

## **Моделирование объединения рассеянных поверхностных трещин. Сообщение 1. Вероятностная модель объединения трещин**

**С. Р. Игнатович, А. Г. Кучер, А. С. Якушенко, А. В. Башта**

Национальный авиационный университет, Киев, Украина

*Разработана вероятностная модель объединения случайно рассеянных на поверхности трещин, имеющих однородную ориентацию и статистически неоднородную длину. Модель позволяет рассчитать вероятность объединения любой пары близко расположенных трещин с учетом взаимодействия деформационных полей. Приведена модификация модели применительно к случаю объединения трещин, имеющих максимальную длину в выборке. Исходными параметрами для определения вероятности объединения являются: математическое ожидание длины трещин, их поверхностная плотность, величина поврежденной площади материала (масштабный фактор) и уровень действующего напряжения. Полученная модель может использоваться для прогнозирования ресурса деталей по критерию формирования опасных трещин путем объединения рассеянных дефектов.*

**Ключевые слова:** вероятностная модель, рассеянные трещины, прогнозирование, объединение трещин.

Одной из основных особенностей множественного разрушения материалов является многостадийность. На каждой из стадий, характеризующихся определенным размерным уровнем процесса разрушения, происходит зарождение и рост рассредоточенных дефектов (трещин, пор). При этом переход от стадии разрушения с более низким размерным уровнем повреждений к стадии, на которой повреждения имеют большие размеры, осуществляется путем объединения накопленных до предельной концентрации дефектов. Такая схема разрушения, характерная практически для всех конструкционных материалов, проявляется при различных видах силового воздействия и в самом широком размерном интервале [1]. Следовательно, объединение рассеянных повреждений относится к одному из ведущих механизмов реализации процесса разрушения.

Существенное влияние на взаимодействие и объединение дефектов в конструкционных материалах оказывает целый ряд факторов [2–4]: способ приложения нагрузки, вид напряженно-деформированного состояния, физико-механические свойства материалов и особенности их структуры, тип, а также расположение, размеры и концентрация дефектов.

Можно выделить два подхода к моделированию объединения рассредоточенных дефектов – геометрический и силовой.

Согласно первому подходу, определяющее значение имеют факторы взаимного расположения повреждений, когда оказавшиеся случайным образом рядом дефекты можно считать объединенными без учета силового взаимодействия между ними [5, 6]. Такой механизм объединения присущ пластичным материалам и дефектам, у которых области концентрации напряжений малы по сравнению с размерами самих дефектов.

В соответствии со вторым подходом процесс объединения описывается с учетом напряженно-деформационного взаимодействия между соседними дефектами. Следует отметить, что проблема коллективного взаимодействия трещин является очень сложной [7]. Поэтому при моделировании объединения с учетом взаимодействия трещин допускаются определенные упрощения и допущения.

В работе [8] при моделировании объединения в качестве параметра, характеризующего взаимодействие соседних дефектов, использовалось отношение размера  $l$  одного из дефектов к расстоянию между их центрами  $r$ :  $\lambda = l/r$ . Согласно [4], взаимодействующими будут дефекты при  $\lambda \geq 0,2 \dots 0,5$ , объединенными – при  $\lambda > 0,5 \dots 0,9$ . Равные по длине коллинеарные трещины при  $\lambda < \lambda_1$  считаются невзаимодействующими, при  $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$  – взаимодействующими, а при  $\lambda > \lambda_2$  – объединенными. Для поверхностных дефектов имеем  $\lambda_1 = 0,5$ ;  $\lambda_2 = 0,73$ . Однако в статистическом ансамбле, состоящем из большого количества дефектов, частные особенности их взаимодействия при объединении должны сглаживаться. В этом случае можно говорить о некотором усредненном (универсальном) значении критерия  $\lambda_*$ , соответствующем объединению трещин и, как следствие, приводящем к разрушению материалов. Это подтверждается эмпирическими данными по множественному разрушению широкого класса материалов – от полимеров до твердых пород земной коры [1].

