

## **Динамика виброзащитных систем с роликовым гасителем низкочастотных колебаний**

**В. П. Легеза**

Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”, Киев, Украина

*Рассматриваются низкочастотные колебания виброзащитной системы твердых тел роликовый гаситель – подвижное несущее тело под действием внешнего гармонического возбуждения. Сформулированы и численно исследованы динамические уравнения совместного движения рабочего тела гасителя по шарнирно закрепленному ролику без скольжения и несущего тела. Предложена новая процедура определения оптимальных параметров настройки роликового гасителя в составе нелинейной системы.*

**Ключевые слова:** виброзащита механических систем, кинематические связи, роликовый гаситель, параметры настройки.

**Введение.** В последнее время приобрела актуальность проблема виброзащиты высотных гибких сооружений (телебашни, радиомачты, металлические вентиляционные трубы, монументы и т.п. объекты), построенных, как правило, 30–40 лет назад. Это обусловлено тем, что запасы прочности и долговечности таких сооружений со временем исчерпываются, поэтому их следует либо реконструировать и усилить, либо разрушить. Кроме того, в некоторых случаях, особенно на телебашнях и радиомачтах, в процессе эксплуатации возникает необходимость установки современных антенн, передатчиков, ретрансляторов и другого соответствующего оборудования. При этом дополнительное нагружение и парусность от вновь устанавливаемого оборудования не учитывались при первоначальных динамических расчетах несущей конструкции высотного объекта.

Наиболее часто вопросы виброзащиты гибких сооружений возникают при их вынужденных колебаниях поперек ветрового потока (ветровой резонанс) и сейсмозвозбуждении фундамента [1–3]. В отдельных случаях в динамических расчетах необходимо учитывать дополнительные нагрузки от колебаний промышленных машин и механизмов, в том числе от движения метропоездов. При этом частоты собственных колебаний таких сооружений лежат в нижнем диапазоне частотного спектра при больших (до 2–3 м) перемещениях верхних частей сооружений.

До настоящего времени для решения указанной проблемы применялись динамические гасители колебаний (ДГК) маятникового типа (на подвесе) [1–4]. Функционирование маятников такой конструкции с малыми частотами ( $\omega = 0,8 \dots 1,6$  рад/с) однозначно определяется длиной подвеса их рабочего тела, которая колеблется от 4 до 15 м. Это требует выделения большого помещения в верхних частях башенных сооружений для монтажа, обслуживания и настройки ДГК, что невозможно на высоте 300–500 м. Кроме того, в точках подвеса рабочего тела ДГК имеет место перетирание и коррозия прядей тросов или элементов их крепления к элементам верхней части

сооружения, что может привести к обрушению рабочего тела гасителя (массой в несколько тонн) с разрушительными последствиями.

Условия эксплуатации ДГК определяются тем, что они не могут находиться под постоянным наблюдением. Поэтому их конструкция должна быть максимально простой, а работа не зависеть от влияния атмосферных явлений (влага, обледенение, пыль и т.п.) и других агрессивных сред, например химические производства, тепловые электростанции. Безопасность и надежность функционирования ДГК должна отвечать безопасности и надежности строительных объектов, на которых они устанавливаются.

Наиболее перспективным в этом направлении является новый метод виброзащиты высотных сооружений с применением ДГК каткового типа, функционирование которых основано на перекачивании без скольжения тяжелых шаров, цилиндров, роликов по сферическим или циклоидальным поверхностям несущих тел [5–9]. Целесообразность их использования для виброзащиты телебашен, вентиляционных труб и радиомачт в диапазоне низких собственных частот ( $< 1,6$  рад/с) подтверждена экспериментально [1–3]. По сравнению с традиционными маятниковыми ДГК на подвесе они компактны, не требуют отдельного помещения для эксплуатации, могут надежно и безопасно функционировать при разных температурных и климатологических режимах.

Принятая в нормативных документах расчетная модель для гибких сооружений представляет собой консольный стержень переменного сечения. Спектр частот собственных колебаний сооружения является разреженным, что позволяет в большинстве случаев использовать разложение решений динамических задач в сравнительно быстросходящиеся тригонометрические ряды по формам собственных колебаний.

Вместе с тем, как показали результаты экспериментальных исследований и инструментальных измерений на натуральных объектах [1–3], основной вклад в динамическую нагруженность таких гибких сооружений вносят вынужденные колебания по первой форме. Поэтому практическое применение ДГК для подобных сооружений связано с использованием одномассовых гасителей колебаний, настроенных на частоту, которая близка к частоте основного тона собственных колебаний сооружения.

