array} \right\| =$$

$$= \left\| \begin{array}{ccc} P_1(t_1) & \dots & P_1(t_n) \\ P_2(T_0+t_1) & \dots & P_2(T_0+t_n) \\ \vdots & & \\ P_m(T_0(m-1)+t_1) & \dots & P_m(T_0(m-1)+t_n) \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} P_1(t_1) & \dots & P_1(t_n) \\ P_2(t_1) & \dots & P_2(t_n) \\ \vdots & & \\ P_m(t_1) & \dots & P_m(t_n) \end{array} \right\| \quad (13)$$

**Необхідно.** Визначити статистичні оцінки характеристик моделі (1) з дискретним часом у рамках кореляційної теорії.

Наведемо послідовно етапи статистичної обробки даних вимірювань потужності електроспоживання для розв'язання поставленої задачі.

**Визначення законів розподілу компонент кусково-однорідного процесу електроспоживання.** У загальному випадку компоненти моделі (1) можуть мати різні закони розподілу і це обумовлюється різними режимами роботи організацій. Але у більшості практичних випадків процеси електроспоживання організацій формуються дією значної кількості незалежних споживачів електроенергії у часі і в просторі. При цьому виконуються умови центральної граничної теореми і закон розподілу процесу електроспоживання є гауссовим. Ре-

зультати статистичної обробки реальних даних вимірювань електроспоживання організації підтверджують гіпотезу про гауссовий закон розподілу [2]. У подальшому будемо розглядати статистичну обробку даних вимірювань гауссового процесу електроспоживання.

**Визначення числа компонент кусково-однорідного процесу електроспоживання.**

1. На першому кроці вибираються перші дві добові реалізації матриці (13) даних вимірювань електроспоживання і обчислюється послідовність значень їх різниці

$$\Delta_{i,(i+1)}(t_j) = P_i(t_j) - P_{(i+1)}(t_j), \quad i = \overline{1, m-1}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (14)$$

2. Обчислюється статистична оцінка середнього (14)

$$\bar{\Delta}_{i,(i+1)} = \frac{\sum_{j=1}^n \Delta_{i,(i+1)}(t_j)}{n}. \quad (15)$$

3. Вчислюється статистична оцінка дисперсії (14)

$$s_{i,(i+1)}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n [\Delta_{i,(i+1)}(t_j) - \bar{\Delta}_{i,(i+1)}]^2}{n-1}. \quad (16)$$

4. Обчислюється  $t$ -статистика

$$t_{i,(i+1)} = \frac{\bar{\Delta}_{i,(i+1)}(\sqrt{n-1})}{s_{i,(i+1)}}. \quad (17)$$

5. Задавшись рівнем значимості, в більшості практичних випадків  $\alpha = 0,05$ , формулюємо дві статистичних гіпотези про однорідність реалізацій  $P_i(t_j)$  і  $P_{(i+1)}(t_j)$ .
6. На основі проведення операцій 4 і 5 перевіряємо статистичні гіпотези про однорідність всіх можливих комбінацій попарних реалізацій матриці (13), тобто перевірка статистичних гіпотез про однорідність всіх пар реалізацій  $P_i(t_j)$  і  $P_g(t_j)$  при  $i, g = \overline{1, m}$ ,  $i \neq g$ .
7. Таким чином, шляхом перевірки статистичних гіпотез про однорідність реалізацій матриці (13) даних вимірювань потужності електроспоживання на поточному часовому інтервалі спостереження визначаємо число компонент  $l \in N$  моделі (1).

Таку послідовність операцій можна зробити ковзною на подальший інтервал спостереження, тобто на подальший тиждень, місяць і т.д.

