

Долговечность металлов при бигармоническом нагружении

П. А. Фомичев

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского “Харьковский авиационный институт”, Харьков, Украина

Предложена методика расчета долговечности металлов при бигармоническом нагружении, основанная на энергетическом критерии разрушения и использовании их циклических деформационных и усталостных характеристик. Полученные данные сопоставляются с известными экспериментальными.

Ключевые слова: долговечность, энергетический критерий, рассеянная энергия, цикл нагружения, бигармоническое нагружение, остаточная деформация.

В практике эксплуатации конструкций имеют место случаи воздействия циклических нагрузок с различной частотой. Применительно к авиаконструкциям в качестве несущей закономерно изменяющейся циклической нагрузки можно рассматривать цикл земля–воздух–земля (ЗВЗ), на который накладываются случайные нагрузки, определяемые турбулентностью атмосферы, неровностями взлетно-посадочной полосы и др. В первом приближении такое нагружение схематизируют и представляют как бигармоническое [1], полагая, что частота несущей низкочастотной гармоники ω_n существенно ниже частоты высокочастотной гармоники ω_v .

В [2, 3] предложен метод расчета долговечности при нерегулярном нагружении, основанный на энергетическом подходе к анализу усталостного разрушения. Настоящая работа является продолжением указанных и в ней используются принятые ранее подход и обозначения.

С целью получения зависимостей для расчета долговечности при бигармоническом нагружении рассмотрим следующие этапы. Расчет проводится в циклах низкочастотной составляющей.

При бигармоническом нагружении накопленную за Δn циклов низкочастотной составляющей относительную энергию $\Delta \bar{W}$ представим в виде суммы энергий, накопленных на низкочастотной $\Delta \bar{W}_n$ и высокочастотной $\Delta \bar{W}_v$ составляющих:

$$\Delta \bar{W} = \Delta \bar{W}_n + \Delta \bar{W}_v.$$

Для высокочастотной составляющей в качестве среднего напряжения используется переменное напряжение несущей гармоники. Сдвигом фаз высокочастотной и низкочастотной гармоник пренебрегаем ввиду того, что частоты существенно отличаются.

Пусть низкочастотная составляющая характеризуется амплитудным $\sigma_{ан}$ и средним $\sigma_{тн}$ напряжениями, а высокочастотная – амплитудным напряжением $\sigma_{ав}$. Амплитуда огибающего низкочастотную составляющую цикла (полуразмах бигармонического процесса) составляет

$$\sigma_{ас} = \sigma_{ан} + \sigma_{ав}.$$

Относительную энергию $\Delta\bar{W}_H$, накопленную за Δn циклов низкочастотной составляющей с амплитудой напряжения σ_{ac} , определим следующим образом:

$$\Delta\bar{W}_H = G(\sigma_{ac}, \sigma_{mH}, x)\Delta n, \quad (1)$$

где $x = n/N_H$; N_H – число циклов до разрушения при регулярном нагружении с частотой несущей гармоники и напряжениями σ_{ac}, σ_{mH} ; n – текущее число циклов нагружения. Функция G зависит от принятого вида энергетического критерия усталостного разрушения [2] и циклических деформационных свойств материала.

Величину $\Delta\bar{W}_B$ необходимо определять в зависимости от вида низкочастотной нагрузки. Вначале рассмотрим расчет долговечности при воздействии несущей нагрузки прямоугольного вида. В этом случае за Δn циклов низкочастотной составляющей действует $\left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1\right)\Delta n$ циклов высокочастотной нагрузки со средним напряжением

$$\sigma_{mB} = \sigma_{mH} + \sigma_{aH}.$$

Величина накопленной энергии ΔW_B будет

$$\Delta W_B = G(\sigma_{aB}, \sigma_{mB}, x) \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1\right) \Delta n.$$

Относительная энергия $\Delta\bar{W}$ составит

$$\Delta\bar{W} = G(\sigma_{ac}, \sigma_{mH}, x)\Delta n + \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1\right) G(\sigma_{aB}, \sigma_{mB}(y), x)\Delta n.$$

После предельного перехода и интегрирования получим зависимость для расчета долговечности до разрушения, выраженной в числе циклов низкочастотной составляющей:

$$N_c \int_0^1 \left(G\left(\sigma_{ac}, \sigma_{mH}, \frac{N_c}{N_H} z\right) + \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1\right) G\left(\sigma_{aB}, \sigma_{mB}, \frac{N_c}{N_H} z\right) \right) dz = 1, \quad (2)$$

где z – переменная интегрирования, $z = n/N_c$.

