

УДК 532.526.10

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ С ОТРЫВОМ ЗА ОБРАТНЫМ УСТУПОМ

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 09.03.2006 ◊ Пересмотрено 21.05.2007

Турбулентный поток с отрывом за уступом, обращенным назад, численно моделируется посредством LES-технологии для числа Рейнольдса, равного 3850 для уступа, и для числа Рейнольдса на входе, равного 7623 для турбулентного пограничного слоя. Крупномасштабное поле течения получается путем прямого интегрирования фильтрованных трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости, используя конечно-разностный метод. Маломасштабные движения параметризованы посредством динамической "смешанной" модели. Число использованных сеточных узлов составляет $\{337 \times 145 \times 145\}$. Численное моделирование выполнено для того, чтобы изучить среднюю скорость, турбулентные напряжения, кинетическую энергию турбулентности, подсеточные эффекты, средний коэффициент давления на стенке, средний коэффициент поверхностного трения, среднюю длину присоединения и средний размер региона рециркуляции. Вычисленные профили средней скорости и турбулентных статистик хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Турбулентний потік з відривом за порогом, зверненим назад, чисельно моделюється за допомогою LES-технології для числа Рейнольдса, що дорівнює 3850 для порогу, та для числа Рейнольдса на вході, що дорівнює 7623 для турбулентного пограничного шару. Великомасштабне поле течії одержується шляхом прямого інтегрування фільтрованих тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса для нестисливої рідини, використовуючи кінцево-різницевий метод. Маломасштабні рухи параметризовані за допомогою динамічної "змішаної" моделі. Число використаних сіткових вузлів є $\{337 \times 145 \times 145\}$. Чисельне моделювання виконано для того, щоб вивчити середню швидкість, турбулентні напруги, кінетичну енергію турбулентності, підсіткові ефекти, середній коефіцієнт тиску на стінці, середній коефіцієнт поверхневого тертя, середню довжину пригднання та середній розмір регіону рециркуляції. Узгоджувальність обчислених профілів середньої швидкості і турбулентних статистик з експериментальними результатами є доброю.

The turbulent flow with separation after backward-facing step is simulated by LES-technique for step Reynolds number of 3850 and inflow Reynolds number of 7623 for turbulent boundary layer. The large-scale flow field has been obtained by directly integrating the filtered three-dimensional time-dependent incompressible Navier-Stokes equations using a finite-difference method. The small-scale motions were parametrized by dynamic subgrid-scale mixed model. The number of grid points used in the numerical method was $\{337 \times 145 \times 145\}$. The simulation were performed to study the mean velocity, the turbulent stresses, the turbulence kinetic energy, subgrid-scale-model effects, mean wall pressure coefficient, mean wall-skin friction coefficient, mean re-attachment length and mean size recirculation region. There is good agreement between the computer mean-velocity profiles, turbulence statistics and experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время изучение явлений отрыва и вновь присоединения потока важно для создания и эффективного использования многих инженерных приложений. С одной стороны, присутствие рециркуляции и турбулентности может быть полезным (увеличить смешение в течении), с другой стороны, наличие отрыва может вызвать потерю энергии. В ряде работ [1–8, 18–26, 29–32] выявлено определяющее влияние геометрии течения и режимов потока перед и за местом отрыва (ламинарный, переходной, турбулентный). Для выявления механизмов отрывных течений экспериментальным или численным способами наиболее часто используется геометрия течения в виде уступа, обращенного назад. Важными характеристиками течения в этом случае есть: 1) число Рейнольдса Re для уступа (определенное по максимальной скорости потока перед уступом и его высоте); 2) параметр HS (отношение высоты канала за уступом к высоте уступа); 3) число Рейнольдса Re_H , равное произведению Re на HS .

Современные инженерные гидродинамические расчеты в основном базируются на решении двумерных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS) в совокупности с выбранной моделью турбулентности. Однако, несмотря на большое количество известных моделей турбулентного переноса [1–3, 7, 8], среди них не удается выделить одну, превосходящую другие по надежности и универсальности применительно к широкому классу течений. Полуэмпирические модели вихревой вязкости плохо работают в случае практических задач со сложной геометрией, отрывными потоками, зонами рециркуляции и т. д.

Изучение многих практических задач с отрывом потока требует учета явлений в неустойчивом течении, для которых прямое численное моделирование на основе полных трехмерных уравнений Навье-Стокса (DNS) оказывается подходящим ин-

струментом [2, 5, 6], но только для случаев ламинарного и переходного режимов течения. Это обусловлено тем, что для турбулентного режима требуется сеточное разрешение порядка масштаба вязкой диссипации, которое пока недоступно при современном уровне компьютерной мощности для течений с высокими числами Рейнольдса.

Для изучения развитых турбулентных течений с большими числами Рейнольдса ($Re_H > 5000$) более реальным является LES-подход [9–17, 24–26, 29–32]. LES-технология представляет собой численное моделирование трехмерных нестационарных фильтрованных уравнений Навье-Стокса с использованием замыкающих моделей подсеточных масштабов. Классический LES-подход базируется на идее, что основная часть турбулентной кинетической энергии сосредоточена в вихрях большого масштаба. Турбулентность с малыми пространственными масштабами лишь обеспечивает эффективный сток турбулентной кинетической энергии. Наименьший решаемый масштаб выбирается так, что он попадает в инерционный интервал турбулентности.

В случае турбулентных течений у стенки необходимо дополнять классический LES-подход пристенной моделью для вязкого и переходного подслоя. Вид пристенной модели, в первую очередь, зависит от того, где расположен параллельный и ближайший к стенке слой узлов расчетной сетки (в вязком, переходном или турбулентном подслое), а потом, от уровня шероховатости поверхности [9–17, 26, 29–32].

Если ближайший к стенке слой узлов сетки лежит в турбулентном подслое, то в качестве пристенной модели целесообразно использовать приближенные граничные условия на стенке для скорости. Этот вид пристенной модели является наиболее экономичным по отношению к вычислительным затратам, особенно при $Re_H > 10^5$, но он имеет тот недостаток, что вязкий и переходный подслой не рассчитываются, а их влияние на все течение моделируется с разной степенью адекватности.

В случае, когда ближайший к стенке слой узлов расположен в вязком подслое, роль пристенной модели исполняет динамическая подсеточная модель и применяется граничное условие “прилипания” на стенке. Такой вид пристенной модели целесообразно использовать для турбулентных течений при $5000 < Re_H < 10^5$, особенно для статистически установившихся режимов. Другим видом пристенной модели для $Re_H > 5000$ есть использование в вязком и переходном подслое двумерных приближений пограничного

слоя, упрощенных уравнений Рейнольдса или полных уравнений Навье-Стокса. Комбинированные (LES+DNS)-технологии являются наиболее точными, но требуют очень больших вычислительных затрат.

Значительный практический интерес представляет численное моделирование течения в канале с турбулентным режимом перед обратным уступом на основе LES-подхода. Рассмотрим варианты турбулентных течений (по отношению к параметру HS) и характерные черты их расчетов.

