

Методика определения параметров ползучести и длительной прочности изотропных материалов при неизотермических процессах нагружения

А. З. Галишин

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

Разработана методика определения параметров ползучести и длительной прочности, входящих в определяющие уравнения термовязкопластичности для описания неизотермических процессов деформирования и накопления повреждений в изотропных материалах вследствие ползучести. Ее опробование проводится на жаропрочном хромоникелевом сплаве ЭИ437.

Ключевые слова: термовязкопластичность, ползучесть, длительная прочность, повреждаемость.

Введение. При исследовании термовязкоупругопластического напряженно-деформированного состояния элементов конструкций важную роль играет выбор определяющих уравнений, адекватно описывающих процессы накопления повреждений и необратимых деформаций в элементе тела. Существует ряд подходов для определения параметров моделей ползучести и длительной прочности упрочняющихся [1] и неупрочняющихся [2] материалов, предназначенных для описания изотермических процессов нагружения в условиях однородного напряженного состояния. Цель настоящей работы заключалась в разработке методики определения параметров ползучести и длительной прочности, входящих в определяющие уравнения термовязкопластичности, при неизотермических процессах нагружения.

Определяющие уравнения. В качестве уравнений состояния используем соотношения термовязкопластичности, описывающие деформирование элемента изотропного тела по траекториям малой кривизны [3]. В соответствии с этими уравнениями процесс нагружения разбивается на ряд малых этапов по времени t так, чтобы наилучшим образом отразить историю и скорость его протекания. Уравнения построены на основе постулата изотропии Ильюшина, закона упругого изменения объема и условия аддитивности девиаторов упругих e_{ij}^e и необратимых e_{ij}^n деформаций. Компоненты девиатора упругих деформаций подчиняются закону Гука, а необратимых – определяются равенствами

$$e_{ij}^n = \sum_{k=1}^m \Delta_k e_{ij}^n; \quad \Delta_k e_{ij}^n = \left\langle \frac{s_{ij}}{S} \right\rangle_k \Delta_k \Gamma_n; \quad S = \left(\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{1/2}. \quad (1)$$

Здесь s_{ij} – компоненты девиатора напряжений; S – интенсивность касательных напряжений; угловые скобки обозначают осреднение за k -й этап нагружения; $\Delta_k \Gamma_n$ – приращение накопленной необратимой составляющей интенсивности деформаций сдвига, которое является функционалом процесса нагружения [4]:

$$\Delta_k \Gamma_n = \Phi[S(t), T(t), t], \quad (2)$$

где T – температура.

Функционал (2) представляется в виде суммы: приращения интенсивности пластических деформаций сдвига $\Delta_k \Gamma_p$ и приращения интенсивности деформаций сдвига ползучести $\Delta_k \Gamma_c$. Приращение $\Delta_k \Gamma_p$ конкретизируется на основе уравнения мгновенной термомеханической поверхности [3]

$$\sigma = f(\varepsilon^*, T), \quad (3)$$

где σ – напряжение в образце; ε^* – мгновенная составляющая деформации. Функционал $\Delta_k \Gamma_c$ конкретизируется на основе диаграмм ползучести, полученных при различных фиксированных значениях температуры с такой скоростью предварительного нагружения, с которой снимались диаграммы мгновенного деформирования, и диаграмм длительной прочности, полученных при испытании на одноосное растяжение и чистое кручение.

При простом растяжении $\Delta_k \Gamma_c = \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta_k \varepsilon_c$, где $\Delta_k \varepsilon_c$ – приращение деформации ползучести за k -й этап. Полная деформация ползучести ε_c определяется как сумма этих приращений за все этапы нагружения.

Кинетические уравнения ползучести и повреждаемости. При фиксированном значении температуры T скорость деформации ползучести описывается следующим выражением:

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{d\varepsilon_c}{dt} = \frac{A m \sigma_e^n t^{m-1}}{(1-\omega)^p}, \quad (4)$$

где σ_e – эквивалентное напряжение; ω – параметр повреждаемости; A, n, m – коэффициенты, которые находятся по методу наименьших квадратов из условия наилучшей аппроксимации первых двух участков экспериментальных кривых ползучести выражением

$$\varepsilon_c^H = A \sigma_e^n t^m; \quad (5)$$

p – коэффициент, зависящий от эквивалентного напряжения σ_e и температуры T и определяемый из условия наилучшей аппроксимации третьего участка диаграмм неустановившейся ползучести.