Динамический расчет высотных сооружений на действие ветра предполагает рассмотрение двух режимов: вынужденные колебания вследствие пульсации давления ветра и автоколебания типа “ветрового резонанса” [1–4]. Как правило, эффективность ДГК определяется по одному из двух классических критериев качества: по максимальной амплитуде колебаний верхнего сечения сооружения либо по наибольшему значению изгибающего момента в его стволе [1].

Исследования динамического поведения механических систем, стесненных кинематическими связями, приведены в работах [10–12], в которых, в частности, рассматривалось собственное движение одних (несомых) тел по неподвижным поверхностям других (несущих) тел без скольжения и не изучалось влияние такого движения на динамику последних, если они подвижны. Классические подходы и методы исследований периодических движений механических колебательных систем, особенно в линейной постановке, детально изложены в [13–16]. Вместе с тем постановка задачи, кото-

рая состоит в теоретическом обосновании и численном исследовании колебательных движений виброзащитной системы с роликовым гасителем с учетом его демпфирования и всех нелинейностей системы, является новой и актуальной.

В работе рассматривается динамика виброзащитной системы с виброгасителем новой конструкции, который принадлежит к классу катковых гасителей. В основе его функционирования лежит перекагивание роликов по сферическим поверхностям рабочего тела гасителя, выполненным выпуклостью вверх (рис. 1). Применение гасителей такой конструкции целесообразно при частотах основного тона собственных колебаний сооружения, меньших 1,6 рад/с, и при отсутствии дефицита рабочего пространства. Поглощение энергии в гасителе осуществляется с помощью двух воздушных демпферов, которые работают в двух взаимно перпендикулярных направлениях. В сферических выемках, выполненных выпуклостью вверх, со временем не накапливаются влага, лед, пыль. Как оказалось, этот фактор существенно влияет на качество функционирования гасителя, как правило, устанавливаемого в труднодоступных местах сооружения и работающего в неблагоприятных климатологических условиях с сохранением маятникового характера демпфирования вынужденных колебаний сооружения.

**Постановка задачи.** Рассматривается динамическое поведение трехмассовой виброзащитной системы абсолютно твердых тел: несущее тело массой  $m_1$  – сферический шарнир с массой ролика  $m_2$  – рабочее тело массой  $m_3$  под действием внешней гармонической силы  $F(t)$  – рис. 1. На нижней поверхности рабочего тела выполнены сферические выемки, имеющие одинаковый радиус  $R$ , для взаимодействия с соответствующими шарами сферических шарниров радиусом  $r$  каждый ( $r \ll R$ ).

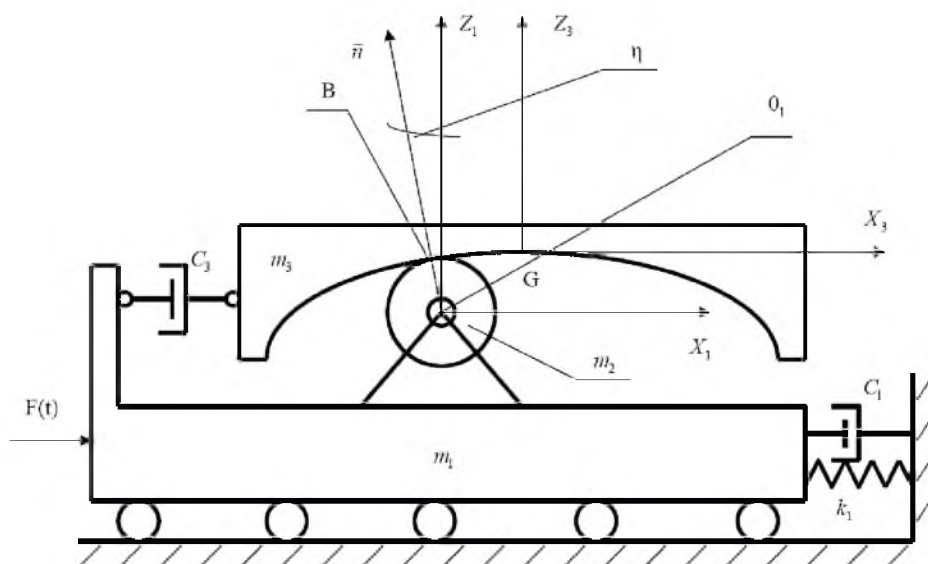


Рис. 1. Принципиальная схема виброзащитной системы.