В классической постановке проблема оценки надежности или прогнозирования остаточного ресурса конструкций при множественном разрушении состоит в определении функции распределения длины рассеянных трещин в фиксированный момент времени [9]. При этом объединение трещин, как правило, не учитывается. Однако слияние небольших по размерам дефектов может привести к внезапному формированию трещины с большой длиной. Влияние объединения трещин на распределения их длины исследовалось в рамках кинетической теории множественного разрушения [10]. Эти распределения определялись интегрированием уравнения равновесия для плотности дефектов, полученного с использованием подходов статистической физики с учетом зарождения, распространения и объединения трещин.

Для решения некоторых практически важных задач необходимо оценить возможность объединения рассеянных на ограниченной площади поверхности трещин. При этом должно быть известно количество дефектов на поврежденной площади (плотность трещин) и их средний размер. В качестве критерия оценки состояния такой поврежденной поверхности может использоваться значение вероятности объединения трещин, определение которого и является целью настоящей работы.

#### **Исходные предпосылки.**

1. Свойства материала однородны на всей поврежденной площади и не изменяются с накоплением трещин.

2. Реализуется одноосное напряженное состояние со стационарным в процессе накопления трещин уровнем напряжения.

3. Все трещины на поверхности имеют однородную ориентацию, например перпендикулярно к оси действия напряжения [11–13].

4. Координаты рассредоточенных на поверхности трещин в любой фиксированный момент времени образуют однородные пуассоновские ансамбли [10, 14].

5. При объединении трещин их вершины взаимодействуют между собой. Рассмотрим это положение более подробно.

Экспериментально установлено, что при различных видах нагружения траектории распространения близко расположенных трещин отклоняются от первоначальных при сближении их кончиков [11, 13, 15, 16]. Это позволяет предположить, что взаимодействие соседних квазиколлинеарных трещин осуществляется через определенные зоны влияния у их кончиков, а объединение трещин реализуется за счет неустойчивого сдвига перемычки материала при соприкосновении и наложении этих зон. Размер зоны влияния увеличивается с ростом длины трещины и нагрузки [15, 16]. Поэтому принимают [10, 17], что она является зоной локальной пластической деформации у кончика трещины, протяженность которой  $s$  определяется по модели Дагдайла–Баренблатта–Билби:

$$s = \left[ \sec\left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{\sigma_Y}\right) - 1 \right] c = \beta_\sigma c, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – действующее макроскопическое напряжение;  $\sigma_Y$  – предел текучести материала;  $c$  – полудлина трещины;  $\beta_\sigma$  – коэффициент нагруженности.

Предположим, что зоны влияния у всех трещин имеют квадратную форму [10], а объединение двух трещин осуществляется при соприкосновении и наложении их зон влияния (рис. 1).

**Вероятностная модель.** Рассмотрим две близко расположенные коллинеарные трещины, длина которых является случайной величиной (рис. 1). Теоретические и экспериментальные исследования размерной неоднородности рассеянных коротких трещин показывают, что случайные значения их длины могут быть аппроксимированы показательным распределением [18, 19]. Для плотности распределения длины трещин  $l = 2c$  (рис. 1) имеем

$$p(l) = \frac{1}{m_l} \exp\left(-\frac{l}{m_l}\right), \quad (2)$$

где  $m_l$  – математическое ожидание (МО) случайной величины  $l$ .