Параметр ω является функционалом процесса нагружения [4]

$$\omega = \omega[S(t), T(t), t] \quad (6)$$

и находится из кинетического уравнения Работнова [5]

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \begin{cases} C \left(\frac{\sigma_e}{1-\omega} \right)^Q, & \sigma_0 \geq 0, \\ 0, & \sigma_0 < 0, \end{cases} \quad \sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad (7)$$

где σ_0 – среднее напряжение; C и Q – коэффициенты, зависящие от температуры. При этом предполагается, что при сжатии в элементе тела повреждения вследствие ползучести не накапливаются. Коэффициенты C и Q определяются из условия наилучшей аппроксимации выражением

$$t^* = \frac{1}{C(Q+1)\sigma_e^Q} \quad (8)$$

диаграмм длительной прочности, построенных в координатах $\sigma_e \sim t^*$ при $T = \text{const}$, где t^* – время до разрушения образца в процессе его ползучести под действием постоянного напряжения σ_e .

Равенство (8) получено в результате интегрирования кинетического уравнения (7) от 0 до t^* при условиях: $\sigma_e = \text{const}$, $T = \text{const}$,

$$\omega = \begin{cases} 0 & \text{при } t = 0; \\ 1 & \text{при } t = t^*. \end{cases}$$

При интегрировании кинетического уравнения (7) с соблюдением тех же условий можно получить выражение для параметра повреждаемости ω :

$$\omega = 1 - [1 - C(Q+1)\sigma_e^Q t]^{1/(Q+1)}. \quad (9)$$

Эквивалентное напряжение σ_e определяется с использованием критерия длительной прочности [4]

$$\sigma_e = \chi(\tau_{oct} - \sigma_{\max}) + \sigma_{\max}, \quad (10)$$

где τ_{oct} – октаэдрическое касательное напряжение; σ_{\max} – максимальное главное нормальное напряжение; параметр χ является функцией интенсивности касательных напряжений S и температуры T . Эта функция учитывает влияние вида напряженного состояния на эквивалентное напряжение σ_e и описывает известный факт, что при малых значениях S происходит хрупкое разрушение материала, при больших S – вязкое разрушение. Функция χ определяется из условия совпадения кривых длительной прочности при одноосном растяжении $\sigma(t^*)$ и чистом кручении $\tau(t^*)$ [6].

Зависимость $\chi(t^*)$ имеет вид

$$\chi(t^*) = \frac{\sigma - \tau}{\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)\sigma - \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)\tau}, \quad (11)$$

где напряжения σ и τ выбираются для одного и того же момента времени t^* . Эта функция используется для построения зависимости $\sigma_e(t^*)$ и опре-

деления коэффициентов C и Q . Аппроксимируя диаграммы длительной прочности в логарифмических координатах линейными функциями

$$\lg \sigma_e = k \lg t^* + b, \quad (12)$$

можно получить выражения для коэффициентов C и Q ,

$$Q = -\frac{1}{k}; \quad C = \frac{10^{-bQ}}{Q+1}. \quad (13)$$

На основании функции $\chi(t^*)$ можно также построить функцию $\chi(S)$, которая применяется при решении краевых задач. При этом в качестве аргумента S выбирается среднее значение интенсивности касательных напряжений, возникающих соответственно при растяжении и кручении. Расчеты показали, что функция $\chi(S)$ хорошо описывается степенной зависимостью

$$\chi(S) = DS^d, \quad (14)$$

где D и d – коэффициенты, зависящие от температуры.

Обычно экспериментальные диаграммы ползучести строятся для ряда фиксированных значений напряжения σ . Однако использование функции $\chi(S)$ дает возможность перейти к эквивалентному напряжению (10) и построить зависимость для скорости ползучести (4). Входящий в эту зависимость коэффициент p для каждой экспериментальной диаграммы ползучести определяется методом последовательных приближений путем численного интегрирования системы уравнений (4), (9). Задаваясь последовательно рядом значений p , можно максимально приблизить расчетную кривую к экспериментальной. Далее для простоты приближенно будем полагать, что коэффициент p при фиксированной температуре постоянный и равен среднему значению для экспериментальных диаграмм ползучести.