Основное звено таких виброзащитных устройств – сферический шарнир, шаровое тело (ролик) которого перекачивается по сферической выемке на рабочем теле без скольжения. Выполнение этого условия обусловлено техническими требованиями точного возврата рабочего тела (без накопления относительных перемещений масс  $m_1$  и  $m_3$ ) в первоначальное до вибровоздействия положение. Кроме того, данное условие учитывается также при оптимальной настройке гасителя на частоту собственных колебаний несущего тела. Между несущим телом и рабочим установлен воздушный демпфер с коэффициентом вязкого сопротивления  $C_3$ . Несущее тело движется только вдоль оси  $O_1 X_1$ , и его движению препятствует упругий элемент с коэффициентом жесткости  $k_1$  и демпфер с коэффициентом вязкого сопротивления  $C_1$ . Демпфер введен для учета демпфирования, обусловленного силами внутреннего трения в материалах вертикального ствола сооружения. Рабочее тело гасителя может совершать только поступательные движения в плоскости  $X_3 GZ_3$  (рис. 1).

Рассматривается подвижное несущее тело, которое моделирует конструкцию или сооружение с приведенной массой  $m_1$ , требующих виброзащиты. В точках контакта ролика сферического шарнира и сферической выемки на рабочем теле реализуется кинематическая связь. Учет этой связи осуществляется с помощью подхода, основанного на использовании формализма Апшеля [10, 11].

Цель настоящей работы заключалась в построении и численном анализе нелинейной динамической модели виброзащитной системы с новым (роликовым) гасителем для определения оптимальных параметров последнего.

Перед построением и исследованием динамической модели основной виброзащитной системы (рис. 1) рассмотрим вспомогательную плоскую задачу о движении рабочего тела по ролику сферического шарнира в случае неподвижного несущего тела и без учета функционирования демпфера  $C_3$ . Это необходимо для определения частоты и периода собственных колебаний центра масс рабочего тела.

**Построение геометрических и кинематических соотношений для вспомогательной задачи.** Сформулируем геометрические и кинематические соотношения, которые отражают условие непроскальзывания ролика сферического шарнира относительно сферической выемки на рабочем теле.

Введем одну независимую обобщенную координату  $\eta$  – угол отклонения вектора нормали  $\vec{n}$  от вертикали  $O_1 Z_1$ . Здесь рассматривается единичный вектор внешней нормали  $\vec{n}$ , проведенный в точке контакта  $B$  ролика сферического шарнира со сферической выемкой на рабочем теле. Запишем координаты вектора  $\vec{n}$  с помощью угла  $\eta$ :

$$\vec{n} = (\sin \eta; 0; \cos \eta). \quad (1)$$

Кинематические соотношения, которые следуют из условия непроскальзывания ролика сферического шарнира относительно сферической выемки на рабочем теле и поступательности движения рабочего тела гасителя, имеют следующий вид:

$$\vec{V}_B = \dot{\varphi} \vec{j} \times r \vec{m}; \quad (2)$$

$$\vec{V}_G = \vec{V}_B, \quad (3)$$

где  $\dot{\varphi}$  – угловая скорость шарового шарнира относительно своего центра масс; точка  $B$  принадлежит шару сферического шарнира, точка  $G$  – рабочему телу.

Перепишем уравнения (2), (3) в скалярном виде с учетом введенной обобщенной координаты  $\eta$  и того факта, что  $\varphi \cdot r = \eta \cdot R$ . Это равенство следует из условия непроскальзывания ролика сферического шарнира и сферической поверхности выемки в точке  $B$ . Необходимо также учитывать, что векторы  $\dot{\varphi} \vec{j}$  и  $\dot{\eta} \vec{j}$  имеют противоположные направления, следовательно, угловые скорости  $\dot{\varphi}$  и  $\dot{\eta}$  – разные знаки. С учетом изложенного и исходя из (2), (3) получим скалярные уравнения кинематической связи ( $\vec{V}_G = (\dot{x}_3; 0, \dot{z}_3)$ ):

$$\dot{x}_3 = -R\dot{\eta} \cos \eta; \quad (4)$$

$$\dot{z}_3 = R\dot{\eta} \sin \eta. \quad (5)$$

**Вывод уравнений движения рабочего тела гасителя по ролику сферического шарнира для вспомогательной задачи.** Сформулируем уравнение поступательного движения рабочего тела гасителя по ролику сферического шарнира без скольжения с помощью формализма Аппеля.

Запишем функцию  $S$  – энергию ускорений для вспомогательной задачи в общем виде (рис. 1):

$$S = \frac{J\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_3(\dot{x}_3^2 + \dot{z}_3^2)}{2}, \quad (6)$$

где  $J = 0,4m_2r^2$ ;  $|\dot{\varphi}| = \frac{R}{r}|\dot{\eta}|$ ;  $m_2$  – масса ролика;  $m_3$  – масса рабочего тела.