Согласно линейной зависимости размера зоны влияния от длины трещины  $l$ , распределение “эффективной” полудлины трещины  $a = c + s$  (рис. 1) также будет показательным:

$$g(a) = \lambda \exp(-\lambda a), \quad (3)$$

где  $\lambda$  – параметр, обратный МО случайной величины  $a$ ,

$$\lambda = \frac{2}{(1 + \beta_\sigma)m_l}. \quad (4)$$

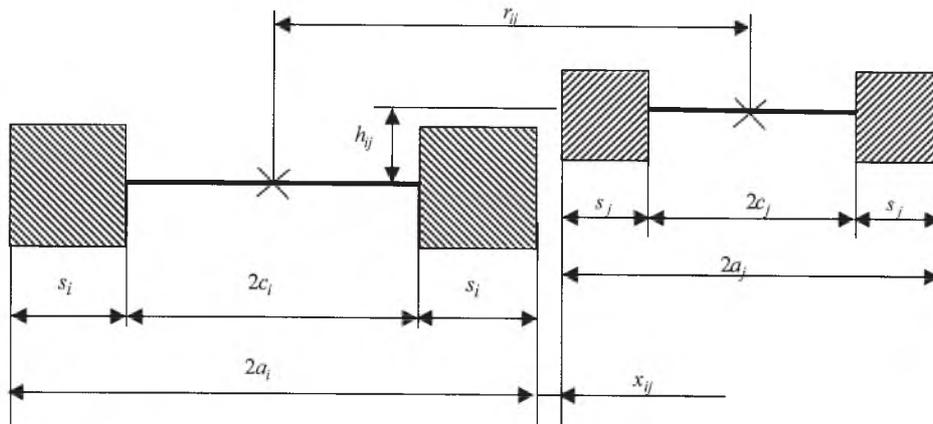


Рис. 1. Схема расположения двух соседних трещин для определения условий их объединения.

Как следует из принятых исходных предпосылок и расположения трещин (рис. 1), объединение двух трещин произойдет при одновременном выполнении следующих условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{ij} \leq \frac{s_i + s_j}{2}; \\ x_{ij} \leq 0. \end{array} \right. \quad (5)$$

Поскольку рассредоточение трещин на поверхности соответствует однородному пуассоновскому полю, распределение линейных координат центров трещин по длине полосы толщиной  $0,5(s_i + s_j)$  также будет пуассоновским. Тогда распределение расстояний между центрами соседних трещин определяется как

$$z(r) = f_1 \exp(-f_1 r), \quad (6)$$

где  $z(r)$  – плотность распределения расстояния  $r_{ij}$  (рис. 1);  $f_1$  – линейная плотность дефектов,  $f_1 = m_r^{-1}$  ( $m_r$  – среднее расстояние между линейно рассредоточенными трещинами).

Определим распределение расстояния  $x_{ij}$  (рис. 1), для которого справедливо равенство

$$x_{ij} = r_{ij} - (a_i + a_j) = r_{ij} - a_s. \quad (7)$$

Сумма двух показательно распределенных величин  $a_s = a_i + a_j$  с одинаковым параметром  $\lambda$  (4) распределяется по закону Эрланга второго порядка [20]:

$$g(a_s) = \lambda^2 a_s \exp(-\lambda a_s). \quad (8)$$

Согласно соотношению (7), искомое распределение  $x_{ij}$  описывается композицией законов распределения (6) и (8):

$$\varphi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} z(x + x_1)g(x_1)dx_1. \quad (9)$$

Плотность распределения  $\varphi(x)$  в положительной области значений  $x$  определяется интегрированием выражения (9) в интервале переменной  $x_1 \in [0, \infty]$  и подстановкой функций (6) и (8):

$$\varphi(x) = \frac{f_1}{\left(\frac{f_1}{\lambda} + 1\right)^2} \exp(-f_1 x), \quad x > 0. \quad (10)$$

Вероятность объединения двух соседних коллинеарных трещин  $p_c$  тождественна вероятности события  $\{x \leq 0\}$ :

$$p_c \equiv P\{x \leq 0\} = 1 - \int_0^{\infty} \varphi(x)dx. \quad (11)$$

Тогда на основании (11) с учетом выражений (10) и (4) получим

$$p_c = 1 - \left(\frac{1 + \beta_{\sigma}}{2} m_l f_1 + 1\right)^{-2}. \quad (12)$$

Формула (12) задает вероятность объединения любых двух соседних трещин. С учетом принятых исходных предпосылок определим вероятность объединения двух трещин в системе рассеянных дефектов.