В исследовании [24] выполнены вычисления для случая $Re=6000$ и $HS = \{1.25; 2.5\}$. По мнению авторов указанной работы исследуется возможность применения LES в инженерных приложениях на примере отрывного течения в узком канале за обратным уступом. Основное внимание уделено визуализации численных результатов и способов выделения когерентных структур. В работе [24] используется малоприменимая модель структурной функции для подсеточных напряжений и примитивный способ определения входных граничных условий для скорости, которую определяют как суперпозицию компонент средней скорости и случайных возмущений. Это не обеспечивает задание истинного энергоспектра исследуемого течения и сказывается на результатах расчета.

Демонстрационный расчет новой подсеточной модели при $Re=28000$ и $HS=5$ с малым количеством результатов вычислений проведен в работе [31]. Применена локализованная динамическая подсеточная модель на основе вариационного подхода, которая используется также в качестве пристенной модели. В [25, 32] выполнены вычисления для $Re=5000$ и $HS=6$ с использованием динамической подсеточной модели вихревой вязкости, которая играет роль пристенной модели в [25]. Исследование [32] предполагает применение на стенках приближенных граничных условий для скорости. Угловой вихрь в [24, 25, 31, 32] не обнаружен.

В работе [26] проведены расчеты при $Re = \{5100; 28000\}$ и $HS=6$ с использованием динамической подсеточной модели вихревой вязкости, а в качестве пристенной модели применено двумерное приближение (аналогичное тому, которое реализуется для замыкания в уравнениях Рейнольдса). Вычисления проведены на крупной сетке, особенно в продольном направлении, что дает в рамках LES-технологии большой вклад подсеточных напряжений (более 25 процентов) в полные напряжения. Следовательно, получаются некорректные результаты, особенно в зоне рециркуляции и в области турбулентного потока на вершине уступа. Обнаружен угловой вихрь и, вероятно, что

он явился результатом применения динамической подсеточной модели вихревой вязкости и LES, реализованного на крупной сетке.

В исследовании [7] осуществлено численное моделирование на основе двумерных уравнений Рейнольдса (RANS) с различными моделями замыкания при $HS=9$ и $Re=5000$. Для случая $HS = 11$ выполнена работа [1], реализованная также на основе RANS. Результаты расчета для $Re=5100$ показывают искаженное значение коэффициента поверхностного трения. Угловой вихрь в работах [1, 7] не обнаружен.

Для конфигурации течения, соответствующей экспериментальной работе [4] для случая $Re=3850$ и $HS=12.6$, вычисления на основе LES-подхода раньше не проводились. Расчет характеристик турбулентного течения в большой вычислительной зоне (область канала перед уступом и за уступом, от одной стенки канала до другой) при заданных условиях [4], можно осуществить с помощью LES-подхода на равномерной сетке $\{5000 \times 600 \times 600\}$ только на суперкомпьютере. Единственной возможностью провести расчет за обратным уступом на персональном компьютере (при сохранении той же величины шага сетки, что и на суперкомпьютере, иными словами, высокой разрешающей сеточной способности) является усечение большой вычислительной области и корректное задание граничных условий для новой расчетной зоны.

Цель настоящей работы – численное моделирование (на основе LES-технологии, реализуемой на персональном компьютере) отрывного турбулентного течения за уступом, обращенным назад, при первоначальном турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости над гладкой поверхностью.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Модель состоит в следующем: 1) турбулентный поток вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил течет в канале с обратным уступом высотой S на расстоянии X_s от начала канала и имеет максимальную скорость U_0 ; начальной высотой канала h ($h=11.6S$) и тыльной высотой канала H ; стенки канала имеют пренебрежимо малую шероховатость (принципиальная схема течения на рис. 1); 2) исследуется трехмерное турбулентное течение при числе Рейнольдса $Re = U_0 S / \nu = 3850$ для уступа и для числа Рейнольдса $Re_\delta = U_0 \delta / \nu = 7623$ для турбулентного пограничного слоя при $x=0$, где $x = X - X_s$; 3) задача рассматривается в конечной

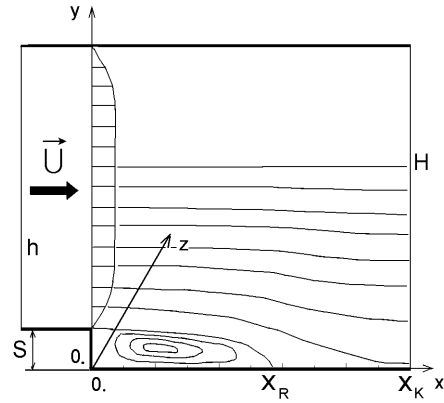


Рис. 1. Принципиальная схема течения над обратным уступом в канале, принятая система координат $Oxyz$ и изолинии средней скорости

трехмерной вычислительной области с заданными граничными условиями; 4) все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде обезразмеренных фильтрованных уравнений Навье-Стокса [14-17]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ или $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ – сглаженные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z ; P – обобщенное сглаженное давление. Тензор подсеточных напряжений τ_{ij} параметризуется на основе однопараметрической динамической смешанной подсеточной модели [10]:

$$\tau_{ij} = -2C_V \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} + (\tilde{e}_{ij} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j),$$

где $e_{ij} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j$. Коэффициент C_V определяется при помощи динамической процедуры следующим образом:

$$C_V(x, y) = -\frac{\langle M_{ij}(L_{ij} - H_{ij}) \rangle}{2 \langle M_{ij} M_{ij} \rangle},$$

где

$$M_{ij} = -\tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} + \hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij};$$

$$\hat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right); \quad |\hat{S}| = (2\hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij})^{1/2};$$

$$L_{ij} = \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \bar{\tilde{u}_i} \bar{\tilde{u}_j}; \quad H_{ij} = \overline{\tilde{b}_i \tilde{b}_j} - \bar{\tilde{b}_i} \bar{\tilde{b}_j};$$

$$b_i = \tilde{u}_i; \quad b_j = \tilde{u}_j.$$

Отметим, что в статье [10] для течения в канале осреднение $\langle . \rangle$ производится по плоскости Oxz , следовательно, C_V зависит только от y . В данной работе осреднение $\langle . \rangle$ выполняется по однородному направлению Oz и C_V есть функция от x и y , что позволяет более точно учитывать локальные особенности потока.

В данном исследовании в качестве первичного и повторного фильтра используется Гауссов фильтр (см. подробно [17]). Операторы фильтров связаны следующими зависимостями $\hat{G} = \overline{\tilde{G}} = \tilde{G}\overline{G}$, где \tilde{G} – первичный фильтр, \overline{G} – повторный фильтр, $\hat{\Delta} = \overline{\tilde{\Delta}}$ и величина $\hat{\Delta}$ входит в состав M_{ij} . Для ширины первичного и повторного фильтров справедливо выражение [17]:

$$\hat{\Delta}^2 = \tilde{\Delta}^2 + \overline{\Delta}^2.$$

Шаг расчетной сетки $\tilde{\Delta}_S$ и ширина первичного фильтра $\tilde{\Delta}$ связаны следующим образом: $\hat{\Delta} = 2\tilde{\Delta}_S$, а для ширины повторного фильтра принято $\overline{\Delta} = 1.22\tilde{\Delta}$. Такие размеры шага расчетной сетки, ширины первичного и повторного фильтров позволяют эффективно определять энергообмен между различными масштабами вихрей в рамках динамической смешанной подсеточной модели для LES.