Интерполяция по температуре. На практике характеристики ползучести и длительной прочности определяются экспериментально при фиксированных значениях температуры T_i ($i=1, 2, \dots$). Для промежуточного значения $T_i \leq T \leq T_{i+1}$ деформацию ε_c^H на первых двух участках диаграмм ползучести определим путем интерполяции в соответствии с экспоненциальным законом Аррениуса [7]:

$$\varepsilon_c^H = \varphi \exp\left(-\frac{\psi}{T}\right), \quad (15)$$

где $\varphi(\sigma_e, t)$ и $\psi(\sigma_e, t)$ – функции, которые определяются из условия совпадения равенства (15) с выражением (5), записанным для фиксированных значений температуры T_i и T_{i+1} соответственно. Тогда при температуре T деформация ε_c^H также будет описываться равенством (5), в котором коэффициенты A , n , m определяются формулами

$$A = A_i^{1-r} A_{i+1}^r; \quad n = (1-r)n_i + r n_{i+1}; \quad m = (1-r)m_i + r m_{i+1}; \quad (16)$$

$$r = \alpha \frac{T_{i+1}}{T}; \quad \alpha = \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i}.$$

Коэффициенты Q и C для промежуточной температуры будем определять по диаграмме длительной прочности, построенной путем линейной интерполяции по температуре в естественных координатах $\sigma_e \sim t^*$. Тогда коэффициенты Q и C для этой диаграммы будут описываться равенствами

$$Q = -\frac{\beta}{(1-\alpha)k_i 10^{b_i} + \alpha k_{i+1} 10^{b_{i+1}}}; \quad C = \frac{\beta^{-Q}}{Q+1}; \quad \beta = (1-\alpha)10^{b_i} + \alpha 10^{b_{i+1}}. \quad (17)$$

Для функции $\chi(S)$ и коэффициента p также будем использовать линейную интерполяцию

$$\chi(S) = (1-\alpha)D_i S^{d_i} + \alpha D_{i+1} S^{d_{i+1}}; \quad p = (1-\alpha)p_i + \alpha p_{i+1}. \quad (18)$$

Приведенные соотношения (1)–(18) представляют собой замкнутую систему уравнений для описания термовязкоупругопластического напряженно-деформированного состояния элемента изотропного твердого тела в процессе неизотермического нагружения с учетом повреждаемости при ползучести. Входящий в эти соотношения параметр повреждаемости ω находится в процессе решения задачи термовязкопластичности путем численного интегрирования кинетического уравнения (7) при нулевых начальных условиях. Поэтапное решение задачи осуществляется до достижения этим параметром критического значения ω^* .

Параметры ползучести и длительной прочности сплава ЭИ437. Для иллюстрации предложенной методики определим параметры ползучести и длительной прочности сплава ЭИ437 в диапазоне изменения температуры $873 \leq T \leq 1073$ К. В [8] приведены экспериментальные диаграммы ползучести указанного сплава при растяжении вплоть до разрушения (рис. 1). Представленные на рис. 1 кривые пронумерованы в порядке возрастания напряжений. Кривые, примыкающие к оси ординат, отмечены точками.

В табл. 1 для этих диаграмм приведены значения коэффициентов A , n , m , полученные по методу наименьших квадратов. Соответствующие диаграммы длительной прочности при растяжении иллюстрирует рис. 2, где точками обозначены экспериментальные данные, соответствующие последним значениям на диаграммах ползучести, сплошными линиями – аппроксимирующие прямые в уравнениях вида (12). В табл. 2 сведены значения коэффициентов k и b для этих прямых.

Ввиду отсутствия диаграмм длительной прочности при чистом кручении применялась методика, изложенная в работе [4]. Показано [4], что для температур $T = 873$ и 973 К диаграммы длительной прочности при растя-

жении сплава ЭИ437 совпадают с аналогичными диаграммами для сплава ЭИ437Б, полученными в [9, 10]. Поэтому предполагалось, что диаграммы длительной прочности при чистом кручении этих двух сплавов будут также совпадать.