Теперь рассмотрим расчет долговечности при воздействии низкочастотной составляющей синусоидального вида. Относительную энергию, накопленную в результате воздействия высокочастотной составляющей $d\Delta\bar{W}_B$ за время $d\tau$ и Δn циклов несущей гармоники, определим следующим образом:

$$d\Delta\bar{W}_B = \frac{\omega_B - \omega_H}{2\pi} G(\sigma_{aB}, \sigma_{mB}(\tau), x) d\tau \Delta n. \quad (3)$$

Среднее напряжение для высокочастотной гармоники зависит от времени:

$$\sigma_{mB}(\tau) = \sigma_{mH} + \sigma_{aH} \sin(\omega_H \tau).$$

В результате интегрирования (3) определим величину $\Delta \bar{W}_B$, накопленную за время τ_H в течение Δn циклов:

$$\Delta \bar{W}_B = \Delta n \frac{\omega_B - \omega_H}{2\pi} \int_0^{\tau_H} G(\sigma_{aB}, \sigma_{mB}(\tau), x) d\tau.$$

Введем относительную переменную y , равную $y = \frac{\tau}{\tau_H}$, и заменим переменные в последнем уравнении. Тогда

$$\tau_H = \frac{2\pi}{\omega_H}; \quad d\tau = \frac{2\pi}{\omega_H} dy; \quad \Delta \bar{W}_B = \Delta n \frac{\omega_B - \omega_H}{2\pi} \int_0^1 G(\sigma_{aB}, \sigma_{mB}(y), x) dy.$$

С учетом того, что $\tau = \frac{2\pi}{\omega_H} y$, получим

$$\sigma_{mB}(y) = \sigma_{mH} + \sigma_{aH} \sin(2\pi y). \quad (4)$$

Относительную энергию $\Delta \bar{W}_H$, накопленную за Δn циклов низкочастотной составляющей, найдем по формуле (1).

Таким образом, суммируя относительные энергии, накопленные на обеих составляющих бигармонического процесса, получаем

$$\Delta \bar{W} = G(\sigma_{aC}, \sigma_{mH}, x) \Delta n + \Delta n \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1 \right) \int_0^1 G(\sigma_{aB}, \sigma_{mB}(y), x) dy.$$

После предельного перехода и интегрирования зависимость для расчета долговечности в циклах низкочастотной составляющей синусоидального вида представим так:

$$N_c \int_0^1 \left(G\left(\sigma_{aC}, \sigma_{mH}, \frac{N_c}{N_H} z\right) + \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1\right) \int_0^1 G\left(\sigma_{aB}, \sigma_{mB}(y), \frac{N_c}{N_H} z\right) dy \right) dz = 1. \quad (5)$$

Результаты экспериментальных исследований [4, 5] свидетельствуют, что зависимость долговечности металлов от частоты нагружения проявляется при достаточно больших частотах. Если различие в частотах нагружения ω_H и ω_B не приводит к изменению усталостных характеристик материала, то функции G в уравнениях (2) и (5) можно находить без учета ω . В противном случае следует учитывать влияние частоты на усталостные и циклические деформационные характеристики металла.

Конкретизируем уравнение (5) для низкочастотной составляющей синусоидального вида. В качестве критерия разрушения примем энергетический критерий без учета рассеянной на пределе выносливости энергии [6]. В этом случае для огибающей бигармонического процесса имеем

$$G(\sigma_{ac}, \sigma_{mн}, x) = R_{mн} W'_н{}^\alpha, \quad (6)$$

где $W'_н$ – рассеянная за цикл нагружения энергия, характеризуемая площадью петли гистерезиса; $R_{mн}$ и α – параметры.

В случае асимметричного нагружения параметр $R_{mн}$ зависит от среднего напряжения низкочастотной составляющей $\sigma_{mн}$:

$$R_{mн} = R \left(1 + r \frac{\sigma_{mн}}{\sigma_{в}} \right), \quad (7)$$

где R и r – постоянные; $\sigma_{в}$ – предел прочности материала.

Рассеянная за цикл нагружения энергия $W'_н$ может быть представлена с учетом кинетики амплитуды остаточной деформации так [2, 3]:

$$W'_н = W'_н{}^* f(\sigma_{ac}, \sigma_{mн}, x), \quad (8)$$

где $W'_н{}^*$ – среднее значение рассеянной энергии; $f(\sigma_{ac}, \sigma_{mн}, x)$ – функция упрочнения (разупрочнения) материала при регулярном нагружении.