2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Для обеспечения необходимой точности расчетов в рамках LES-технологии при ограниченной мощности персонального компьютера в нашей работе используется экономичная вычислительная область D.

Необходимо отметить, что в вязком и переходном подслоях роль пристенной модели (в том числе и в зоне отрыва турбулентного течения) исполняет динамическая смешанная подсеточная модель [10] с расчетным коэффициентом $C_V(x, y)$. Эта подсеточная модель осуществляет корректный энергообмен между различными масштабами вихрей в вязком, переходном и турбулентном подслое в рамках общего LES-подхода. Модель [10] тестирована для турбулентных рециркуляционных течений. Вследствие того, что ближайший к стенке слой узлов сетки находится в вязком подслое, правомерным является использование граничного условия “прилипания” на стенке.

Каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке с шагом $\tilde{\Delta}_S$ в $D = \{0 \leq x \leq x_k; 0 \leq y \leq 3; 0 \leq z \leq z_k\}$, где $z_k=3; x_k=7$. В вычислительном методе используется $\{N_x; N_y; N_z\} = \{337; 145; 145\}$ сеточных точек.

Граничные условия на гранях расчетной области имеют следующий вид:

1) $y = 0; 0 \leq z \leq z_k; 0 < x < x_k :$

$$\tilde{u} = \tilde{v} = \tilde{w} = 0;$$

2) $y = 3; 0 \leq z \leq z_k; 0 < x < x_k :$

$$\tilde{u} = U_{cb}(x); \quad \tilde{v} = 0; \quad \tilde{w} = 0;$$

3)-4) $z = 0; z = z_k; 0 < y < 3; 0 < x < x_k :$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = \tilde{w} = 0;$$

5) $x = 0; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y < 1 :$

$$\tilde{u} = \tilde{v} = \tilde{w} = 0;$$

6) условие на входе в расчетную область $x = 0; 0 \leq z \leq z_k; 1 \leq y \leq 3 :$

$$\tilde{u} = U_{cc} + \tilde{u}_p; \quad \tilde{v} = V_{cc} + \tilde{v}_p; \quad \tilde{w} = \tilde{w}_p;$$

7) на выходе из расчетной области:

$x = x_k; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y \leq 3$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + u_c \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + v_c \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + w_c \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = 0.$$

При использовании технологии экономичной вычислительной области важной проблемой является необходимость детального задания мгновенного поля скорости на “входной” границе ($x=0$). Это влияет не только на точность получаемых результатов, но и на устойчивость расчета в целом. Неправильный учет спектра энергии влечет за собой значительное уменьшение амплитуды пульсаций в процессе использования метода установления по времени.

Экспериментально установленное в работе [4] распределение осредненной продольной компоненты скорости $U_{cc}(y)$ турбулентного пограничного слоя на “входной” границе ($x=0$) аппроксимируем следующим образом (рис. 2). Изменение U_{cc} вдоль оси Oy при $0 \leq Y^+ \leq 13.2$ (здесь $Y^+ = Yu_* \text{Re}_\delta$, $Y = 0.5(y-1)$) задается на основе эмпирической зависимости [20]:

$$U_{cc} = u_*(Y^+ - 0.0228(Y^+)^2),$$

а U_{cc} при $13.2 < Y^+ < 60$ вычисляется по следующей формуле [20]:

$$U_{cc} = u_*(2.5 \ln(Y^+) + 5.5 - 36.08/Y^+).$$

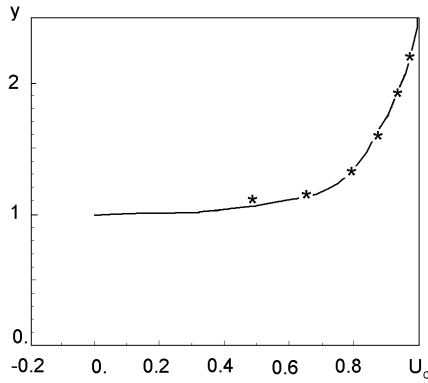


Рис. 2. Зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для $x=0$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

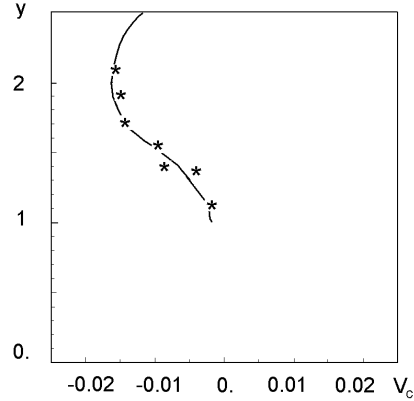


Рис. 3. Зависимость осредненной поперечной компоненты скорости V_c от y для $x=0$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

Изменение U_{cc} при $Y^+ \geq 60$ и $Y \leq \delta$ определяется как в [22]:

$$U_{cc} = \frac{u_*}{\kappa} \{ \ln(u_* \text{Re}_\delta Y / \delta) + \kappa C + (1 + 6\Pi)(Y/\delta)^2 - (1 + 4\Pi)(Y/\delta)^3 \}, \quad (2)$$

где $C=5.2$; $\kappa=0.4$; $\Pi = 0.55$ при $\text{Re}_\delta = 7623$ на основе анализа [4,18,19]. Полагаем, что условная высота турбулентного пограничного слоя δ равна 0.99 по отношению к координате Y , величина средней скорости равна $U_{cc}=0.995$ и $\text{Re}_\delta = 1.98 \text{ Re}$. При $Y=\delta$ формула (2) принимает следующий вид:

$$0.995 = \frac{u_*}{\kappa} \{ \ln(u_* 1.98 \text{Re}) + \kappa C + 2\Pi \}. \quad (3)$$

Используя зависимость (3), определяем динамическую скорость $u_*(x=0)$, характерную для обтекания гидродинамически гладкой поверхности.

Для учета отрыва турбулентного течения на верхнем угле уступа и аппроксимации распределения осредненной поперечной компоненты скорости V_{cc} вдоль оси Oy при $x=0$ (рис. 3) используются результаты эксперимента [4]. Приняты следующие обозначения:

$$U_c = \langle u(x, y, z, t) \rangle_{zt}, \quad V_c = \langle v(x, y, z, t) \rangle_{zt}.$$

В общем случае влияние отрыва на структуру турбулентного пограничного слоя характеризуется следующими параметрами: 1) интенсивность турбулентности потока перед уступом; 2) интегральный масштаб турбулентности L_a ; 3) отношение интегрального масштаба турбулентности над уступом к толщине пограничного слоя; 4) число

Рейнольдса для конкретного типа уступа и турбулентного пограничного слоя; 5) спектр энергии над уступом во входном сечении.