**Формування ансамблів однорідних реалізацій компонент нестационарного кусково-однорідного процесу електроспоживання.** Визначення числа компонент  $l$  моделі (1) дає можливість розбити

первинну матрицю даних вимірювань потужності процесу електроспоживання (13) на  $l$  прямокутних матриць, тобто

$$P_{d_1n}(t) + P_{d_2n}(t) + \dots + P_{d_l n}(t) = P_{mn}(t), \quad (18)$$

де

$$d_1 + d_2 + \dots + d_l = m. \quad (19)$$

Кожна матриця  $P_{d_k n}(t)$  є матрицею реалізацій  $k$ -тої компоненти  $\zeta_k(\omega, t)$  моделі (1). Далі таку матрицю будемо називати ансамблем однорідних реалізацій, яка є основним статистичним матеріалом для визначення статистичних оцінок характеристик процесу (1).

**Визначення статистичних оцінок характеристик компонент процесу електроспоживання.** Використовуючи статистичний метод усереднення по ансамблю синхронізованих по часу реалізацій нестационарного періодичного процесу і сформовані ансамблі однорідних реалізацій компонент виду (18) моделі (1), отримуємо статистичні оцінки характеристик (4), (7), (10)—(12).

На заданому часовому інтервалі спостереження  $t \in [0, T_c]$  визначається послідовність часових моментів зміни однорідності статистичних характеристик компонент (4) у виді

$$0 = \tau_{l(1)} < \tau_{l(2)} < \dots < \tau_{k(i)} \dots < \tau_{l(2ql)} = T_c, \quad (20)$$

де  $\tau_{ki}$  — миттєвий момент часу, при цьому  $\tau_{ki}$  задана на дискретній часовій ґратці з кроком  $\Delta t = T_0$ .

Послідовність (20) дає можливість визначити послідовність часових інтервалів однорідності компонент процесу моделі (1), тобто

$$[0, \tau_{12}], [\tau_{13}, \tau_{14}], \dots, [\tau_{l(2ql-1)}, T_c], \quad (21)$$

де  $[\tau_{k(2i-1)}, \tau_{k(2i)}]$  —  $j$ -тий часовий інтервал однорідності відповідної компоненти моделі (1), яка кратна періоду  $T_0$ , тобто

$$[\tau_{k(2i-1)}, \tau_{k(2i)}] = jT_0, j \in N.$$

Використовуючи відомі формули усереднення ансамблів однорідних реалізацій компонент (18) моделі (1), отримуємо наступні статистичні оцінки:

вектора математичних сподівань компонент (10), тобто

$$\tilde{a}(t) = \left( \tilde{a}_1(t_{1j}) I_1(\Delta\tau_1, t_{1j}), \dots, \tilde{a}_l(t_{lj}) I_l(\Delta\tau_l, t_{lj}) \right); \quad (22)$$

вектора дисперсій (11), тобто

$$\tilde{\sigma}^2(t) = \left( \tilde{\sigma}_1^2(t_{1j}) I_1(\Delta\tau_1, t_{1j}), \dots, \tilde{\sigma}_l^2(t_{lj}) I_l(\Delta\tau_l, t_{lj}) \right); \quad (23)$$

вектора одновимірних функцій розподілу (12), тобто

$$\tilde{F}(x, t) = \left( \tilde{F}_1(x, t_{1j}) I_1(\Delta \tau_1, t_{1j}), \dots, \tilde{F}_l(x, t_{lj}) I_l(\Delta \tau_l, t_{lj}) \right). \quad (24)$$

Отримані результати статистичної обробки використані для аналізу структури і характеристик процесу електроспоживання моделі (1).

**Стаціонарна модифікація кусково-однорідного процесу електроспоживання.** Запропоновано використати відомий в теорії ймовірності метод центрування і нормування послідовності випадкових величин [2] для отримання стаціонарної модифікації періодичного з періодом  $T_0$  випадкового процесу  $\xi(\omega, t)$  згідно наступного алгоритму

$$\alpha(\omega, t) = \frac{\xi(\omega, t) - M\{\xi(\omega, t)\}}{\sqrt{D\{\xi(\omega, t)\}}}, \quad t \in [0, T_0]. \quad (25)$$

Використовуючи алгоритм (25) отримуємо відповідно стаціонарну модифікацію для реалізації періодичного випадкового процесу з гаусовим законом розподілу.