Ранее [7] при симметричном нерегулярном нагружении сталей показано, что кинетика амплитуды остаточной деформации наблюдается на максимальном уровне напряжений, на остальных же уровнях рассеиваемая энергия остается постоянной. Основываясь на отмеченных результатах, применительно к бигармоническому нагружению рассеиваемую за цикл высокочастотной составляющей энергию найдем следующим образом:

$$W'_в = W'_н \left(\frac{\sigma_{ав}}{\sigma_{ac}} \right)^{(1+c)/c}, \quad (9)$$

где c – параметр диаграммы циклического деформирования материала после перегрузки.

Учитывая для высокочастотной гармоники изменение во времени среднего напряжения, записываем

$$G(\sigma_{ав}, \sigma_{mв}(y), x) = R_{mв} W'_в{}^\alpha, \quad (10)$$

где

$$R_{mв} = R \left(1 + r \frac{\sigma_{mв}(y)}{\sigma_{в}} \right).$$

С учетом соотношения (4) имеем

$$R_{mB} = R_{mH} + Rr \frac{\sigma_{aH}}{\sigma_{aB}} \sin(2\pi y). \quad (11)$$

После подстановки (6)–(11) в уравнение (5), промежуточного интегрирования и преобразований получим

$$N_c R_{mH} W_H^{*\alpha} \left[1 + \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_{aB}}{\sigma_{aC}} \right)^{\alpha(1+c)/c} \right] \int_0^1 f^\alpha \left(\sigma_{aC}, \sigma_{mH}, \frac{N_c}{N_H} z \right) dz = 1. \quad (12)$$

В случае регулярного нагружения с параметрами огибающего цикла уравнение кривой усталости примет вид [2]

$$N_H R_{mH} W_H^{*\alpha} \int_0^1 f^\alpha(\sigma_{aC}, \sigma_{mH}, x) dx = 1. \quad (13)$$

На основании уравнений (12) и (13) можно установить соотношение между числами циклов до разрушения при бигармоническом и регулярном нагружении с параметрами огибающего цикла:

$$\frac{N_H}{N_c} = \left[1 + \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_{aB}}{\sigma_{aC}} \right)^{\alpha(1+c)/c} \right] I, \quad (14)$$

где

$$I = \frac{\int_0^1 f^\alpha \left(\sigma_{aC}, \sigma_{mH}, \frac{N_c}{N_H} z \right) dz}{\int_0^1 f^\alpha(\sigma_{aC}, \sigma_{mH}, x) dx}.$$

Нелинейное уравнение (14) позволяет вычислить долговечность при бигармоническом нагружении с учетом циклических деформационных и усталостных характеристик конкретного конструкционного материала.

Для циклически стабилизирующихся металлов величина рассеянной за цикл нагружения энергии слабо зависит от наработки. В этом случае отношение интегралов близко к единице, и

$$\frac{N_H}{N_c} = 1 + \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_{aB}}{\sigma_{aC}} \right)^{\alpha(1+c)/c}. \quad (15)$$

Применительно к циклически стабильным металлам параметр c численно равен показателю степени в уравнении диаграммы циклического

деформирования при регулярном нагружении, тогда показатель степени в уравнении (15) численно равен показателю степени в уравнении кривой усталости в форме Велера [6]:

$$\sigma_a^m N = C.$$

Именно для такого случая справедливо уравнение, предложенное в [8] для расчета долговечности при бигармоническом нагружении.

Для циклически стабильных материалов уравнение (15) примет вид

$$\frac{N_H}{N_C} = 1 + \left(\frac{\omega_B}{\omega_H} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_{aB}}{\sigma_{aC}} \right)^m. \quad (16)$$

В [9] приведены результаты экспериментальных исследований гладких образцов из стали 08X18H12Т в двух состояниях и стали 20 при бигармоническом нагружении. При этом задавалось отношение частот $\omega_B/\omega_H = 2125$; низкочастотная составляющая имела отнулевой цикл с амплитудой 50 МПа. Там же представлены кривые усталости сталей при регулярном нагружении и результаты измерений ширины петли гистерезиса стали 08X18H12Т, свидетельствующие об отсутствии монотонного упрочнения или разупрочнения, что позволяет считать эту сталь циклически стабильной в исследованном диапазоне напряжений. Сопоставление результатов расчета долговечности по уравнению (16) с экспериментальными данными иллюстрирует рис. 1. Долговечность определена в циклах низкочастотной составляющей в зависимости от амплитуды огибающего цикла.

