

УДК 532

ОТ ГИДРАВЛИКИ ОТКРЫТЫХ ПОТОКОВ – К ГИДРОМЕХАНИКЕ РЕЧНЫХ СИСТЕМ

В. И. НИКИШОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 25.04.2007

Представлен обзор работ, посвященных численному и экспериментальному моделированию течений и транспорта наносов в речных системах. Описаны основные приближенные зависимости и численные модели, используемые для расчета поля течений. Проанализированы аналитические и численные модели, применяемые для расчета транспорта наносов. Значительное внимание уделено анализу особенностей течений в окрестности опор гидротехнических сооружений, методам управления локальным размывом дна. Отражена роль ученых Института гидромеханики НАН Украины в развитии гидромеханики речных систем.

Представлено огляд робіт, присвячених чисельному і експериментальному моделюванню течій та транспорту наносів у річкових системах. Описані основні наближені залежності і чисельні моделі, що використовуються для розрахунку поля течій. Проаналізовані аналітичні і чисельні моделі, застосовувані для розрахунку транспорту наносів. Значну увагу приділено аналізу особливостей течії в оточенні опор гідротехнічних споруд, методам управління локальним розмивом дна. Відображена роль вчених Інституту гідромеханіки НАН України в розвитку гідромеханіки річкових систем.

The review of the works devoted to numerical and experimental modeling of currents and transport of sediments in river systems is submitted. The basic approximated relationships dependences and the numerical models that used for calculation of flow field are described. The analytical and numerical models used for calculation of sediment transport are analysed. The significant attention is given to the analysis of features of current in a vicinity of piers of hydraulic engineering constructions, to methods of control of local scour of a bed. The role of scientists of Institute of hydromechanics NAS of Ukraine in development of a hydromechanics of river systems is reflected.

ВВЕДЕНИЕ

Вода представляет собой один из необходимых атрибутов жизни на земле, поэтому бережное отношение к ней, к использованию водных ресурсов исключительно важно для человеческого благополучия. В этом состоит главная предпосылка для разработки принципов и систем управления рациональным использованием водных ресурсов. Актуальность этой проблемы обусловлена возрастающим антропогенным воздействием на окружающую среду, в частности, на водные акватории (реки, озера, моря). Решение указанной проблемы, ее отдельных задач должно основываться на глубоком понимании физических процессов, происходящих в водной среде, особенно при ее движении, на построении корректных физических и математических моделей среды, на разработке методов расчета процессов обмена массы и энергии в водной среде. Получаемые на такой основе результаты должны адекватно описывать изменения характеристик водной среды, давать возможность получения коротко- и долгосрочных прогнозных оценок хода протекаемых процессов, что позволяет, с одной стороны, вырабатывать предложения и рекомендации для надлежащего выполнения тех или иных технических работ, а с другой – избе-

жать негативных последствий воздействия на водную акваторию, результаты которых не очевидны в данный момент.

Разрабатываемые модели и основанные на них методы расчета должны быть тестированы путем сравнения результатов с данными лабораторных исследований и натуральных измерений. Только в тесной связи, путем непрерывного взаимодействия теории и эксперимента могут быть получены достоверные результаты. В связи с интенсивным развитием вычислительной техники значительная роль в этом взаимодействии отводится численному моделированию изучаемых процессов, не преуменьшая при этом важность теоретического анализа.

Каждый метод исследования (лабораторные исследования, проводимые в контролируемых условиях, натурные измерения, теоретический анализ, численное моделирование) имеет свои недостатки, влияние которых на окончательный результат может быть в значительной мере уменьшено путем комбинации методов. Методологическое разнообразие указанных методов позволяет уменьшить риск получения недостоверных результатов и создать основу для разработки новых, более совершенных физических и математических моделей изучаемых процессов, созданию более точных методов расчета.