**Довірчі інтервали для поточного контролю реалізацій процесу електроспоживання.** Визначення області довірчих інтервалів контрольованих реалізацій потужності електроспоживання займає одне з провідних місць в напрямках досліджень електроспоживання для різних організацій.

Результати визначення області довірчих інтервалів добового споживання електроенергії дає можливість контролювати поточну протягом доби динаміку електроспоживання. Так, наприклад, визначити, в якому режимі штатному чи нештатному працює організація по споживанню електроенергії. Використовуючи ковзний режим на часовому інтервалі спостереження визначення областей довірчих інтервалів добового споживання електроенергії можна визначити вказані області відповідно на наступну добу і так далі.

На основі статистичного способу побудови довірчих інтервалів і використовуючи отримані результати статистичної обробки даних вимірювань електроспоживання на заданому часовому інтервалі  $t \in [0, T_c)$  у виді області довірчих інтервалів для контрольованих реалізацій процесу електроспоживання  $\{P'_i(t_j), j = \overline{1, n}, i = \overline{1, m}\}$ .

Область довірчих інтервалів значень потужності контрольованих реалізацій  $\{P'_i(t_j)\}$  з урахуванням наведених вище результатів статистичної обробки визначаються наступним виразом

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{kd}(t_j) - \beta_{kd} \tilde{\sigma}_{kd}(t_j) < P'_i(t_j) < \tilde{a}_{kd}(t_j) + \beta_{kd} \tilde{\sigma}_{kd}(t_j), \\ i = \overline{1, m}, t_j \in [0, T_0], j = \overline{1, n}, d = \overline{1, q_k}, k = \overline{1, l} \end{aligned} \quad (26)$$



на відповідному  $d$ -му інтервалі однорідності статистичних характеристик  $k$ -тої компоненти процесу (1).

При визначенні (26) прийняті наступні позначення:

- $\tilde{a}_{kd}(t_j)$  — статистична оцінка  $k$ -тої компоненти вектора (2) на  $d$ -тому інтервалі однорідності;
- $\tilde{\sigma}_{kd}(t_j)$  — статистична оцінка середньоквадратичного значення процесу на  $d$ -тому інтервалі однорідності процесу  $k$ -тої компоненти вектора (23);
- $\beta_{kd}$  — значення коефіцієнта (наприклад, для гауссівського закону при  $P = 0,95$ ,  $\beta_{kd} = 2$ ) визначається на  $d$ -тому інтервалі однорідності  $k$ -тої компоненти вектора (24).

**Визначення річних інтегральних характеристик процесу електроспоживання.** Для визначення таких характеристик застосований статистичний метод «Гусениця-SSA» [4]. В якості статистики для методу «Гусениця-SSA» були використані дані вимірювання потужності електроспоживання конкретної організації на річному інтервалі спостереження

$$\{P(t_j), t_j \in [1, 8760 \text{ годин}]\},$$

при цьому дані вимірювань потужності електроспоживання задані на дискретній часовій ґратці

$$\{\Delta t, \dots, n\Delta t; n = \overline{1, 8760}\},$$

де крок ґратки дорівнює  $\Delta t = 60$  хвилин = 1 година.

Зупинимось на конкретних результатах використання методу «Гусениця-SSA».

Первинна статистика даних вимірювань потужності електроспоживання на річному інтервалі спостереження проілюстрована графічно на рис. 1.