Определим вторые производные выражения (6) с учетом соотношений (4), (5):

$$\ddot{x}_3 = R(\dot{\eta}^2 \sin \eta - \ddot{\eta} \cos \eta); \quad (7)$$

$$\ddot{z}_3 = R(\dot{\eta}^2 \cos \eta + \ddot{\eta} \sin \eta). \quad (8)$$

Подставим выражения (7) и (8) в (6) с учетом тех членов функции  $S$ , которые зависят только от второй производной обобщенной координаты  $\eta$ . Полученную новую функцию ускорений обозначим через  $S^*$ :

$$S^* = (0,2m_2 + 0,5m_3)R^2\dot{\eta}^2. \quad (9)$$

Уравнение Аппеля для вспомогательной задачи запишем в общем виде:

$$\frac{\partial S^*}{\partial \dot{\eta}} = P_\eta. \quad (10)$$

Определим правую часть уравнения (10) – обобщенную силу  $P_\eta$ , отнесенную к соответствующей обобщенной независимой координате  $\eta$ . Выражение для элементарной работы  $\delta A$  запишем с учетом того, что механическая система движется только под действием силы тяжести рабочего тела (в данной вспомогательной задаче трение в сферическом шарнире не учитывается):

$$\delta A = -m_3 g \delta z_3. \quad (11)$$

Преобразуем (11) с использованием кинематического соотношения (5):

$$\delta A = -m_3 g R \sin \eta \delta \eta. \quad (12)$$

С другой стороны, выражение для элементарной работы  $\delta A$  через обобщенную силу  $P_\eta$ , отнесенную к независимой координате  $\eta$ , имеет следующий вид:

$$\delta A = P_\eta \delta \eta. \quad (13)$$

Исходя из соотношений (12) и (13) получим

$$P_\eta = -m_3 g R \sin \eta. \quad (14)$$

Подставим (9) и (14) в (10). В результате получим уравнение рабочего тела гасителя (уравнение собственных колебаний рабочего тела):

$$\left(1 + 0,4 \frac{m_2}{m_3}\right) \ddot{\eta} + \frac{g}{R} \sin \eta = 0. \quad (15)$$

Если масса ролика сферического шарнира намного меньше массы рабочего тела ( $m_2/m_3 \rightarrow 0$ ) и углы  $\eta$  – малы, то уравнение (15) преобразуется так:

$$\ddot{\eta} + \frac{g}{R} \eta = 0. \quad (16)$$

Из уравнения (16) следует, что частоту и период малых колебаний рабочего тела гасителя можно найти по формулам, известным из теории математического маятника. При этом длина эквивалентного подвеса рабочего тела последнего будет  $L = R$ :



$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}; \quad (17)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}. \quad (18)$$

На основании формулы (17) можно сделать важный для современной практики виброзащиты вывод. При низкочастотных собственных колебаниях высотных объектов (0,8...1,6 рад/с) традиционные маятниковые гасители не могут применяться из-за нереальной длины подвеса их рабочего тела, которое должно находиться в пределах 4...15 м и более.

Таким образом, это еще раз подчеркивает актуальность создания нового метода виброзащиты на основе использования гасителей каткового типа.

Перейдем к построению динамики основной виброзащитной системы роликовый гаситель – несущее тело (рис. 1).

**Вывод уравнений движения механической виброзащитной системы под действием гармонической силы (основная задача).** Введем две независимые обобщенные координаты  $x_1$  и  $\eta$ , где  $x_1$  – перемещение центра масс подвижного несущего тела вдоль оси  $O_1 X_1$ .

Запишем векторное кинематическое соотношение, которое отражает условие качения ролика сферического шарнира по сферической выемке на рабочем теле гасителя без скольжения с учетом движения несущего тела вдоль оси  $O_1 X_1$  (рис. 1) и является аналогом уравнения (2) для вспомогательной задачи:

$$\vec{V}_B = \dot{x}_1 \vec{i} + \dot{\phi} \vec{j} \times r \vec{n}. \quad (19)$$

Кинематическое уравнение, которое определяет поступательное движение рабочего тела, совпадает с (3). В скалярном виде система уравнений (3) и (19) имеет следующий вид:

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_1 - R\dot{\eta} \cos \eta; \quad (20)$$

$$\dot{z}_3 = R\dot{\eta} \sin \eta. \quad (21)$$

Сформулируем динамические уравнения движения виброзащитной системы. При этом используем подход Аппеля для систем с кинематическими связями, который в данной задаче позволяет отделить динамические уравнения от кинематических.