Проведено также сопоставление результатов расчета долговечности при бигармоническом нагружении с экспериментальными данными, полученными на образцах с круговым отверстием из сплава Д16АТ [10], отношение частот составляло $\omega_B/\omega_H = 10$. Указанный сплав проявляет свойства циклического упрочнения. Диаграмма циклического деформирования в виде зависимости средних значений амплитуд остаточных деформаций от амплитуды напряжений в логарифмических координатах имеет перелом. Параметр c может быть принят равным показателю степени при описании диаграммы циклического деформирования до точки перелома [11, 12]. Из-за стесненности деформаций в вершине концентратора напряжений кинетика амплитуды остаточной деформации значительно ослаблена [13]. Расчет долговечности проводился по уравнению (15). Для сплава Д16АТ значения параметров уравнения α и c соответственно составляют 1,12 и 0,64 [11, 12].

Методика расчета локальных напряжений при циклическом упругопластическом деформировании с использованием формулы Нейбера приведена в [12]. Для малопластичного сплава Д16АТ отношение локальных напряжений в формуле (15) близко к отношению номинальных напряжений, соответствующих амплитудам высокочастотной составляющей $\sigma_{a_{вн}}$ и огибающей бигармонического процесса $\sigma_{a_{сн}}$. Результаты расчета долговечности и экспериментальные данные представлены на рис. 2, где 1 и 2 – верхняя и нижняя границы рассеивания экспериментальных данных [10], 3 – расчетная кривая.

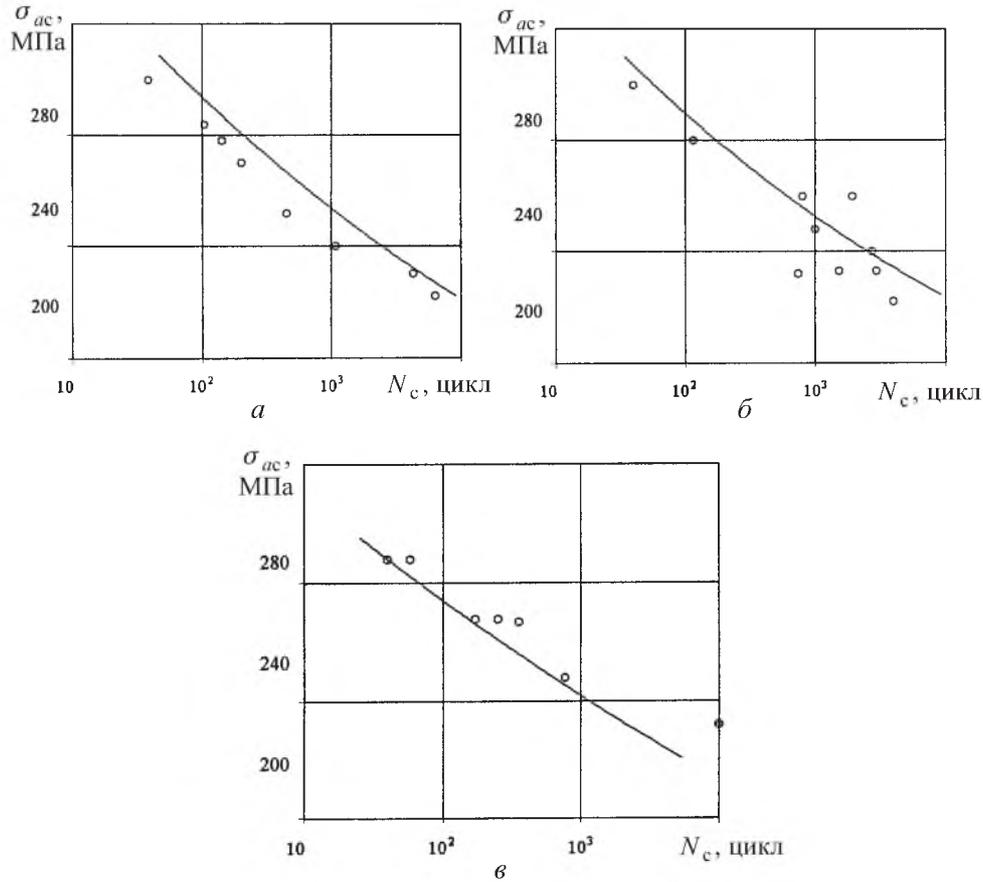


Рис. 1. Экспериментальные (точки) [9] и расчетные (линии) кривые усталости гладких образцов из сталей 08X18N12T(I) – а, 08X18N12T(II) – б и 20 (в).