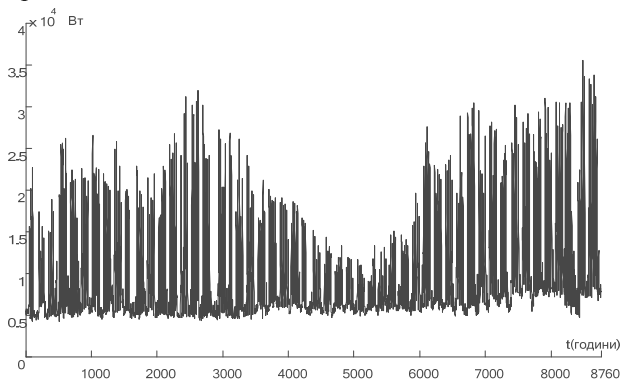
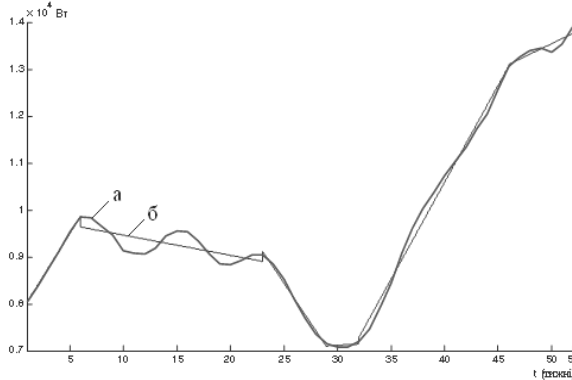


Рис. 1. Графік даних вимірювань потужності електроспоживання на річному часовому інтервалі спостереження

Аналіз наведеного графіка дає можливість зробити висновок про певну циклічність, в першу чергу добову, процесу електроспоживання і про явно нестационарний характер динаміки процесу.

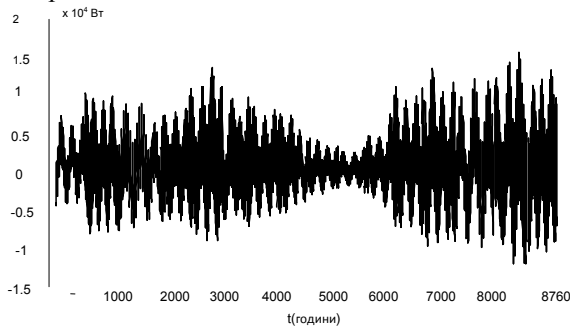


**Рис. 2.** Графіки тренда річного часового ряду електроспоживання:  
а – реальний; б – лінійна апроксимація

Виділення тренда при статистичній обробці часового ряду електроспоживання як адитивної компоненти є одним з основних результатів використання методу «Гусениця-SSA». На рис. 2 наведений графік реального тренда (часовий крок методу – крок «гусениці»  $\Delta t = 4$  тижні = 672 години), (графік а), а також графік лінійної апроксимації тренда (графік б) отриманий на основі використання методу найменших квадратів.

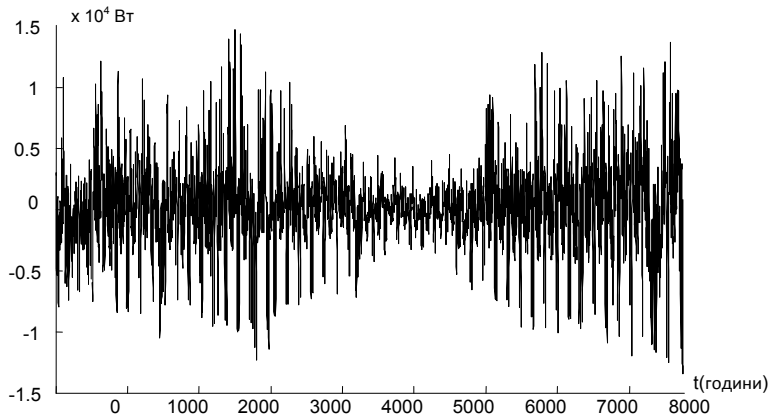
При цьому тренд був розбитий на 6 участків річного інтервалу спостереження на основі зміни значень  $\frac{\Delta P(t)}{\Delta t}$ , а апроксимуючою лінією була пряма виду  $P(t) = b + kt$ ,  $t \in [1, 52 \text{ тижня}]$ .

Графік суми адитивних компонент тренда і періодичних коливань наведений на рис. 3.



**Рис. 3.** Сума адитивних регулярних компонент тренда і періодичних коливань ( $T_{01}=12$  годин,  $T_{02}=24$  години,  $T_{03}=168$  годин)

На рис. 4 наведений графік адитивної стохастичної компоненти досліджуваного часового ряду електроспоживання, яка отримана шляхом вилучення з первинного часового ряду електроспоживання (графік рис. 1) суми адитивних регулярних компонент тренда і періодичних компонент (графік рис. 3) — компоненти залишків часового ряду.