При построении функции  $S$  непосредственно используем кинематические соотношения (20) и (21). Запишем функцию  $S$  в общем виде:

$$S = \frac{(m_1 + m_2)}{2} \dot{x}_1^2 + \frac{J\dot{\phi}^2}{2} + \frac{m_3(\dot{x}_3^2 + \dot{z}_3^2)}{2}. \quad (22)$$

Определим из (20) вторую производную горизонтальной составляющей ускорения центра масс рабочего тела  $\ddot{x}_3$ :

$$\ddot{x}_3 = \ddot{x}_1 + R(\dot{\eta}^2 \sin \eta - \ddot{\eta} \cos \eta). \quad (23)$$

Выражение для  $\ddot{z}_3$  совпадает с приведенной выше формулой. Подставим соотношения (8), (23) в выражение (22) и удержим только ту часть энергии ускорений  $S$  (обозначим ее через  $S^*$ ), которая зависит от вторых производных обобщенных координат. В результате некоторых преобразований получим

$$S^* = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{2} \dot{x}_1^2 + (0,2m_2 + 0,5m_3)R^2 \dot{\eta}^2 + \\ + m_3 R \dot{x}_1 (\dot{\eta}^2 \sin \eta - \ddot{\eta} \cos \eta). \quad (24)$$

Если в (24) положить  $x_1 \equiv 0$  (несущее тело не движется вдоль оси  $O_1X_1$ ), то оно совпадает с выражением (9) предыдущей (вспомогательной) задачи, которая является частным случаем основной. Запишем уравнения Аппеля в общем виде для основной задачи:

$$\frac{\partial S^*}{\partial \dot{x}_1} = P_{x_1}; \quad \frac{\partial S^*}{\partial \dot{\eta}} = P_{\eta}. \quad (25)$$

Определим правые части уравнений (25) – обобщенные силы  $P_{x_1}$  и  $P_{\eta}$ , отнесенные к соответствующим обобщенным координатам  $x_1$  и  $\eta$ , с учетом демпфирования рабочего тела и трения в сферическом шарнире.

Найдем выражение для суммы элементарных работ  $\delta A$  на соответствующих виртуальных перемещениях всех масс механической системы. В этом случае сумма элементарных работ  $\delta A$  для рабочего тела состоит из работы силы тяжести  $F_T = m_3 g$  и работы сил вязкого сопротивления в демпфере  $F_D = -C_3 \sqrt{(\dot{x}_3 - \dot{x}_1)^2 + \dot{z}_3^2}$ ; для сферического шарнира – из работы сил трения  $F_{тр} = -(m_2 + m_3) g u \operatorname{sign} \dot{\phi}$ , которые действуют на ролик в сферическом шарнире; для несущего тела – из работ упругой силы  $F_Y = k_1 x_1$ , сил вязкого сопротивления в демпфере  $F_H = C_1 \dot{x}_1$  и сил внешнего гармонического возбуждения  $F(t) = F_0 \sin(\omega_B t)$ . Работа реакции кинематической связи в точке  $B$  равна нулю, так как виртуальное перемещение этой точки равно нулю из-за отсутствия скольжения соответствующих взаимодействующих тел в ней.

Запишем выражение для суммы элементарных работ  $\delta A$  на соответствующих виртуальных перемещениях всех масс механической системы в общем виде:



$$\begin{aligned} \delta A = [F(t) - (k_1 x_1 + C_1 \dot{x}_1)] \delta x_1 - (m_2 + m_3) g \mu r \operatorname{sign} \dot{\varphi} \delta \varphi - m_3 g \delta z_3 - \\ - C_3 \sqrt{(\dot{x}_3 - \dot{x}_1)^2 + \dot{z}_3^2} \sqrt{(\delta x_3 - \delta x_1)^2 + (\delta z_3)^2}, \end{aligned} \quad (26)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения качения в сферическом шарнире;  $r$  – радиус шара в сферическом шарнире.

Преобразуем выражение (26) с учетом соотношений (20) и (21):

$$\begin{aligned} \delta A = [F(t) - (k_1 x_1 + C_1 \dot{x}_1)] \delta x_1 - (m_2 + m_3) g \mu R \operatorname{sign} \dot{\eta} \delta \eta - \\ - m_3 g R \sin \eta \delta \eta - R^2 C_3 \dot{\eta} \delta \eta. \end{aligned} \quad (27)$$

С другой стороны, выражение для суммы элементарных работ  $\delta A$  через обобщенные силы можно представить так:

$$\delta A = P_{X_1} \delta x_1 + P_\eta \delta \eta. \quad (28)$$

На основании соотношений (27), (28) получим выражения для обобщенных сил – правых частей уравнений Аппеля:

$$P_{X_1} = F(t) - (k_1 x_1 + C_1 \dot{x}_1); \quad (29)$$

$$P_\eta = -(m_2 + m_3) g \mu R \operatorname{sign} \dot{\eta} - m_3 g R \sin \eta - R^2 C_3 \dot{\eta}. \quad (30)$$