Т а б л и ц а 1

Коэффициенты A, n, m

T, K	A	n	m
873	$5,885 \cdot 10^3$	18,72	0,6259
973	$4,296 \cdot 10^5$	18,56	0,4936
1073	$5,283 \cdot 10^1$	5,547	0,6849

Т а б л и ц а 2

Коэффициенты k и b при растяжении, кручении и для эквивалентного напряжения

T, K	Растяжение		Кручение		Эквивалентное напряжение	
	k	b	k	b	k	b
873	-0,0429	-0,1771	-0,0422	-0,2744	-0,0419	-0,3185
973	-0,0491	-0,3026	-0,0483	-0,3979	-0,0480	-0,4411
1073	-0,1103	-0,5125	-0,1086	-0,6044	-0,1079	-0,6464

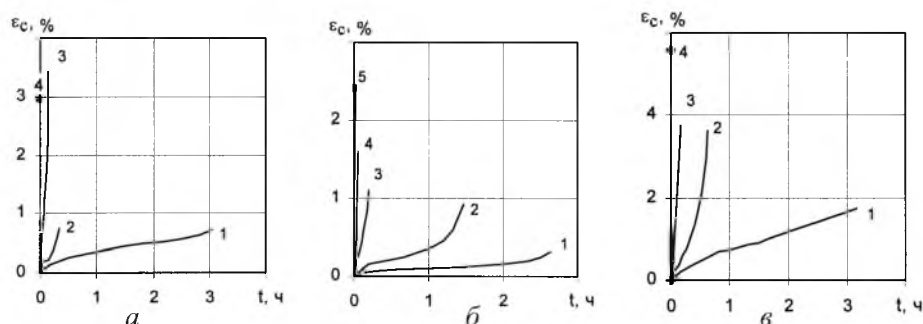


Рис. 1. Экспериментальные диаграммы ползучести при растяжении: $a - T = 873 K$ ($1 - \sigma = 0,635$ ГПа; $2 - \sigma = 0,685$ ГПа; $3 - \sigma = 0,735$ ГПа; $4 - \sigma = 0,825$ ГПа); $b - T = 973 K$ ($1 - \sigma = 0,472$ ГПа; $2 - \sigma = 0,493$ ГПа; $3 - \sigma = 0,539$ ГПа; $4 - \sigma = 0,579$ ГПа; $5 - \sigma = 0,617$ ГПа); $в - T = 1073 K$ ($1 - \sigma = 0,270$ ГПа; $2 - \sigma = 0,323$ ГПа; $3 - \sigma = 0,379$ ГПа; $4 - \sigma = 0,503$ ГПа).

В настоящей работе диаграммы длительной прочности при кручении определяли следующим образом. В качестве базовой использовалась диаграмма серии № 5 для температуры $T = 973 K$ [10]. Для построения диаграмм при температурах $T = 873$ и $1073 K$ применялась параметрическая зависимость Мэнсона [11]

$$\frac{T - T_m}{\lg t^* - \lg t_m} = P, \tag{19}$$

где P – параметр, зависящий только от напряжения; $T_m, \lg t_m$ – константы.

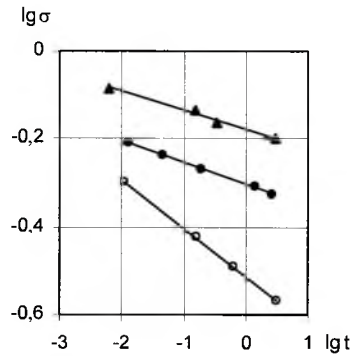


Рис. 2. Диаграммы длительной прочности при растяжении. (Здесь и на рис. 3: ▲ – $T = 873$ К; ● – $T = 973$ К; ○ – $T = 1073$ К.)

Введение в (19) двух констант позволяет осуществлять не только параллельный перенос расчетных диаграмм, как в методе Ларсона–Миллера [11], но и поворот на некоторый угол. Для определения констант T_m и $\lg t_m$ использовалось предположение о подобии диаграмм длительной прочности при растяжении и кручении. На основании такого предположения указанные константы для каждого температурного интервала $873 \leq T \leq 973$ К и $973 \leq T \leq 1073$ К определялись по диаграммам, полученным при растяжении, по которым строились соответствующие диаграммы при кручении. Коэффициенты k и b для этих диаграмм приведены в табл. 2.