Пусть на поверхности материала  $\Omega$  случайно рассредоточены трещины (рис. 2). Эти трещины образуют однородное пуассоновское поле, имеют одинаковую ориентацию и их длина распределена по показательному закону. В фиксированный момент времени в ограниченной области поверхности квадратной формы площадью  $A$ ,  $A \in \Omega$ , содержится  $n_2$  трещин, и их поверхностная плотность определяется как

$$f_2 = \frac{n_2}{A}. \quad (13)$$

Поскольку дефекты на поверхности образуют пуассоновский ансамбль плотностью  $f_2$ , распределение расстояния между центрами ближайших трещин описывается законом Рэлея [20] с математическим ожиданием

$$m_{r2} = \frac{1}{2\sqrt{f_2}}. \quad (14)$$

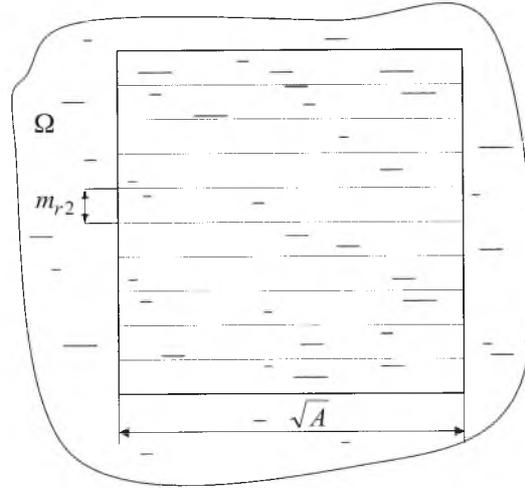


Рис. 2. К определению вероятности объединения трещин на поверхности материала.

Разобьем площадь  $A$  на прямоугольные участки длиной  $\sqrt{A}$  и шириной  $m_{r2}$ , которые располагаются вдоль направления ориентации трещин (рис. 2). Из условия однородности поля трещин следует

$$n_1 = \frac{\sqrt{n_2}}{2}, \quad (15)$$

где  $n_1$  – среднее значение количества трещин на одном участке разбивки.

Предположим, что условие объединения (5) справедливо для любой пары соседних трещин в пределах каждого прямоугольного участка, причем в качестве основного критерия выступает неравенство  $x_{ij} \leq 0$ . При этом погрешность, идущая в запас по прочности, будет в максимальной степени проявляться при малом количестве трещин, когда  $h_{ij} \ll m_{r2}$ .

Очевидно, что объединение любой пары соседних трещин в любом из участков разбивки будет означать реализацию события объединения на площади  $A$ . Определим вероятность этого события.

Согласно распределению Пуассона, вероятность нахождения  $n_i$  трещин на рассматриваемом участке разбивки будет определяться с учетом значения (15) как

$$P(n_i) = \frac{(0,5\sqrt{n_2})^{n_i}}{n_i!} \exp\left(-\frac{\sqrt{n_2}}{2}\right). \quad (16)$$

Вероятность объединения любых двух соседних трещин задается формулой (12). Для  $n_i$  трещин, линейно рассеянных на длине  $\sqrt{A}$  участка разбивки, эта формула примет вид

$$P_c(n_i) = 1 - \left( \frac{1 + \beta_\sigma}{2} m_l \frac{n_i}{\sqrt{A}} + 1 \right)^{-2}. \quad (17)$$