Подставив соотношения (24), (29) и (30) в уравнения Аппеля (25), получим искомые уравнения движения основной механической системы под действием внешнего силового гармонического возбуждения:

$$(m_1 + m_2 + m_3) \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + C_1 \dot{x}_1 + m_3 R (\dot{\eta}^2 \sin \eta - \ddot{\eta} \cos \eta) = F(t); \quad (31)$$

$$\begin{aligned} m_3 \ddot{x}_1 \cos \eta - (0,4m_2 + m_3) R \ddot{\eta} - R C_3 \dot{\eta} = \\ = m_3 g \sin \eta + (m_2 + m_3) g \mu \operatorname{sign} \dot{\eta}. \end{aligned} \quad (32)$$

Если масса ролика в сферическом шарнире намного меньше массы рабочего и несущего тела ( $m_2/m_3 \rightarrow 0$ ,  $m_2/m_1 \rightarrow 0$ ), что имеет место на практике, то система уравнений (31), (32) преобразуется в систему нелинейных уравнений:

$$(1 + \nu) \ddot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 + 2n_X \dot{x}_1 + \nu R (\dot{\eta}^2 \sin \eta - \ddot{\eta} \cos \eta) = \bar{F}_0 \sin(\omega_B t); \quad (33)$$

$$\cos \eta \ddot{x}_1 - R \ddot{\eta} - 2n_\eta R \dot{\eta} = g(\sin \eta + \mu \operatorname{sign} \dot{\eta}), \quad (34)$$

где  $\nu = m_3/m_1$ ;  $\omega_0^2 = k_1/m_1$ ;  $2n_X = C_1/m_1$ ;  $2n_\eta = C_3/m_3$ ;  $\bar{F}_0 = F_0/m_1$ .

Для проведения численного анализа с применением оболочки “MATHCAD” выразим вторые производные из системы таких уравнений:

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_1(t, x_1, \dot{x}_1, \eta, \dot{\eta}) - R\nu \cos \eta F_2(\eta, \dot{\eta})}{F_3(\eta)}, \quad (35)$$

$$\ddot{\eta} = \frac{\frac{\cos \eta}{R} F_1(t, x_1, \dot{x}_1, \eta, \dot{\eta}) - (1 + \nu) F_2(\eta, \dot{\eta})}{F_3(\eta)}, \quad (36)$$

где

$$F_1(t, x_1, \dot{x}_1, \eta, \dot{\eta}) = \bar{F}_0 \sin(\omega_B t) - \omega_0^2 x_1 - 2n_X \dot{x}_1 - \nu R \dot{\eta}^2 \sin \eta;$$

$$F_2(\eta, \dot{\eta}) = 2n_\eta \dot{\eta} + \frac{g}{R} (\sin \eta + \mu \operatorname{sign} \dot{\eta}); \quad F_3(\eta) = 1 + \nu \sin^2 \eta.$$

**Определение оптимальных параметров роликового гасителя.** Для определения параметров настройки гасителя используем уравнения (35), (36), в которых учтены все нелинейности движения системы. В качестве критерия функционирования гасителя используется минимум (по параметрам гасителя) максимальной (по времени) амплитуды  $A$  колебаний несущего тела.

Для численного анализа используем реальную виброзащитную систему для сооружения высотой  $H = 200$  м со следующими параметрами и нагрузкой:  $\omega_0 = 1$  рад/с;  $\omega_B = 0,887$  рад/с;  $n_X = 0,03$ ;  $\nu = 0,05$ ;  $\bar{F}_0 = 0,05g$ ;  $\mu = 0$ .

Вначале определим оптимальный радиус  $R$  сферической выемки на рабочем теле при фиксированном значении коэффициента вязкого сопротивления гасителя  $n_\eta = 0,08$ . На рис. 2 приведена функциональная зависимость максимальной (по времени) амплитуды  $A$  несущего тела от радиуса  $R$  сферических выемок на рабочем теле гасителя. Как видно, существует строго выраженный локальный минимум амплитуды  $A$  при некотором значении  $R = 11,4$  м, в данном случае равном  $A_{\min} = 2,0$  м. Известно [14–16], что такая же качественная зависимость наблюдается для виброзащитных систем в линейной постановке, но количественно величина локального минимума отличается от полученного. При этом также не совпадают величины радиусов сферических выемок для линейной и нелинейной моделей.