*Рис. 4. Графік адитивної стохастичної компоненти часового ряду – компоненти залишків ряду електроспоживання*

Доповідь супроводжується результатами додаткової статистичної обробки адитивних компонент річного часового ряду даних вимірювань електроспоживання конкретної організації, отриманих на базі використання методу «Гусениця-SSA».

**Комп'ютерне моделювання реалізації процесу електро-споживання.** Відомо [5], що найбільш розвиненими методами комп'ютерного моделювання є методи формування реалізацій стаціонарних послідовностей, як відповідних реалізацій стаціонарних випадкових процесів з дискретним часом. Тому для комп'ютерного моделювання реалізацій періодичного випадкового процесу спочатку використовується стаціонарна модифікація досліджуваного процесу, алгоритм формування якої описується виразом (25).

На основі використання алгоритму (25), отримуємо ансамбль реалізацій стаціонарної модифікації відповідної  $k$ -тої компоненти нестационарного періодичного випадкового процесу моделі (1) на  $d$ -тому інтервалі однорідності її статистичних характеристик у виді наступної матриці

$$\left\| \begin{matrix} x_1(t_1) \dots x_1(t_n) \\ \vdots \\ x_q(t_1) \dots x_q(t_n) \end{matrix} \right\|, t_j \in [0, T_0], j = \overline{1, n}. \quad (27)$$

Формування при комп'ютерному моделюванні ансамблю однорідних реалізацій нестационарного періодичного випадкового процесу проводилось згідно наступного алгоритму

$$y_i(t_j) = x_i(t_j) \cdot \tilde{\sigma}_d(t_j) + \tilde{m}_d(t_j), \quad (28)$$

що дає можливість отримати матрицю виду (27) однорідних реалізацій досліджуваного процесу електроспоживання.

Така матриця дає можливість проводити комп'ютерний модельний експеримент для відлагодження розробленого програмного забезпечення статистичної обробки даних вимірювань електроспоживання.

**2. Нештатний режим.** Враховуючи складність і значну кількість варіантів задач досліджень нештатного режиму процесу електроспоживання у статті обґрунтований такий варіант:

- повністю використовуються результати досліджень штатного режиму електроспоживання;
- конструктивна модель нештатного режиму будується з використанням додаткового процесу з моментами розладу динаміки електроспоживання, при цьому має місце подвійна випадковість: появи випадкових часових моментів розладу на інтервалі спостереження електроспоживання; зміни потужності нештатного режиму електроспоживання в межах зміни коефіцієнта від 0 до 1 потужності штатного режиму;
- використання для практичних досліджень зміни динаміки нештатного режиму умовного випадкового процесу, як мультиплікативну суміш (добуток) моделі штатного режиму на реалізацію випадкового процесу з моментами розладу динаміки і відновлення, що дає можливість провести значну кількість варіантів комп'ютерних моделюючих експериментів для нештатного режиму;
- значно зростає у порівнянні з дослідженнями штатного режиму роль комп'ютерного моделюючого експерименту.

У статті запропонований такий підхід при обґрунтуванні загальної математичної моделі процесу енергоспоживання у нештатному режимі:

- за основу взятий процес електроспоживання у штатному режимі, математична модель  $\xi_{\text{шт}}(\omega, t)$  якого описується виразом (1);
- зміна динаміки процесу електроспоживання у нештатному режимі описується також випадковим процесом  $G(\omega_x, t)$ , який має складну структуру, а саме:

- а) характеризується вектором випадкових подій  $\omega_\pi = (\omega_u, \omega_c)$ , де  $\omega_u \in \Omega_u$  — відповідно випадкова подія  $\omega_u$  і простір випадкових подій  $\Omega_u$  зміни інтенсивності (потужності) електроспоживання в межах значень числового інтервалу  $[0, 1]$ ,  $\omega_c \in \Omega_c$  — відповідно випадкова подія  $\omega_c$  і простір випадкових подій  $\Omega_c$  миттєвих часових моментів розладу динаміки електроспоживання на часовому інтервалі спостереження  $t \in [0, T_c)$ ;
- б) має адитивну детерміновану неспадну функцію відновлення  $c_n(t) \geq 0$ , яка характеризує процес відновлення електроспоживання до штатного режиму після миттєвого часового моменту  $\tau_n$  розладу динаміки, функція  $c_n(t)$  задана на часовому інтервалі  $t \in [\tau_n + s_n, T)$ , де  $s_n > 0$  — відповідна часова затримка початку процесу відновлення після моменту розладу  $\tau_n$ , тобто

$$G(\omega_\pi, t) = \zeta(\omega_\pi, t) + c(t). \quad (29)$$

Використовуючи такий варіант побудови математичну модель процесу електроспоживання у нештатному режимі представляють у виді мультиплікативної суміші — добутку двох незалежних випадкових процесів, один з яких є моделлю електроспоживання у штатному режимі  $\xi_{шт}(\omega, t)$  і має фізичну розмірність потужності електроспоживання (Вт), а другий випадковий процес  $G(\omega_\pi, t)$  є стохастично незалежним від процесу  $\xi_{шт}(\omega, t)$  і є його модулюючим (управляючим) процесом, який не має фізичної розмірності, тобто є безрозмірним. Тоді має місце наступне.

2.1. Математична модель процесу електроспоживання в нештатному режимі визначається як мультиплікативна суміш процесу електроспоживання в штатному режимі  $\xi(\omega, t)$  і процесу з випадковими моментами розладами динаміки і відновлення електроспоживання  $G(\omega_\pi, t)$  на часовому інтервалі спостереження  $t \in [0, T)$  у виді

$$\xi_{шт}(\omega, t) = \xi_{шт}(\omega, t) G(\omega_\pi, t), \quad \omega = (\omega, \omega_c, \omega_u), \quad \omega_\pi = (\omega_c, \omega_u). \quad (30)$$

Компоненти вектора елементарних подій  $\omega = (\omega, \omega_c, \omega_u)$ : обумовлюють випадковість:  $\omega$  — формування електроспоживання в штатному режимі;  $\omega_c$  — часовий момент розладу, а  $\omega_u$  — зміни потужності електроспоживання у моменти розладів у нештатному режимі.

Слід відмітити, що аналіз моделі (30) є досить складним. Тому для практичних задач досліджень розладу динаміки процесу електро-

споживання у нештатному режимі запропонований відповідний варіант використання моделі (30), а саме при умові заміни процесу випадкових моментів розладів динаміки і відновлення електроспоживання  $G(\omega_\pi, t)$  послідовністю його реалізацій у виді наступного умовного випадкового процесу

$$\tilde{\xi}_{\text{шт}}(\omega, t) = \xi_{\text{шт}}(\omega, t) \sum_{k=0}^m b(\tau_k, s_k, t) I(\tau_k, t), \quad (31)$$

де  $\xi_{\text{шт}}(\omega, t)$  — модель процесу електроспоживання у штатному режимі,  $b(\tau_k, s_k, t) = a(\tau_k, t) + c(s_k, t)$  — реалізація процесу  $G(\omega_\pi, t)$  при миттєвому розладі динаміки електроспоживання  $\tau_k$ , значення якої  $a_k(t) \in [0, 1)$  на часовому інтервалі спостереження  $t \in [\tau_k, \tau_{k+1})$ , а  $I(\tau_k, t)$  — відповідна індикаторна функція, яка задає часовий інтервал існування  $[\tau_k, \tau_{k+1})$  реалізації  $b(\tau_k, s_k, t)$  на заданому інтервалі  $t \in [0, T_c)$ .

У подальшому формула (31) використовується як основна при проведенні комп'ютерного моделюючого експерименту для формування бази реалізацій процесу енергоспоживання у нештатному режимі.