Значения $L_a(Y)$ устанавливаем на основе учета параметров 1)–5), экспериментальных работ [4, 5, 7] и теоретических обобщающих исследований [6, 18, 19]. В результате изучения [4–7, 18, 19] нами выведены аппроксимационные формулы для определения L_a в рамках представляемой LES-технологии (при $Y_a = Y/\delta$):

I) $0 \leq Y_a \leq 0.7$:

$$L_a(Y_a) = 0.15 \{ 1 - (1 - 10Y_a/7)^{3/2} \};$$

II) $0.7 < Y_a \leq 1$:

$$L_a(Y_a) = \{ 0.15 - 0.25(Y_a - 0.7) \};$$

III) $Y_a > 1$:

$$L_a(Y_a) = 0.$$

Нефильтрованные пульсации компонент мгновенной скорости на “входе” ($x=0$; $0 \leq z \leq z_k$; $1 \leq y \leq 3$) моделируем следующим образом:

$$u_p(0, y, z, t) = u_* a_1 f_1(y) \sum_{m=1}^J m^{-5/6} \sin\left(\frac{2\pi z m}{L_a}\right);$$

$$v_p(0, y, z, t) = u_* a_2 f_2(y) \sum_{m=1}^J m^{-5/6} \sin\left(\frac{2\pi z m}{L_a}\right);$$

$$w_p(0, y, z, t) = u_* a_3 f_3(y) \sum_{m=1}^J m^{-5/6} \sin\left(\frac{2\pi z m}{L_a}\right).$$

Функции f_1, f_2 определены на основе экспериментальных данных [4]. Для нахождения неизвестной f_3 используются f_1^0, f_2^0 и f_3^0 из эксперимента

[21]. Величину f_3 будем аппроксимировать следующим образом:

а) для $1 < y \leq 1 + \delta$:

$$f_3 = (f_3^0 f_1 / f_1^0 + f_3^0 f_2 / f_2^0) / 2;$$

б) для $1 + \delta < y \leq 3$:

$$f_3 = 0,$$

где $f_1, f_2, f_3, f_1^0, f_2^0, f_3^0$ зависят от y/δ .

Константы a_1, a_2 и a_3 находятся предварительным расчетом при $x = 0, y = y_{vj}$ (где $j = 1, 2, 3$; y_{vj} – координата максимума функции $f_j(y_{vj})$) при соблюдении следующих условий:

$$\langle u_p^2 \rangle_{zt} = u_*^2 (a_1 f_1(y_{v1}))^2;$$

$$\langle v_p^2 \rangle_{zt} = u_*^2 (a_2 f_2(y_{v2}))^2;$$

$$\langle w_p^2 \rangle_{zt} = u_*^2 (a_3 f_3(y_{v3}))^2.$$

Величины $\langle u_p^2 \rangle_{zt}; \langle v_p^2 \rangle_{zt}; \langle w_p^2 \rangle_{zt}$ определяются на основе экспериментов [4,21].

В данном случае конфигурации течения мы учитываем следующие экспериментально установленные факты [1–5]:

1) турбулентный пограничный слой имеет единственное однородное направление (Oz) для турбулентного поля скорости, поэтому

$$\langle u_p \rangle_z = \langle v_p \rangle_z = \langle w_p \rangle_z = 0;$$

2) спектр энергии турбулентных пульсаций подобен колмогоровскому спектру и пропорционален $k_m^{-5/3}$, где k_m – безразмерное волновое число ($k_m = m/L_a$);

3) $J = 50$ (определено на основе спектра турбулентной энергии [1–5] для заданного Re). В численных расчетах $1/L_a$ всегда округляется до целого числа для выполнения пункта 1.

На верхней границе вычислительной области нефильТРованные пульсации компонент скорости моделируем следующим образом:

$$u_p(x, 3, z, t) = v_p(x, 3, z, t) = w_p(x, 3, z, t) = 0.$$

Распределение величины $U_{cb}(x)$ установлено на основе экспериментальной работы [4] и аппроксимируется следующей формулой при $0 \leq x \leq x_k$:

$$U_{cb}(x) = (1 - 0.0125x).$$

На верхней грани вычислительной области $y = 3; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq x \leq x_k$ давление определяется из уравнения Навье-Стокса при соответствующих граничных условиях для скорости:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} - \frac{\partial(\tilde{u}\tilde{u})}{\partial x}.$$

Полагаем, что $P(0, 3, z, t) = 1$. Параметры u_c, v_c и w_c определяются аналогично [14–17].

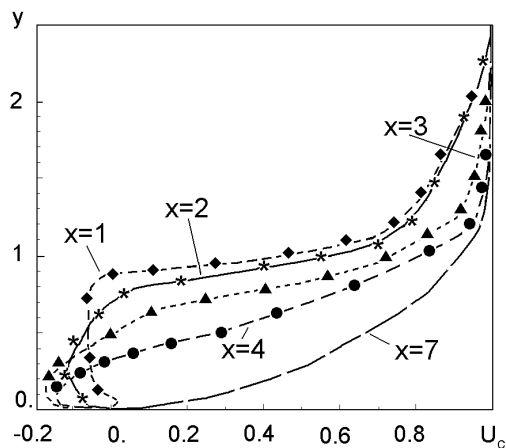


Рис. 4. Зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для $x = \{1; 2; 3; 4; 7\}$ (расчет – кривые; экспериментальные данные [4] – значки)

3. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

В экспериментах [1–7] установлено, что турбулентные отрывные течения за уступом в широком канале можно считать квазиустановившимися. Поэтому в представленной модели турбулентного течения в широком канале за обратным уступом рассматривается задача, которая (при заданных условиях на границах вычислительной области) решается до выхода на требуемый режим при необходимом количестве шагов по времени с использованием конечно-разностной неявной абсолютно устойчивой схемы (см. подробно в [14–17]). Расчет по методу установления по времени прекращается при выполнении следующего условия – осредненные по однородному направлению Oz подсеточные напряжения на каждом шаге по времени изменяются меньше, чем на одну десятую процента.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На основе численного алгоритма, разработанного в рамках LES-технологии, проведены расчеты параметров турбулентного течения за обращенным назад уступом ($Re=3850$) с учетом отрыва турбулентного пограничного слоя. В вычислениях применялся компьютер PENTIUM-IV с тактовой частотой 3 ГГц и оперативной памятью 512 Мб. Для выхода на установившийся режим (при использовании неявной абсолютно устойчивой схемы) и накопления статистик для осреднения было произведено 4000 шагов по времени с $\Delta t = 0,002$ за промежуток времени $T_c = 8$ (см. подробно в