Вероятность того, что две соседние трещины не объединятся, равна

$$q_c(n_i) = 1 - p_c(n_i). \quad (18)$$

Из  $n_i$  трещин, линейно рассеянных на участке разбивки, в процессе объединения могут участвовать  $n_i - 1$  пары соседних трещин. Поэтому вероятность того, что на каком-либо участке разбивки объединения не произойдет, определится как  $Q_c(n_i) = q_c^{n_i-1}(n_i)$ . Условная вероятность реализации хотя бы одного события объединения  $P_c(n_i)$  будет равна  $1 - Q_c(n_i)$ . С учетом полученных ранее соотношений запишем

$$P_c(n_i) = 1 - \left[ \frac{(1 + \beta_\sigma) m_l n_i}{2\sqrt{A}} + 1 \right]^{-2(n_i-1)}. \quad (19)$$

Безусловная вероятность объединения двух трещин на поверхности площадью  $A$  определяется по формуле полной вероятности

$$P_c = \sum_{i=2}^{n_2} P(n_i) P_c(n_i). \quad (20)$$

Рассмотрим модель объединения (20) в полудетерминистическом приближении, пренебрегая разбросом количества трещин по участкам разбивки. Полагаем, что на каждом таком участке содержится среднее значение количества трещин  $-n_1$ . Тогда на основании (20) и с учетом соотношений (13) и (15) получим

$$P_c = 1 - \left( \frac{1 + \beta_\sigma}{4} m_l \sqrt{f_2} + 1 \right)^{-(\sqrt{A} f_2 - 1)}. \quad (21)$$

Формула (21) определяет зависимость вероятности объединения  $P_c$  от нагруженности  $\beta_\sigma$ , средней длины трещин  $m_l$ , их плотности на поверхности  $f_2$  и величины площади поврежденной поверхности  $A$  – масштабный эффект при множественном разрушении. Если известны эмпирические зависимости параметров поврежденности  $m_l$  и  $f_2$  от времени, а также критические значения этих параметров, то формула (21) может использоваться для прогнозирования предельного состояния, обусловленного внезапным объединением рассеянных трещин.

Относительно критических значений параметров, входящих в формулу (21), отметим следующее. С учетом соотношения (14) формулу (21) можно представить в виде

$$P_c = 1 - \left( \frac{1 + \beta_\sigma}{8} \omega + 1 \right)^{-(\sqrt{A} f_2 - 1)}, \quad (22)$$

где  $\omega$  – безразмерный параметр, представляющий собой обратную величину концентрационного критерия  $K$  [1, 21] и определяемый как

$$\omega = \frac{m_l}{m_{r2}} = 2m_l \sqrt{f_2}. \quad (23)$$

Теоретически обоснована универсальная критическая величина концентрационного критерия, характеризующая переход от стадии рассеянного разрушения к стадии локализованного независимо от свойств материалов и особенностей нагружения:  $K_* \approx e$ , где  $e$  – основание натурального логарифма. Непосредственные измерения параметров множественного разрушения, проведенные на различных материалах, показали, что при вариации средних размеров дефектов до четырех порядков, а их концентрации – до двенадцати порядков устойчивость процесса множественного разрушения теряется при  $K_* = 2,5 \dots 5$  [21]. Согласно формуле (22), предельное значение вероятности объединения определяется не только величиной  $K_*$ , но и количеством трещин на заданной площади материала ( $\sqrt{Af_2}$ ). Определение критериальных значений параметров объединения рассеянных трещин возможно как на основе экспериментальных данных, так и путем имитационного моделирования.

Формула (21) задает вероятность объединения любых по размеру трещин. Однако определяющее значение при множественном разрушении будет иметь объединение наибольших по размерам трещин. Основываясь на изложенном выше подходе, рассмотрим следующую полудетерминистическую модель.

Для показательного распределения “эффективной” полудлины трещин (3) асимптотическая функция распределения максимального значения  $a_m$  имеет вид [22]

$$G(a_m) = \exp\{-\exp[-\alpha_n(a_m - u_n)]\}, \quad (24)$$

где  $\alpha_n$  – экстремальная функция интенсивности;  $u_n$  – характеристическое наибольшее значение случайной величины  $a_m$ .