Изучение движения жидкости всегда привлекало интерес исследователей, начиная с Гюйгенса, Ньютона, Эйлера, Бернулли и др. Исторический обзор таких работ представлен во многих учебниках и монографиях, посвященных изучению движения жидкой среды, например, [1–3]. Особый интерес, как с точки зрения развития теоретических представлений о характере движения, так и для многочисленных приложений к решению практических задач представляет собой движение жидкости в открытых каналах и реках. Наличие свободной поверхности, положение которой может изменяться во времени и пространстве, существенно затрудняет теоретический анализ движения. Более того, глубина потока, расход и уклон дна канала, так же как и уклон свободной поверхности, являются взаимозависимыми величинами [5]. Характер поверхности дна и берегов (стенок каналов) изменяется в очень широких пределах, от гладкой – в лабораторных лотках, шероховатой – в руслах рек, вплоть до неровностей достаточно больших размеров, что обуславливает соответствующие изменения положения свободной поверхности. Это приводит к определенным трудностям в определении коэффициента трения, а значит и расчетов течений в каналах и реках, которые в значительной мере основываются на эмпирических зависимостях, найденных в результате обработки лабораторных или натуральных экспериментов.

Следует также отметить влияние разнообразных форм поперечного сечения каналов и рек на картину течения. Наличие свободной поверхности и стенок каналов, трение о которые обуславливает неравномерность распределения скорости по сечению, приводит к смещению положения максимальной скорости течения, появлению локализованных вихревых структур в угловых точках. Свои особенности в характер движения вносят и повороты русел. Максимум скорости смещается в данном случае к вогнутому берегу, в жидкости возникает винтовое движение, т.е. появляются поперечные скорости. Важно отметить, что взаимосвязь между формой русла и кинематикой потока проявляется наиболее отчетливо именно на изгибе русла [6].

Одна из основных трудностей расчета характеристик водного потока в реках и каналах в отличие от задач обтекания тел, генерации волн и др., заключается в первую очередь в неопределенности особенностей течения вблизи границ, которые, как правило, являются размываемыми, т.е. могут деформироваться за счет переноса наносов. Эта задача тесно взаимосвязана с задачей определения

сил трения потока о дно и приводит к необходимости использовать эмпирические данные. Кроме того, сложность описания процесса транспорта наносов связана также и с неоднородностью состава наносов как по размерам и формам, так и по удельному весу. Построение математических моделей транспорта наносов в том или ином виде опирается на допущения, которые должны проверяться в процессе проведения исследований в контролируемых условиях, т.е. в лабораториях. Особые затруднения вызывает моделирование транспорта наносов при наличии неровностей дна (рифелей, дюн). Верификация математических моделей должна проводиться путем сравнения с данными натуральных измерений.

Особое внимание в гидравлических исследованиях открытых потоков уделяется проблемам, связанным с решением тех или иных технических задач, например, изучению течения между опорами мостов, расчету волн попуска, исследованию характеристик водозаборов и пр.

В Институте гидромеханики НАН Украины на протяжении практически 80 лет уделялось большое внимание развитию гидравлики открытых потоков, вопросам гидротехнического строительства на реках и каналах. Эти работы начались в 20–30-е годы прошлого столетия и интенсивно продолжались в послевоенные годы. Достаточно сказать, что каскад водохранилищ вдоль реки Днепр создавался при непосредственном участии ученых института. В результате в институте сформировалась известная в стране и за рубежом школа гидравликов. Ученые этой школы выполнили большое количество теоретических и экспериментальных работ по гидравлике открытых потоков, результаты которых обобщены в монографиях: Сухомела Г. И. [7, 8], Розовского И. Л. [9], Розовского И. Л., Еременко Е. В., Базилевича В. А. [10], Беляшевского Н. Н. [12], Беляшевского Н. Н., Пивовара Н. Г., Калантыренко И. И. [11], Никитина И. К. [13]. Неотъемлемой частью исследований русловых процессов являются вопросы транспорта наносов в реках, которые рассмотрены в [13]. Применительно к динамике берегов водохранилищ такие результаты обобщены в монографиях Пышкина Б. А. [15], Пышкин Б. А., Максимчука В. А., Цайтца Е. С. [14]. Вопросы судоходства в условиях ограниченного и мелкого фарватера важны при использовании рек в качестве транспортных путей, в частности выбора оптимальных режимов плавания. Этим проблемам посвящены монографии Сухомела Г. И. [4] и Павленко Г. Е. [16, 17]. В настоящее время эти вопросы привлекают внимание ученых в связи с интенсификацией движения в

реках и каналах и все возрастающим воздействием возмущений, генерируемых проходящими судами на берега, что вызывает потерю их устойчивости и последующую эрозию.