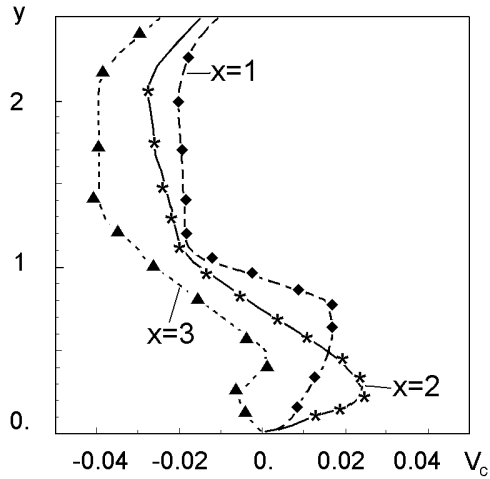


Рис. 5. Зависимость осредненной поперечной компоненты скорости V_c от y для $x = \{1; 2; 3\}$ (расчет – кривые; экспериментальные данные [4] – значки)

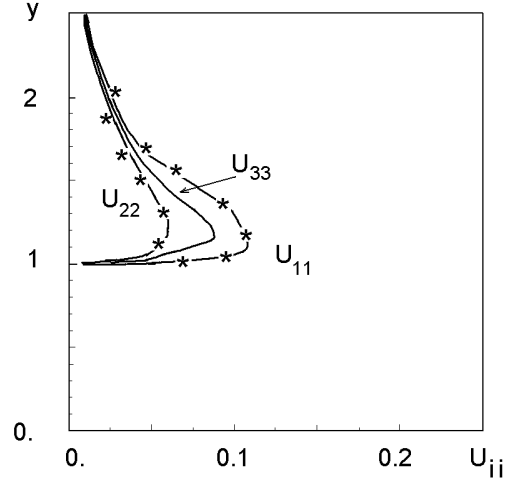


Рис. 6. Зависимость осредненной продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x = 0$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

[14–17]). Полное время расчета поставленной задачи на указанном выше компьютере составляет 26 часов 25 минут. Результаты вычислений характеристик течения в широком канале с турбулентным потоком при наличии отрыва на обратном уступе ($Re=3850$; $Re_\delta = 7623$; $HS=12.6$) при использовании LES-технологии в мировой научной литературе нами не обнаружены.

Изменения основных расчетных осредненных (по однородному направлению Oz и периоду времени T_c) безразмерных характеристик турбулентного потока вдоль безразмерной координаты y представлены на рис. 4–13. Результаты наших вычислений сравниваются с экспериментальными данными [4], полученными для такой же конфигурации течения.

Далее используются следующие обозначения:

$$U_c = \langle u(x, y, z, t) \rangle_{zt} / \langle u(x, y = 3, z, t) \rangle_{zt},$$

$$V_c = \langle v(x, y, z, t) \rangle_{zt} / \langle u(x, y = 3, z, t) \rangle_{zt},$$

что в рамках LES-технологии адекватно соотношениям вида:

$$U_c = \langle \tilde{u}(x, y, z, t) \rangle_{zt} / \langle \tilde{u}(x, y = 3, z, t) \rangle_{zt},$$

$$V_c = \langle \tilde{v}(x, y, z, t) \rangle_{zt} / \langle \tilde{u}(x, y = 3, z, t) \rangle_{zt}.$$

На рис. 4 представлена зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для случаев $x = \{1; 2; 3; 4; 7\}$ и экспериментальные данные [4]. В свою очередь, на рис. 5 приведено изменение осредненной поперечной компоненты скорости V_c вдоль y для $x = \{1; 2; 3\}$.

При сопоставлении численных и экспериментальных результатов видно, что разработанная модель довольно точно описывает изменение компонент средней скорости поперек турбулентного течения за уступом для различных x . Наблюдаются характерные черты поведения потока за обратным уступом с наличием зоны возвратного течения, что соответствует наличию отрицательных значений осредненной продольной компоненты скорости U_c при $y < 1$. На основе результатов вычислений установлено, что условная плоскость раздела зон основного течения и возвратного потока представима в виде следующей аппроксимационной зависимости:

$$y = 1 - (x/x_R)^{3/2}$$

для всех z . Здесь x_R – точка вновь присоединения основного течения, где осредненный коэффициент поверхностного трения равен нулю. По результатам нашего расчета определено, что $x_R=4.9$ и полностью согласуется с экспериментом [4].

Полные нормальные турбулентные напряжения имеют такой вид:

$$T_{11} = \langle (\tilde{u}_1 - U_{cc})^2 + \tau_{11} \rangle_{zt},$$

$$T_{22} = \langle (\tilde{u}_2 - V_{cc})^2 + \tau_{22} \rangle_{zt},$$

$$T_{33} = \langle \tilde{u}_3^2 + \tau_{33} \rangle_{zt}.$$

На рис. 6–12 представлено изменение продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости U_{ii} вдоль y для случаев $x = \{0; 1; 2; 3; 4; 4.9; 6\}$ и результаты эксперимента [4]. Расчетные и экспериментальные данные хорошо коррелируются.

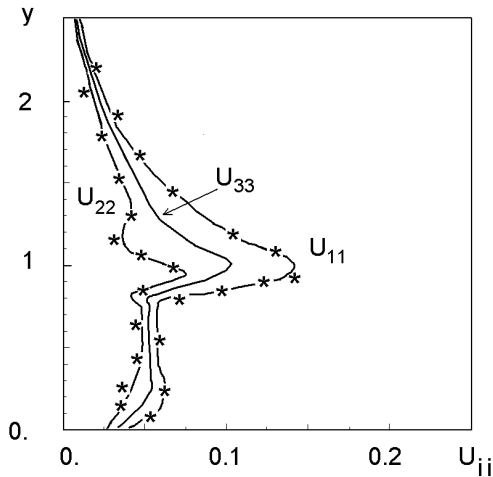


Рис. 7. Зависимость осредненной продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x = 1$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

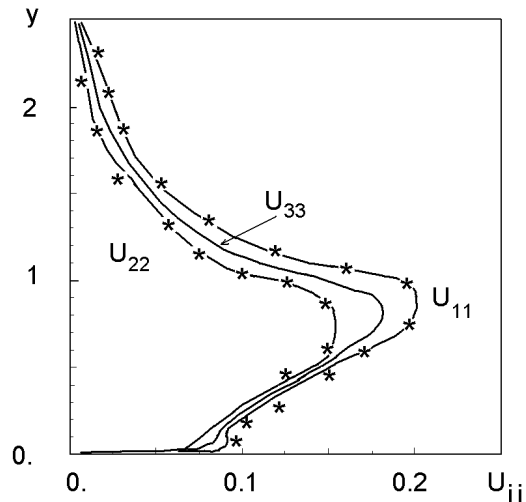


Рис. 9. Зависимость осредненной продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x = 3$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