Для исходного распределения (3) по изложенной в [22] методике определяем

$$u_n = \frac{\ln n}{\lambda}; \quad (25)$$

$$\alpha_n = \lambda, \quad (26)$$

где  $n$  – количество трещин;  $\lambda$  – параметр распределения (3).

Подставляя соотношения (25) и (26) в функцию (24), находим плотность распределения максимального значения “эффективной” полудлины трещин:

$$g(a_m) = \lambda n \exp(-\lambda a_m) \exp[-n \exp(-\lambda a_m)]. \quad (27)$$

Математическое ожидание случайной величины  $a_m$  с учетом (27) и (4) равно

$$m_{a_m} = \frac{1}{2}(1 + \beta_\sigma)(\ln n + C)m_l, \quad (28)$$

где  $C$  – постоянная Эйлера,  $C \approx 0,5772$ .

Рассмотрим схему объединения трещины, имеющей усредненное значение максимальной длины, с любой соседней трещиной. Пусть трещина с индексом  $j$  (рис. 1) имеет длину  $2m_{a_m}$ . Тогда можно записать очевидное равенство

$$x_{ij} = r_{ij} - a_i - m_{a_m}. \quad (29)$$

Введем обозначение

$$x = x_{ij} + m_{a_m} = r_{ij} - a_i \quad (30)$$

и определим плотность распределения случайной величины  $x$  как композицию законов распределения (3) и (6). Подставив (3) и (6) в формулу (9), получим

$$\varphi(x) = \frac{f_1}{\left(\frac{f_1}{\lambda} + 1\right)} \exp(-f_1 x), \quad x > 0. \quad (31)$$

Из (30) следует, что объединение ( $x_{ij} \leq 0$ ) не произойдет при условии  $x > m_{a_m}$ . Следовательно, вероятность объединения с участием трещины максимальной длины определяется как

$$P_{cm} = 1 - \int_{m_{a_m}}^{\infty} \varphi(x) dx = 1 - \frac{\exp(-f_1 m_{a_m})}{\frac{f_1}{\lambda} + 1}. \quad (32)$$

Окончательный вид формула (32) приобретает при подстановке в нее ранее полученных соотношений (4), (13), (15) и (28). После преобразований имеем

$$P_{cm} = 1 - \frac{(e^C Af_2)^{\frac{1+\beta_\sigma}{4} m_l \sqrt{f_2}}}{\frac{1+\beta_\sigma}{4} m_l \sqrt{f_2} + 1}. \quad (33)$$

Вероятность объединения трещины максимальной длины (33) определяется теми же параметрами, что и вероятность объединения любой пары трещин (21). Для сопоставления этих двух вероятностей используем безразмерный параметр  $\omega$  (23). При этом входящий в формулы (21) и (33) безразмерный комплекс  $Af_2$  с учетом (23) представим в виде

$$Af_2 = \frac{1}{4} N\omega^2, \quad (34)$$

где  $N = A/m_l^2$  – параметр масштаба, который имеет смысл максимально возможного количества трещин длиной  $m_l$  на площади  $A$ .

Зависимости вероятностей  $P_c$  и  $P_{cm}$  от безразмерного параметра  $\omega$ , рассчитанные соответственно по формулам (21) и (33) с учетом (34) для различных значений  $\beta_\sigma$ , представлены на рис. 3. Для 50%-ной вероятности объединения значения критерия  $\omega$  лежат в диапазоне 0,2...0,5, что соответствует теоретически и экспериментально полученным значениям концентрационного критерия  $K_* = 2...5$  [21].

Если нагруженность (коэффициент  $\beta_\sigma$ ) практически одинаково влияет на вероятности  $P_c$  и  $P_{cm}$  (рис. 3), то масштабный фактор большее влияние оказывает на вероятность  $P_c$  (рис. 4). Так, при увеличении занимаемой трещинами площади на два порядка ( $N$  изменяется от  $10^3$  до  $10^5$  при  $m_l = \text{const}$ ) вероятность объединения  $P_c$  увеличивается в семь раз, а вероятность  $P_{cm}$  – менее чем в два раза.