Решение важных задач гидротехнического строительства, к решению которых были привлечены ученые Института гидромеханики, базировалось на глубоком понимании характера протекающих в жидкости процессов, на проведении лабораторных экспериментов и использовании данных полевых наблюдений для построения приближенных решений, описывающих изучаемые процессы, на тесном сотрудничестве специалистов разных научных групп, что позволяло рассматривать изучаемую проблему с разных точек зрения и в результате получать обоснованные результаты. К таким работам относятся расчет сопряжения бьефов и креплений дна за плотинами и сооружениями, расчет движения воды в устье реки Десна с учетом влияния работы Киевской ГЭС, установление связи устойчивости частиц грунта с характеристиками течений (осредненные и пульсационные скорости), разработка методики расчета кривых свободной поверхности и деформаций русла и многие другие. Более подробно результаты этих работ изложены в работе Пивовара Н. Г. [18].

При решении задач гидравлики открытых потоков, как правило, используются допущения и предположения, которые упрощают рассматриваемую проблему. Как отмечено в [2, 3], гидравлические решения носят приближенный характер. Они во многом основываются на анализе экспериментальных данных и поэтому часто используются эмпирические и полу-эмпирические формулы. Это, тем не менее, позволяет проводить оценку основных характеристик изучаемого процесса, которые дают достаточную информацию для технических приложений.

Ситуация стала существенным образом меняться с совершенствованием и доступностью вычислительной техники и созданием на ее основе нового направления в проведении вычислений — вычислительной динамики жидкостей, интенсивное развитие которой началось около 40 лет тому назад. Широкое применение ее было затруднено, что было связано с малодоступностью к высокопроизводительной вычислительной технике из-за высокой стоимости. В первую очередь эта техника использовалась в отраслях с высоким уровнем капиталовложений, например, космонавтика, аэро- и гидромеханика движущихся объектов и др. По мере развития вычислительной техники снижалась ее стоимость и она становилась все доступнее ши-

рокому кругу исследователей.

Преимущества использования методов вычислительной динамики жидкостей к изучению течения в реках и каналах очевидны. Однако здесь возникает ряд особенностей, учет которых вызывает определенные трудности, связанные со спецификой предмета исследования. К ним можно отнести [19]:

- геометрия и граничные условия редко известны с достаточной точностью;
- коэффициент сопротивления изменяется во времени и пространстве из-за сложного характера взаимодействия потока с границами;
- движущие силы сильно изменчивы;
- часто размеры, требующие разрешения, меньше, чем размер сетки модели;
- редко можно использовать простые сетки, которые бы соответствовали геометрии задачи.

Преодоление указанных трудностей для получения достоверных результатов может быть осуществлено только путем верификации численных моделей, т.е., как отмечено выше, путем сопоставления результатов с данными, полученными в натуральных условиях, или проведения расчетов задач, когда задаваемые параметры соответствуют лабораторному эксперименту. Естественно, не должно быть противоречий с результатами теоретического анализа.

В последнее десятилетие значительно возросло применение методов численного моделирования к задачам гидравлики окружающей среды.

Большую роль в улучшении качества экспериментальных исследований, заметного повышения точности измерений играет совершенствование средств измерений параметров потока. Технологический скачок в этом направлении является не менее впечатляющим, чем в развитии вычислительной техники. Использование современных средств измерений позволяет получать более точные данные, которые представляются в цифровом виде. В то же время, это служит побудительным мотивом для совершенствования методов численного моделирования, для проведения верификации моделей на большом объеме данных.

Использование современных средств измерений и численного моделирования является особенно актуальным при изучении течений, которые характеризуются сложной картиной распределения скоростей. Так, при обтекании опор мостов возникают локализованные вихревые структуры, учет влияния которых важен при изучении размыва дна вблизи опор. Разработка технических решений, которые позволяют уменьшить размыв и увеличить устойчивость опор, не может основываться

на рассмотрении только осредненных характеристик потока, а требует привлечения для анализа решений уравнений Навье-Стокса или уравнений Рейнольдса из-за существенной трехмерности течений. Для получения достоверных решений требуется задание точных граничных условий, для формулировки которых необходимы данные экспериментальных измерений, сделанных с достаточно высокой точностью и степенью разрешения. Эта же информация нужна и для верификации численной модели.