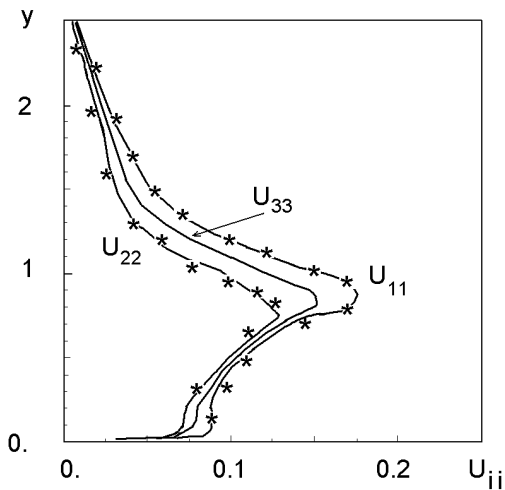


Рис. 8. Зависимость осредненной продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x = 2$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

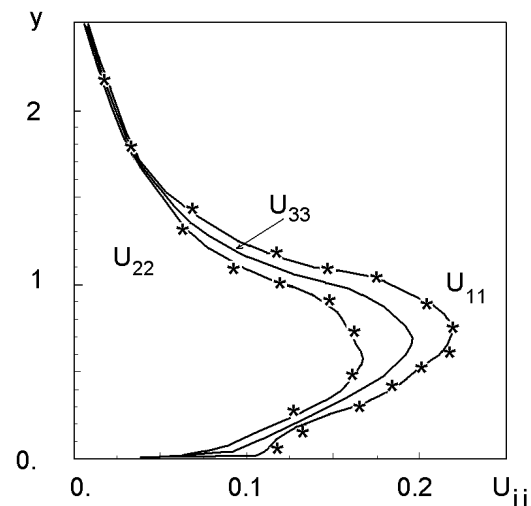


Рис. 10. Зависимость осредненной продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x = 4$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

Приняты следующие обозначения:

$$U_{11} = T_{11}^{1/2}/U_{sb}; \quad U_{22} = T_{22}^{1/2}/U_{sb};$$

$$U_{33} = T_{33}^{1/2}/U_{sb}.$$

Форма профилей пульсаций скорости с приближением к стенке испытывает сильное влияние средней скорости возвратного потока при увеличении x . Результаты вычислений боковой пульсации скорости U_{33} получены впервые для течения за обратным уступом в широком канале при $HS=12.6$;

$Re = 3850$; $Re_\delta = 7623$. Распределение U_{33} дополняет до трехмерного вида экспериментально установленную картину турбулентного течения в работе [4] для U_{11} и U_{22} .

На рис. 13 показана зависимость удвоенной полной кинетической энергии турбулентности E_c от y для случаев $x = \{0; 1; 2; 4; 6\}$, где

$$E_c = E/U_{sb}^2,$$

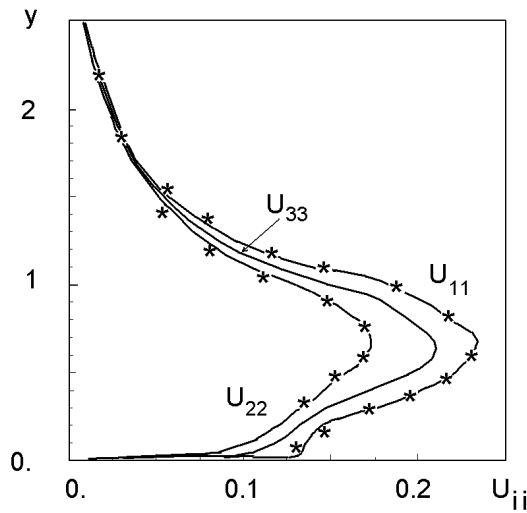


Рис. 11. Зависимость осредненной продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x = 4.9$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

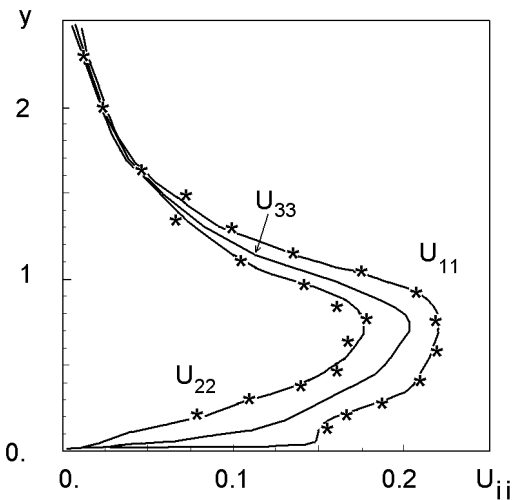


Рис. 12. Зависимость осредненной продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x = 6$ (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

$$E = \langle (\tilde{u}_1 - U_{cc})^2 + (\tilde{u}_2 - V_{cc})^2 + \tilde{u}_3^2 + \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33} \rangle_{zt}$$

Важно отметить, что форма профилей турбулентной энергии на участке максимальных значений изменяется от сечения к сечению ($x = \{0; 1; 2; 4\}$) и располагается выше условной плоскости раздела зон основного течения и возвратного потока. После присоединения потока в $x = x_R$ наблюдается тенденция медленного восстановления течения до состояния равновесного турбулентного погра-

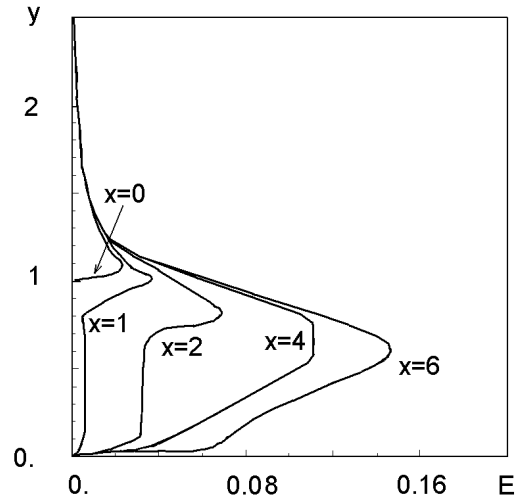


Рис. 13. Зависимость полной кинетической энергии E от y для $x = \{0; 1; 2; 4; 6\}$

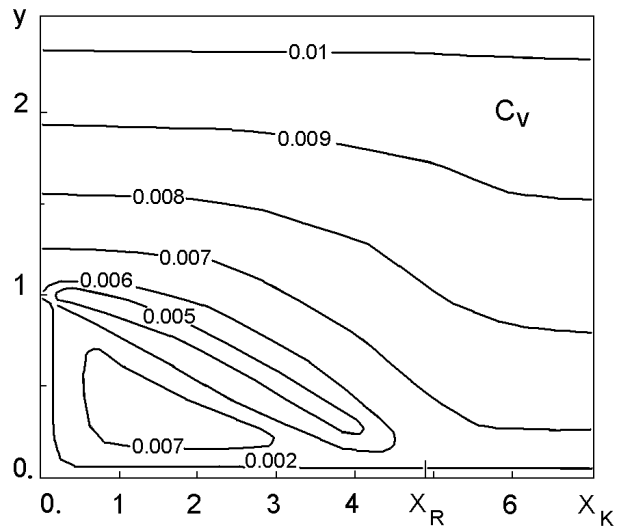


Рис. 14. Изолинии коэффициента C_V в плоскости xy

ничного слоя. Образно говоря, течение (рис. 13) развивается подобно тому, как снежный ком (сгусток турбулентной энергии) отрывается от вершины холма (уступа), катится вниз по склону (поверхности раздела зон основного течения и рециркуляционного потока), увеличиваясь в размере и массе (величине энергии турбулентности), а затем движется по долине (за точкой присоединения).