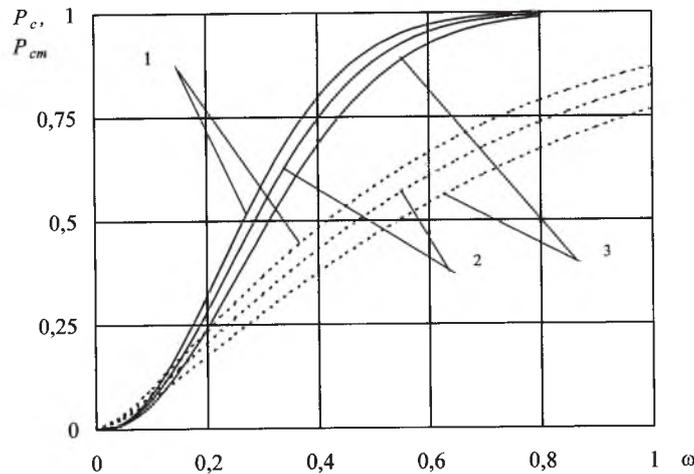


Рис. 3. Зависимости вероятности объединения любой пары трещин  $P_c$  (сплошные линии) и с участием трещины максимальной длины  $P_{cm}$  (штриховые линии) от безразмерного параметра  $\omega$  для различных  $\beta_\sigma$ : 1 –  $\beta_\sigma = 0,75$ ; 2 –  $\beta_\sigma = 0,5$ ; 3 –  $\beta_\sigma = 0,25$ .

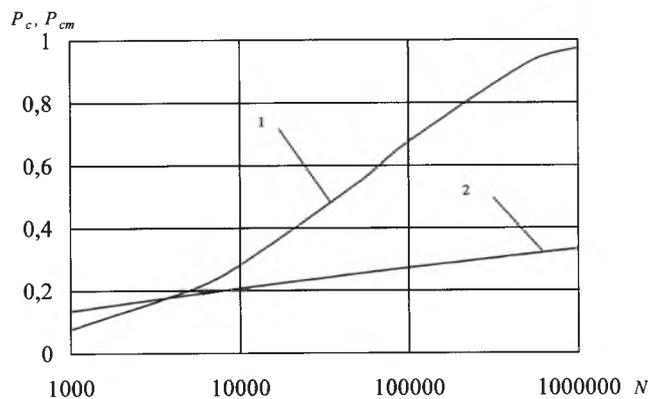


Рис. 4. Зависимости вероятностей объединения  $P_c$  (1) и  $P_{cm}$  (2) от параметра масштаба  $N$  для  $\beta_\sigma = 0,5$  и  $\omega = 0,2$ .

Формула (33) при подстановке в нее зависимостей количества трещин на заданной площади поверхности материала ( $f_2$ ) и МО длины трещин ( $m_l$ ) от времени может использоваться, так же как и (21), для прогнозирования ресурса, связанного с реализацией предельного состояния – формированием максимальной по длине трещины за счет объединения рассеянных дефектов.

## Резюме

Розроблено імовірнісну модель об'єднання випадково розсіяних на поверхні тріщин, що мають однорідну орієнтацію і статистично неоднорідну довжину. Модель дозволяє розрахувати імовірність об'єднання будь-якої пари близько розташованих тріщин з урахуванням взаємодії деформаційних полів. Наведено модифікацію моделі стосовно випадку об'єднання тріщин, що мають максимальну довжину у виборці. Вихідними параметрами для визначення імовірності об'єднання є: математичне сподівання довжини тріщин, їх поверхнева щільність, величина пошкодженої площі матеріалу (масштабний чинник) і рівень діючого напруження. Отримана модель може використовуватися для прогнозування ресурсу деталей за критерієм граничного стану, що базується на формуванні небезпечних тріщин шляхом об'єднання розсіяних дефектів.