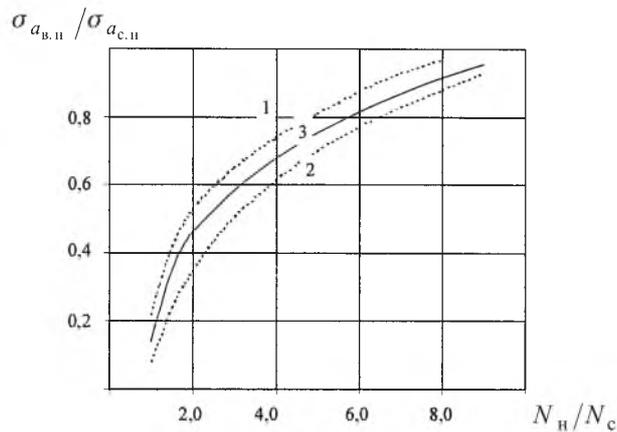


Рис. 2. Относительная долговечность образцов с отверстием из сплава Д16АТ при бигармоническом нагружении.

Результаты расчета долговечности по предложенным зависимостям достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными при бигармоническом нагружении с отнулевым циклом несущей гармоникой (рис. 1, 2).

Можно отметить, что кривая, рассчитанная по уравнению (16) с показателем степени кривой усталости образцов с отверстием из сплава Д16АТ, равным четырем, не попадает в полосу разброса экспериментальных данных из-за циклической нестабильности сплава и влияния огибающего цикла на амплитуду остаточной деформации при действии высокочастотной гармоника.

Резюме

Запропоновано методику розрахунку довговічності металів при бігармонічному навантаженні, що базується на енергетичному критерії руйнування та використанні циклічних деформаційних і утомних характеристик матеріалу. Отримані дані зіставляються з відомими експериментальними.

1. Райхер В. Л. Гипотеза спектрального суммирования и ее применение для определения усталостной долговечности при действии случайной нагрузки. – М.: Изд. отдел ЦАГИ, 1969. – 38 с.
2. Фомичев П. А. Энергетический метод расчета долговечности при нерегулярном нагружении. Сообщ. 1. Учет последовательности действия нагрузок // Пробл. прочности. – 1995. – № 7. – С. 3 – 12.
3. Фомичев П. А. Энергетический метод расчета долговечности при нерегулярном нагружении. Сообщ. 2. Долговечность при программном блочном нагружении // Там же. – № 8. – С. 3 – 11.
4. Kliman V. and Bili M. The influence of mode control, mean stress and frequency of loading on the cyclic stress-strain curve // Mater. Sci. Eng. – 1980. – 44. – P. 73 – 79.
5. *Iliv zvyšenych teplot, tvary cykly a frekvence na cyklickou plasticity a unavovou zivotnost.* UFM CSAV. – Brno, SPZV 3-13/06. – 1982.
6. Троценко В. Т., Фомичев П. А. Энергетический критерий усталостного разрушения // Пробл. прочности. – 1993. – № 1. – С. 3 – 10.
7. Фомичев П. А., Трубочанин И. Ю. Изменение амплитуды пластической деформации при регулярном и программном мягком нагружении сталей // Там же. – 1991. – № 2. – С. 39 – 44.
8. Буглов Е. Г., Коликов Э. А., Филатов М. Я. Исследование усталости стали при бигармоническом нагружении // Там же. – 1970. – № 1. – С. 46 – 49.
9. Хамаза Л. А. Закономерности деформирования и усталостного разрушения металлов при двухчастотном нагружении и рекомендации по оценке их долговечности / АН УССР. Ин-т пробл. прочности. – Препр. – Киев, 1988. – 48 с.
10. Завирюха Г. Г. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М., 1979. – 26 с.
11. Фомичев П. А. Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Сообщ. 3. Учет градиентов напряжений и деформаций // Пробл. прочности. – 2000. – № 4. – С. 12 – 21.

12. *Фомичев П. А., Звягинцев В. В.* Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Сообщ. 1. Определение напряжений и деформаций в надрезе при циклическом упругопластическом деформировании // Там же. – № 3. – С. 37 – 45.
13. *Фомичев П. А.* Кинетика локальных напряжений и деформаций в вершине надреза при циклическом нагружении // XXV Науч.-техн. совещ. по проблемам прочности и колебаний двигателей. – М., 1994. – С. 46.

Поступила 06. 06. 2003