**Висновки.** У статті наведено такі основні результати досліджень процесів електроспоживання організацій.

Математична модель процесу електроспоживання для штатного режиму у виді кусково-однорідного періодичного з періодом  $T_0=24$  години випадкового процесу на поточному часовому інтервалі спостереження (тиждень, місяць) дала можливість описати зміни динаміки електроспоживання, обґрунтувати методологію статистичної обробки даних вимірювань електроспоживання у рамках енергетичної (кореляційної) теорії, визначити алгоритми комп'ютерного моделювання реалізацій досліджуваних процесів.

Визначена послідовність статистичних методів обробки даних вимірювань електроспоживання для штатного режиму при обчисленні статистичних характеристик електроспоживання для гауссового закону розподілу як на поточному, так і на річному часових інтервалах спостереження, при цьому річні характеристики, отримані на базі використання статистичного методу «Гусениця-SSA».

Використання довірчого інтервалу, отриманого на основі статистичних оцінок характеристик при обробці даних вимірювань електроспоживання, для поточного контролю електроспоживання дало можливість визначити нештатний режим електроспоживання, в тому числі нестационарний відбір електроенергії.

Результати математичного моделювання процесів електроспоживання організацій для нештатного режиму базується на запропонованій загальній моделі процесу у виді добутку моделі електроспоживання штатного режиму на процес випадкових моментів розладу динаміки і відновлення електроспоживання до штатного режиму  $G(\omega_\pi, t)$  і моделі для практичного використання, у першу чергу при проведенні досліджень варіантів нештатного режиму електроспоживання методами комп'ютерного моделювання, яка використовує умовний випадковий процес із заданими реалізаціями процесу  $G(\omega_\pi, t)$ .

### Список використаних джерел:

1. Авраменко В. Н. Моделирование электроэнергетических систем — достижения и перспективы научных исследований / В. Н. Авраменко // *Технічна електродинаміка*, 1997. — Вып. № 1. — С. 73—80.
2. Баранов Г. Л. Построение модели и анализ стохастически периодических нагрузок энергосистем / Г. Л. Баранов, Б. Г. Марченко, Н. В. Приймак // *Известия АН СССР. Энергетика и транспорт*, 1991. — Т. 37. — Вып. 2. — С. 12—21.
3. Гамм А. З. Вероятностные модели режимов электроэнергетических систем / А. З. Гамм. — Новосибирск: ВО «Наука». Сибирская издательская фирма, 1903. — 133 с.
4. Голяндина Н. Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: уч. пособ. / Н. Э. Голяндина. — СПб : ВВМ, 2004. — 76 с.
5. Ермаков С. М. Курс статистического моделирования / С. М. Ермаков, Г. А. Михайлов. — М. : Наука, 1976. — 320 с.
6. Марченко Б. Г. Побудова моделі та аналіз стохастично періодичних навантажень енергосистем / Б. Г. Марченко, М.В. Приймак // *Праці Ін-ту електродинаміки*. — К. : ІЕД НАН України, 1999. — Вип. № 1. — с.129—153.
7. Приймак М. В. Основи теорії моделювання, аналізу і прогнозу в автоматизованих системах управління ритмічними процесами: Автореферат дис... докт. техн. наук / М. В. Приймак. — К. : 2000.
8. Щербак Т. Л. Методологія створення статистичних моделей електроспоживання для штатного і нештатного режимів їх функціонування / Т. Л. Щербак // *Моделювання та інформаційні технології*. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. — Вип. 46. — К., 2008. — С. 31—39.
9. Щербак Т. Л. Моделі і задачі досліджень циклічного процесу електроспоживання / Т. Л. Щербак // *Збірник наукових праць ІПМЕ НАН України*. — К., 2009. — С. 49—56.

The resulted results of mathematical and computer design, statistical treatment of these measurings of cyclic processes of electro-consumption of organization is in the regular and nonpermanent modes.

**Key words:** *process of power, freelance staff profiles, periodic random process odnori-day implementation, the interval time of disorder dynamics.*

Отримано 28.09.2010