Затем по формуле (11) строились функция $\chi(t^*)$ и соответствующая функция $\chi(S)$ (рис. 3). Из рис. 3 видно, что функция $\chi(S)$ с ростом S увеличивается, что соответствует отмеченному выше представлению о хрупком и вязком разрушении материала, и незначительно зависит от температуры. С помощью функции $\chi(t^*)$ для рассматриваемых фиксированных значений температуры определялись эквивалентные напряжения (10) и коэффициенты k и b в (12) – табл. 2, на основании равенств (13) – коэффициенты Q и C . Их значения представлены в табл. 3. Там же приведены значения аппроксимирующих коэффициентов D и d для функции $\chi(S)$ (14).

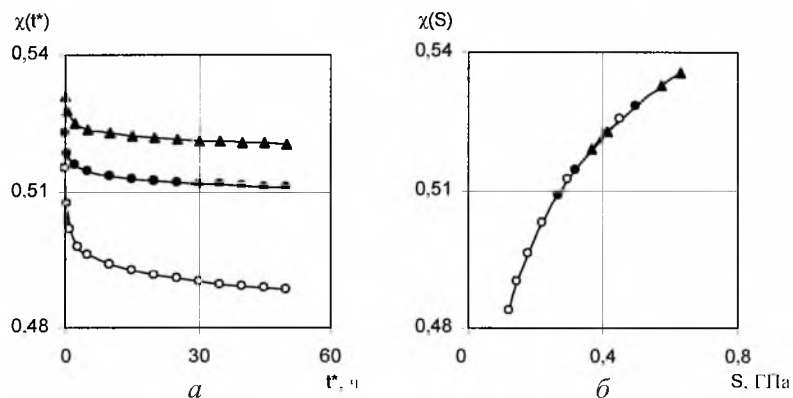


Рис. 3. Функции $\chi(t^*) - a$ и $\chi(S) - б$.

Т а б л и ц а 3

Коэффициенты Q и C в кинетическом уравнении повреждаемости и коэффициенты D и d для функции $\chi(S)$

T, K	Q	C	D	$d \cdot 10^2$
873	23,84	$1,586 \cdot 10^6$	0,5502	5,845
973	20,82	$7,031 \cdot 10^7$	0,5509	5,993
1073	9,27	$9,563 \cdot 10^4$	0,5524	6,244

Отметим, что системная единица для измерения напряжений (ГПа) выбрана не случайно. Ее использование позволяет естественным образом пронормировать напряжения, что, в свою очередь, позволяет существенно увеличить значения коэффициентов Q и тем самым избавиться от малых величин (порядка 10^{-70} при измерении напряжений в МПа), столь нежелательных при решении краевых задач.

Результаты по определению коэффициента p сведены в табл. 4, где для рассматриваемых значений температуры представлены значения напряжений σ , при которых снимались деформации ползучести и соответствующие им эквивалентные напряжения, полученные на основании функции $\chi(S)$. Значения коэффициента p получены при численном интегрировании уравнений (4) и (9). Анализ полученных результатов показал, что имеющихся экспериментальных данных недостаточно для построения зависимости $p(\sigma)$, поэтому для практических расчетов предлагается использовать усредненный коэффициент $p_{\text{ср}}$ (табл. 4).

Т а б л и ц а 4

Коэффициент p в кинетическом уравнении ползучести

T, K	$\sigma, \text{ГПа}$	$\sigma_e, \text{ГПа}$	p	$p_{\text{ср}}$
873	0,825	0,5953	15	13
	0,735	0,5317	24	
	0,685	0,4963	4,5	
	0,635	0,4609	8,5	
973	0,617	0,4481	10	13,8
	0,579	0,4211	12	
	0,539	0,3927	15	
	0,493	0,3599	20	
	0,472	0,3449	12	
1073	0,503	0,3670	11,5	8,25
	0,379	0,2784	8,5	
	0,323	0,2381	8	
	0,270	0,1998	5	

Метод определения коэффициента p для экспериментальной диаграммы ползучести при температуре $T = 973 \text{ K}$ и $\sigma = 0,539 \text{ ГПа}$ проиллюстри-

рован на рис. 4,а. Здесь же представлены экспериментальная диаграмма ползучести, расчетная диаграмма, соответствующая первым двум участкам, а также для ряда значений коэффициента p – расчетные диаграммы, полученные в результате совместного интегрирования системы уравнений (4), (9). Видно, что лучше всего к экспериментальной кривой приближается расчетная диаграмма при $p = 15$.