1. Журков С. Н., Куксенко В. С., Петров В. А. Можно ли прогнозировать разрушение? // Будущее науки. – М.: Знание, 1983. – С. 100 – 111.
2. Салганик Р. П. Механика тел с большим числом трещин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1973. – № 4. – С. 149 – 158.
3. Елагин А. Е. Взаимодействие поверхностных трещин в одноосно растянутой пластине // Пробл. прочности. – 1990. – № 3. – С. 14 – 17.
4. Минченков О. С., Костенко Н. А., Попов Ю. И. О взаимном влиянии трещиноподобных дефектов, расположенных в объемных телах // Там же. – 1990. – № 8. – С. 34 – 37.
5. Lindborg U. A statistical model for the linking of microcracks // Acta Met. – 1969. – 17. – P. 521 – 526.
6. Игнатович С. Р. Критические значения концентрации накопленных рассеянных повреждений // Пробл. прочности. – 1995. – № 4. – С. 61 – 68.
7. Черепанов Г. П. Современные проблемы механики разрушения // Там же. – 1987. – № 8. – С. 3 – 13.
8. Игнатович С. Р. Прогнозирование объединения рассеянных дефектов // Там же. – 1992. – № 2. – С. 71 – 77.
9. Болотин В. В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
10. Fedelich B. A stochastic theory for the problem of multiple surface crack coalescence // Int. J. Fract. – 1998. – 91. – P. 23 – 45.
11. Forsyth P. J. E. A unified description of micro and macroscopic fatigue crack behavior // Ibid. – 1983. – 5. – P. 3 – 14.

12. *Suh C. M. and Kitagawa H.* Crack growth behavior of fatigue microcracks in low carbon steels // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1986. – **9**, No. 6. – P. 409 – 424.
13. *Gao N., Brown M. W., and Miller K. J.* Crack growth morphology and microstructural changes in 316 stainless steel under creep-fatigue cycling // *Ibid.* – 1995. – **18**, No. 12. – P. 1407 – 1422.
14. *Игнатович С. Р.* Закономерности множественного разрушения сплава ЭИ698ВД при малоцикловом нагружении // *Авіаційно-космічна техніка і технологія.* – Харків: ХАІ. – 2001. – Вып. 26. – С. 136 – 139.
15. *Ochi Y., Ishii A., and Sasaki S. K.* An experimental and statistical investigation of surface fatigue crack initiation and growth // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1985. – **8**, No. 4. – P. 327 – 339.
16. *Parkins R. N. and Singh P. M.* Stress corrosion crack coalescence // *Corrosion.* – 1990. – **46**, No. 6. – P. 485 – 499.
17. *Xin X. J. and De Los Rios E. R.* Interactive effect of two coplanar cracks on plastic yielding and coalescence // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1994. – **17**, No. 9. – P. 1043 – 1056.
18. *Игнатович С. Р., Нинасвинча Сото Ф. Ф.* Стохастическая модель формирования неоднородности размеров рассеянных трещин. Сообщ. 1. Стационарный рост трещин // *Пробл. прочности.* – 1999. – № 3. – С. 104 – 113.
19. *Игнатович С. Р., Нинасвинча Сото Ф. Ф.* Стохастическая модель формирования неоднородности размеров рассеянных трещин. Сообщ. 2. Нестационарный рост трещин // *Там же.* – 1999. – № 4. – С. 59 – 67.
20. *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480 с.
21. *Петров В. А.* О механизме и кинетике макроразрушения // *Физика твердого тела.* – 1979. – **21**, № 12. – С. 3681 – 3686.
22. *Гумбель Э.* Статистика экстремальных значений. – М.: Мир, 1965. – 450 с.

Поступила 18. 10. 2002