Определим величину радиуса выемок для линейной модели по формуле [15]

$$\delta = \frac{\omega_\Gamma}{\omega_0} = \frac{1}{1 + \nu}. \quad (37)$$

С использованием (17) и (37) получим формулу для оптимального радиуса  $R$  выемок в линейной постановке:

$$R = \frac{g(1 + \nu)^2}{\omega_0^2}. \quad (38)$$

После подстановки исходных данных в (38) получим  $R = 10,8$  м. Это значение можно выбрать в качестве начального радиуса сферических выемок на рабочем теле гасителя, численно уточняя его на основе нелинейной модели.

Определим коэффициент демпфирования  $n_\eta$  для нелинейной модели при фиксированном ( $R = 11,4$  м) радиусе сферических выемок на рабочем теле гасителя и неизменных других параметрах системы. На рис. 3 показана функциональная зависимость максимальной (по времени) амплитуды  $A$  несущего тела от коэффициента вязкого сопротивления  $n_\eta$ . Как видно, существует строго выраженный локальный минимум амплитуды  $A$  несущего тела при определенной величине указанного коэффициента –  $n_\eta = 0,01$ , для которого минимальная амплитуда  $A_{\min} = 1,814$  м. Существование локального минимума, но в другой виброзащитной системе с циклоидальным гасителем с сухим трением отмечен также в работе [9].

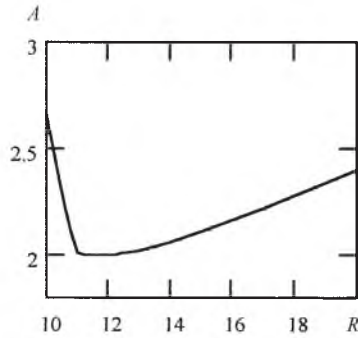


Рис. 2

Рис. 2. Функциональная зависимость  $A = f(R)$ .

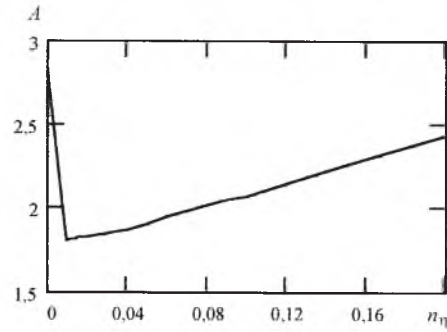


Рис. 3

Рис. 3. Функциональная зависимость  $A = f(n_\eta)$ .

С целью сравнения нелинейной и линейной моделей определим оптимальную величину  $n_\eta$  для последней. Воспользуемся переработанными, согласно приведенной в [8] методике, формулами [15]:

$$\xi_2 = \frac{\lambda^2 \{ [1 - (1 + \nu)\gamma^2](\gamma^2 - \delta^2) + \nu\gamma^4 \} [1 + (1 + \nu)(\delta^2 - 2\gamma^2) + 2\nu\gamma^2] + \delta^2 - \gamma^2}{4(1 + \nu)\gamma^2\lambda^2[1 - \gamma^2(1 + \nu)]}, \quad (39)$$

где  $\xi = \frac{n_\eta}{\omega_0}$ ;  $\gamma_{1,2}^2 = \frac{1}{1 + \nu} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{\nu}{\nu + 2}} \right)$ ;  $\lambda = \sqrt{\frac{2 + \nu}{\nu}}$ .

Величину  $n_\eta$  для линейной модели определим с использованием формулы (39) для  $\xi_1$  при  $\gamma_1^2$ , затем для  $\xi_2$  при  $\gamma_2^2$ , после чего найдем среднее из полученных значений для двух случаев:  $\xi_1 = 0,131$  и  $\xi_2 = 0,124 \Rightarrow \xi_0 = n_\eta = 0,1275$ .

На рис. 4 представлено изменение во времени  $\tau$  амплитуды  $A$  колебаний несущего тела для линейной и нелинейной модели в сравнении с оптимальными параметрами настройки. Видно, что имеет место существенное различие в определении параметров настройки роликового гасителя. Разница между максимальными амплитудами составляет 0,661 м.

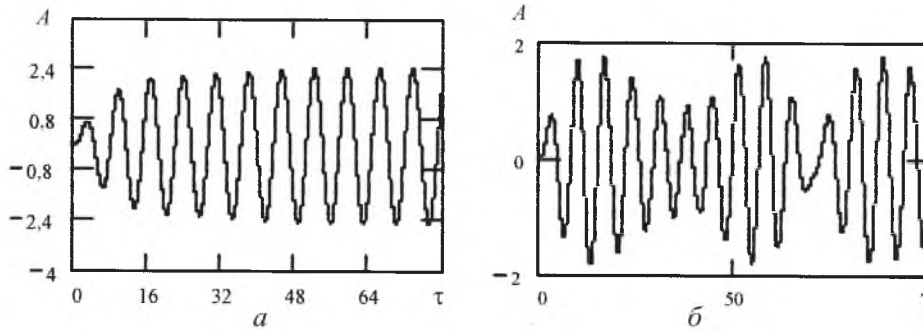


Рис. 4. Изменение амплитуды  $A$  колебаний несущего тела в зависимости от времени  $\tau$  для линейной (а) и нелинейной (б) модели.