Изолинии динамического коэффициента C_V в плоскости xy представлены на рис. 14. Распределение значений $C_V(x, y)$ наглядно показывает характерные черты течения за уступом, особенно в зоне смешения основного отрывного турбулентно-

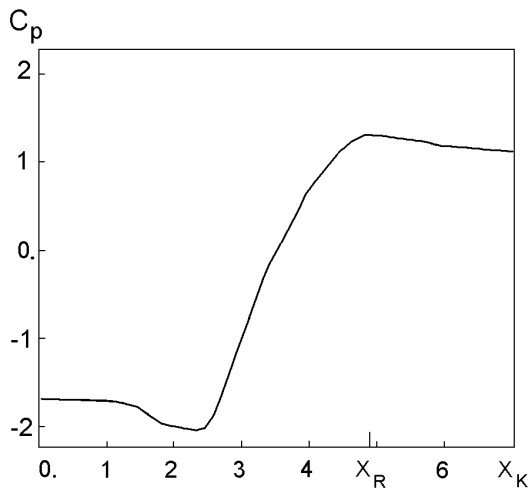


Рис. 15. Распределение коэффициента давления на стенке

го потока с рециркуляционным течением. Динамическая смешанная модель позволяет эффективно учитывать процессы в области рециркуляции. Она успешно используется в качестве пристенной модели и в зоне отрыва турбулентного потока. Поэтому учет турбулентного отрыва в рамках LES-технологии происходит менее драматично, чем моделирование отрыва ламинарного течения с более значительным образованием вихревых структур в зоне смещения.

В процессе расчетов установлено, что вклад подсеточной кинетической энергии в полную турбулентную энергию составляет около 5–6 процентов. Такое поведение аналогично и для полных нормальных турбулентных напряжений.

Осредненный коэффициент давления на стенке (рис. 15) вычисляется следующим образом:

$$C_p(x) = 20\{ \langle P(15, 0, z, t) \rangle_{zt} - \langle P(x, 0, z, t) \rangle_{zt} \}.$$

Величина $\langle P(15, 0, z, t) \rangle_{zt}$ взята из экспериментальной работы [4].

Для случая отрыва турбулентного слоя в широком канале численно установлено, что вниз по течению непосредственно за точкой вновь присоединения основного течения x_R осредненный коэффициент давления на стенке достигает максимального значения. Затем наблюдается тенденция к медленному восстановлению значения C_p до его состояния, характерного для равновесного турбулентного пограничного слоя.

Коэффициент поверхностного трения $c_f(x)$ в общем виде [18, 19, 22] определяется так:

$$c_f(x) = 2R_{12}(x; y = y_0),$$

где y_0 – очень малое расстояние от стенки. Полное касательное напряжение $R_{12}(x, y)$ вычисляется по формуле :

$$R_{12} = T_{12} + \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial y},$$

а турбулентное касательное напряжение T_{12} определяется из стационарного уравнения Рейнольдса [18] для турбулентного течения с двумерной геометрией (x, y) :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = - \frac{\partial P_s}{\partial x} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial T_{12}}{\partial y} - \frac{\partial T_{11}}{\partial x}, \quad (4)$$

где на основе [18, 19, 22] полагаем, что осреднение по Рейнольдсу для данного типа течения эквивалентно осреднению по z и t .

$$U = \langle u(x, y, z) \rangle_{zt}, \quad V = \langle v(x, y, z) \rangle_{zt},$$

$$P_s = \langle P(x, y, z, t) \rangle_{zt}.$$

После преобразований уравнения Рейнольдса получаем зависимость для определения полного касательного напряжения R_{12} :

$$\frac{\partial R_{12}}{\partial y} = U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial P_s}{\partial x} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial T_{11}}{\partial x}. \quad (5)$$

Последнее уравнение решается относительно $R_{12}(x, y)$ численно на основе конечно-разностной аппроксимации при заданном граничном условии:

$$R_{12}(x; y = 3) = 0.$$

Вычисление коэффициента поверхностного трения $c_f(x)$ в общем виде при $y = y_0$ практически не реально вследствие малости y_0 . Поэтому в лабораторных и численных экспериментах используется методика усреднения c_f по слою $0 < y \leq y_a$, где y_a располагается несколько выше вязкого подслоя. Окончательно, для $0 < x \leq x_k$ коэффициент поверхностного трения c_f определяется по формуле:

$$c_f(x) = \frac{2}{y_a} \int_0^{y_a} R_{12}(x, y) dy.$$

На рис. 16 показано распределение коэффициента поверхностного трения $f(x) = 10^3 c_f(x)$. Результаты вычислений подтверждают экспериментально установленный факт [4], что в точке вновь присоединения основного течения x_R осредненный коэффициент поверхностного трения равен нулю.

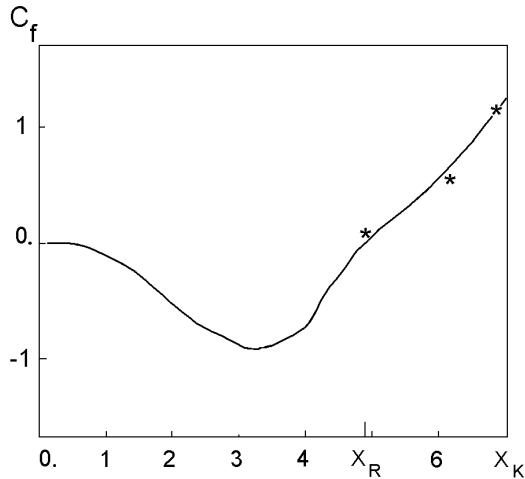


Рис. 16. Распределение коэффициента поверхностного трения (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [4] – значки *)

Проведенные расчеты не выявили углового вихря. В исследованиях [27, 28] рассматриваются вопросы идентификации и визуализации вихревых структур на основе результатов численного моделирования. Работа [27] представляет способы разделения турбулентного течения на осредненную (главную), когерентную и хаотическую (пульсационную) составляющие для разных типов течений. Установлены основные на данный момент времени критерии выделения трехмерных вихревых структур (изоповерхности компонент завихренности, давления, параметров Q или λ_2 с заданным пороговым значением). Для разных типов течений каждый из четырех критериев дает свои результаты, чаще плохо коррелирующиеся между собой. Важный вклад в процесс идентификации вносят процессы осреднения по времени и по пространству, учет систем отсчета Эйлера и Лагранжа.