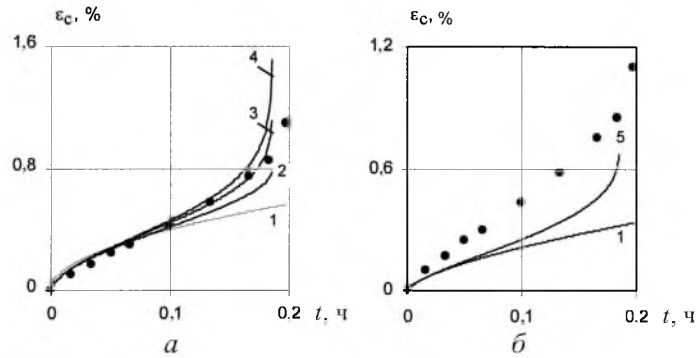


Рис. 4. Расчет деформации ползучести ε_c для $T = 973$ К и $\sigma = 0,539$ ГПа при различных значениях коэффициента p (а) и при интерполяции по температуре (б): 1 – ε_c^H ; 2 – $p = 10$; 3 – $p = 15$; 4 – $p = 18$; 5 – $p = 10,625$ (точки – данные эксперимента, линии – расчет).

Результаты расчета кривой ползучести, полученные при интерполяции по температуре базовых диаграмм для температур $T_i = 873$ К и $T_{i+1} = 1073$ К, приведены на рис. 4,б. Несмотря на достаточно большой интервал исходных данных, расчетные значения хорошо согласуются с экспериментальными.

Заключение. Анализ представленных результатов свидетельствует о применимости предложенной методики установления параметров ползучести и длительной прочности для практических расчетов по определению долговечности элементов конструкций, работающих в условиях неизотермического нагружения.

Резюме

Розроблено методику визначення параметрів повзучості та тривалої міцності, що входять у визначальні рівняння термов'язкопластичності для описання неізотермічних процесів деформування і накопичення пошкоджень в ізотропних матеріалах внаслідок повзучості. Опробування методики проводиться на жароміцному хромоп'євелевому сплаві EI437.

1. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Методика описания ползучести и длительной прочности при растяжении // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1980. – № 3. – С. 155 – 159.
2. Лазаренко Э. С., Малинин Н. Н., Романов К. И. Кратковременная ползучесть и разрушение титанового сплава // Расчеты на прочность. – 1983. – № 23. – С. 172 – 178.

3. Шевченко Ю. Н., Бабешко М. Е., Терехов Р. Г. Термовязкоупруго-пластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1992. – 329 с.
4. Шевченко Ю. Н., Терехов Р. Г., Брайковская Н. С., Захаров С. М. Исследование процессов разрушения элементов тела в результате повреждаемости материала при ползучести // Прикл. механика. – 1994. – **30**, № 4. – С. 21 – 30.
5. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
6. Киселевский В. Н., Осасюк В. В. Анализ критериев длительной прочности // Прикл. механика. – 1967. – **3**, № 3. – С. 96 – 99.
7. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1986. – 360 с.
8. Разработка теории и методов исследования термовязкоупруго-пластических процессов деформирования и разрушения многослойных элементов конструкций с изотропными и ортотропными слоями. Отчет о НИР / Ин-т механики АН Украины, № Г.Р. 01910010360. – Киев, 1992. – 92 с.
9. Сдобырев В. П. Длительная прочность сплава ЭИ437Б при сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1958. – № 4. – С. 92 – 97.
10. Сдобырев В. П. Критерий длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов при сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1959. – № 6. – С. 93 – 99.
11. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести: Справ. пособие. – Киев: Наук. думка, 1981. – 496 с.

Поступила 09. 09. 2003