Следовательно, соответствующая настройка параметров гасителя дает возможность минимизировать амплитуду вынужденных колебаний несущего тела до величины, которая регламентируется строительными нормами. Для сооружения высотой  $H = 200$  м максимально возможное отклонение ствола сооружения от вертикали не должно превышать 1% его высоты, т.е. не более 2 м. В данном случае указанная норма выполнена.

**Заключение.** Разработанная нелинейная динамическая модель исследуемой механической системы обосновывает и развивает новый метод виброзащиты низкочастотных гибких сооружений путем применения роликовых гасителей. Предложенная процедура определения параметров виброгасителя позволяет настроить его оптимально по частоте и амплитуде с учетом всех нелинейностей системы при произвольных углах  $\eta$ . Для этого следует использовать полученные зависимости максимальной (по времени) амплитуды несущего тела от радиуса сферических выемок  $A = f(R)$  и от коэффициента вязкого сопротивления  $A = f(n_\eta)$  воздушных демпферов.

Сравнительный анализ линейной и нелинейной моделей показал существенное различие между результатами расчетов оптимальных параметров настройки гасителя и максимальной амплитуды несущего тела.

Полученные данные представляют научный и практический интерес для специалистов по теории колебаний и могут быть использованы разработчиками гасителей для вибро- и сейсмозащиты разнообразных низкочастотных объектов.

## Резюме

Розглядаються низькочастотні коливання віброзахисної системи твердих тіл роликовий гаситель – рухоме несуче тіло під дією зовнішнього гармонічного збудження. Сформульовано та чисельно досліджено динамічні рів-

няння сумісного руху робочого тіла гасителя на шарнірно закріпленому ролику без ковзання і несучого тіла. Запропоновано нову процедуру визначення оптимальних параметрів настройки роликового гасителя у складі нелінійної системи.

1. *Динамический расчет сооружений на специальные воздействия: Справочник проектировщика / Под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1981. – 216 с.*
2. *Корнев Б. Г., Резников Л. М. О гашении автоколебаний башенных сооружений при действии ветра // Строит. механика и расчет сооружений. – 1971. – № 6. – С. 30 – 36.*
3. *Корнев Б. Г. Об экспериментальном определении параметров маятникового динамического гасителя колебаний // Там же. – 1972. – № 2. – С. 22 – 28.*
4. *Резников Л. М. Анализ эффективности некоторых типов нелинейных динамических гасителей при гармонических воздействиях // Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1971. – С. 81 – 95.*
5. *Патент України № 52239А, F16 F7/10, E04B1/98 / В. П. Легеза, М. А. Мартиненко, М. І. Бобир. Кульовий гаситель вимушених коливань висотних споруд. – Опубл. 16. 12. 02, Бюл. № 12.*
6. *Легеза В. П. Плоская задача о качении тяжелого шара в сферической выемке перевернутого маятника // Прикл. механика. – 2001. – 37, № 8. – С. 131 – 135.*
7. *Легеза В. П. Про рух важкої кулі без ковзання в сферичній виїмці, що рухається ностунально // Дон. НАН України. – 2002. – № 1. – С. 57 – 63.*
8. *Легеза В. П., Пятецький В. О. Методика визначення параметрів настройки кульового гасителя коливань із лінійно-в'язким опором // Вісн. Київ. ун-ту. – 2002. – Вин. № 4. – С. 70 – 78.*
9. *Legeza V. P. Control and stabilization of periodic motions of a carrying body by means of the cycloidal damper of forced oscillations // J. Automat. Inform. Sci. – 2001. – 33, No 12. – P. 44 – 50.*
10. *Лурье А. И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.*
11. *Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неголономных систем. – М.: Наука, 1967. – 520 с.*
12. *Lobas L. G. On rolling system // Int. Appl. Mech. – 2000. – 36, No. 5. – P. 691 – 696.*
13. *Магнус К. Колебания. Введение в исследование колебательных систем. – М.: Мир, 1982. – 304 с.*
14. *Цзе Ф. С., Морзе И. Е., Хинкл Р. Т. Механические колебания. – М.: Машиностроение, 1966. – 508 с.*
15. *Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.*
16. *Ден Гартог Дж. П. Механические колебания. – М.: Физматгиз, 1960. – 464 с.*

Поступила 24. 03. 2003