Идентификация и визуализация вихрей на основе результатов расчета представленного LES-подхода в выбранной вычислительной области эффективна только на равномерной мелкой сетке, так как это позволяет учитывать широкий интервал масштабов в спектре турбулентной энергии.

ВЫВОДЫ

В данном исследовании разработана LES-технология, которая является развитием LES-подхода [14-17], но уже с учетом отрыва турбулентного пограничного слоя за обращенным назад уступом в широком канале для применения на персональном компьютере в усеченной вычислительной области

с шагом сетки $\tilde{\Delta}_S$. В представленной работе система уравнений решается численным методом [17]. Величина $\tilde{\Delta}_S$ равна шагу сетки для гипотетического расчета на суперкомпьютере в большой вычислительной области (от одной стенки канала до другой).

Впервые на основе LES-технологии развита численная трехмерная модель отрывного турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости за обратным уступом ($Re=3850$; $Re_\delta=7623$) в широком канале ($HS=12.6$) для реализации на персональном компьютере. В данной модели все параметры и уравнения имеют безразмерный вид. Численная модель содержит два основных параметра: 1) число Рейнольдса обратного уступа Re ; 2) число Re_δ для турбулентного пограничного слоя непосредственно перед отрывом. Динамическая подсеточная модель имеет расчетный коэффициент C_V . Она используется также к качестве пристенной модели и учета отрыва турбулентного течения.

Впервые в рамках LES-подхода (применяя численно-аналитическую реконструкцию поля фильтрованной мгновенной скорости для всех трех компонент во входном граничном условии с учетом истинного спектра кинетической турбулентной энергии в процессе отрыва турбулентного пограничного слоя) для течения за обратным уступом в широком канале ($Re=3850$; $Re_\delta=7623$) получены численные значения: компонент осредненной скорости, кинетической турбулентной энергии, продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости, коэффициента давления на стенке, коэффициента поверхностного трения, точки вновь присоединения ранее оторвавшегося потока, а также аппроксимационной зависимости для поверхности раздела зон основного турбулентного потока и возвратного течения. Сравнение наших численных результатов с экспериментальными данными другого автора показало хорошее согласование. Результаты вычислений боковой пульсации скорости и кинетической турбулентной энергии получены впервые для $Re=3850$; $HS=12.6$ и дополняют экспериментально установленную картину течения.

В рамках LES-технологии вклад подсеточной кинетической турбулентной энергии в полную турбулентную энергию составляет около 5-6 процентов (при выбранных шагах фильтра и конечно-разностной сетки).

1. Смирнов П.Е. Тестирование v^2 -f-модели турбулентности при расчете течения и теплооб-

- мена в каналі з везапним розширенням // ИФЖ.(Беларусь).– 2006.– Т.79, N4.– С. 38–44.
2. *Sinha S., Gupta A., Oberai M.* Laminar separating flow over backsteps and cavities. Part I: backsteps // AIAA J.– 1981.– v.19, N12.– P. 1527–1530.
 3. *Trangam S., Speziale C.* Turbulent flow past a backward-facing step: a critical evaluation of two-equation models // AIAA J.– 1992.– v.30, N5.– P. 1314–1320.
 4. *Etheridge D.W., Kemp P.H.* Measurements of turbulent flow downstream of a rearward-facing step // J.Fluid.Mech.– 1978.– v.86, part 3.– P. 545–566.
 5. *Le H., Moin P., Kim J.* Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step // J.Fluid.Mech.– 1997.– v.330.– P. 349–374.
 6. *Wengle H., Huppertz A., Barwolff G., Janre G.* The manipulated transitional backward-facing step flow: an experimental and direct numerical simulation investigation // Eur.J.Mech.B-Fluids.– 2001.– v.20.– P. 25–46.
 7. *Driver D., Seegmiller H.* Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow // AIAA J.– 1985.– v.23, N2.– P. 163–171.
 8. *Kwon O., Hah C.* Simulation of three-dimensional turbulent flows on unstructured meshes // AIAA J.– 1995.– v.33, N6.– P. 1081–1089.
 9. *Vreman B., Geurts B., Kuerten H.* On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model // Phys.Fluids.– 1994.– v.6, N12.– P. 4057–4059.
 10. *Zang Y., Street R., Koseff J.* A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows // Phys.Fluids A.– 1993.– v.5, N12.– P. 3186–3196.
 11. *Piomelli U.* High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model // Phys.Fluids A.– 1993.– v.5, N6.– P. 1484–1490.
 12. *Meneveau C., Katz J.* Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // Annu.Rev.Fluid.Mech.– 2000.– v.32.– P. 1–32.
 13. *Piomelli U., Balaras E.* Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // Annu.Rev.Fluid.Mech.– 2002.– v.34.– P. 349–374.
 14. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– 4(76), N3.– С. 31–41.
 15. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– 5(77), N2.– С. 27–36.
 16. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– 6(78), N1.– С. 19–24.
 17. Кузьменко В.Г. Динамические подсеточные модели для LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– 6(78), N3.– С. 22–27.
 18. Федяевский К.К., Гиневский А.С., Колесников А.В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1973.– 256 с.
 19. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
 20. Бабенко В.В., Канарский М.Б., Коробов Б.И. Пограничный слой на эластичных пластинах.– К.: Наукова думка, 1993.– 261 с.
 21. *Ligrani P., Moffat R.* Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // J.Fluid.Mech.– 1986.– v.162.– P. 69–98.
 22. Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 231 с.
 23. Себиси Е., Бредшоу П. Конвективный теплообмен.– М.: Мир, 1987.– 590 с.
 24. *Neto A., Grand D., Metais O., Lesieur M.* A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step // J.Fluid.Mech.– 1993.– v.256.– P. 1–25.
 25. *Kaltenbach H.* Turbulent flow over a swept backward-facing step // Eur.J.Mech.B-Fluids.– 2004.– v.23.– P. 501–518.
 26. *Diurno G.V., Balaras E., Piomelli U.* Wall-layer models of separated flows // In Modern simulation strategies for turbulent flux, ed. B.Geurts.– Philadelphia.– 2001.– P. 207–222.
 27. *Lesieur M., Begou P., Comte P., Metais O.* Vortex recognition in numerical simulations // ERCOFTAC Bulletin.– 2000.– N46.– P. 25–28.
 28. Гуцин В.А., Матюшин П.В. Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при $200 < Re < 380$ // Известия РАН. МЖГ.– 2006.– N5.– С. 135–151.
 29. *Jakirlic S.* Wall modelling in LES: method development and application // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N72.– P. 5–6.
 30. *Fubery C.* On LES and DES of wall bounded flows // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N72.– P. 67–72.
 31. *Ghosal S., Lund T., Moin P., Akselvoll K.* A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows // J.Fluid.Mech.– 1995.– v.286.– P. 229–255.
 32. *Kaltenbach H.* A priori testing of wall models for separated flows // Phys.Fluids.– 2003.– v.15, N10.– P. 3048–3064.