В данной статье сделан обзор состояния исследований некоторых проблем гидромеханики речных систем, обсуждаются проблемы, требующие своего решения, освещены результаты ряда научных исследований, выполненных в Институте гидромеханики НАН Украины, которые получены при сочетании приближенных методов гидравлики и более строгих методов механики жидкости, причем провести границу между ними весьма затруднительно. Уже на примере таких работ видно, что различие между гидромеханикой и гидравликой по многим вопросам и решаемым задачам является данью традициям. В первой части приведен обзор основных уравнений, описывающих движение жидкости в русловых системах, во второй части освещены вопросы транспорта наносов, анализ применяемых методов расчета. В третьей части описаны работы, связанные с исследованиями течений и размыва дна в окрестности опор мостов, предложены методы управления потоком с целью уменьшения размыва.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Многие процессы течения жидкости в открытых каналах могут быть описаны на основе уравнения Бернулли. К ним относятся: протекание жидкости через насадки, равномерное движение жидкости в открытых руслах и безнапорных трубах, течение жидкости через различные водосливы, течение жидкости при наличии гидравлических прыжков и др. Но уже при рассмотрении более сложных процессов, например, неустановившегося течения жидкости, необходимо применять более сложные уравнения. Наиболее общая математическая модель основывается на уравнениях Навье-Стокса [1, 20]. Однако при использовании той или иной математической модели следует учитывать два обстоятельства. Первое заключается в недостаточной определенности задачи (неполная информация о граничных условиях, о движущих силах и т. д.), о чем шла речь выше. Второе обстоятельство связа-

но с выбором компромисса между точностью решения и затраченными усилиями (в том числе и стоимостью) для получения решения [21]. Эти обстоятельства приводят к тому, что на практике при построении математической модели используется, как правило, ряд предположений, которые позволяют упростить рассматриваемую проблему, но в то же время получить необходимую информацию об основных характеристиках потока.

При изучении течений жидкости в открытых каналах обычно используемые модели можно отнести к уравнениям “мелкой воды”, в которых предполагается, что глубина жидкости мала по сравнению с характерным параметром длины изучаемого явления, например, длины, которая связана с изменением расхода жидкости при паводке. Эти модели основываются на формулировании уравнения неразрывности, соответствующего закону сохранения массы, и уравнения движения, которое может быть получено из второго закона Ньютона. Дополнительные выражения могут быть включены в модельные уравнения, чтобы учесть другие эффекты, такие как трение, вариации геометрии, дополнительный приток жидкости и др. Они относятся к так называемым “источниковым” членам.

Для моделирования одномерного течения жидкости в открытых каналах обычно используются уравнения Сен-Венана [6, 22, 5]. Они описывают постепенно меняющееся течение жидкости в каналах. При выводе этих уравнений делается ряд предположений:

- скорость является постоянной по поперечным сечениям и уровень воды в каждом сечении считается горизонтальным;
- вертикальной компонентой ускорения жидкости пренебрегают, т. е. распределение давления по глубине соответствует гидростатическому закону;
- влияние трения и особенностей течения, связанные с турбулентным режимом движения, учитываются путем использования тех же полуэмпирических зависимостей, которые установлены для установившегося течения;
- наклон дна мал.

Наиболее часто уравнения Сен-Венана используются в следующей форме [23]:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + gAS_0 - gAS_f = 0. \quad (2)$$

Здесь A – площадь поперечного сечения канала;

$Q = UA$ – расход жидкости; U – осредненная по сечению скорость потока; g – ускорение силы тяжести; h – глубина потока; α – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения скорости по сечению потока. В уравнении (2) третий член учитывает действие сил давления, четвертый – вклад гравитационных сил (S_0 представляет собой наклон дна). Влияние сил трения описывается пятым членом, который выражен по аналогии с четвертым членом в виде наклона S_f [5]. Отметим, что в установившихся потоках $S_0 = S_f$. Основные формы уравнений Сен-Венана, которые наиболее часто используются для практических расчетов, рассмотрены в [24].

Уравнения (1)–(2) являются гиперболическими уравнениями. Они могут быть преобразованы к виду, формально совпадающему с видом уравнений, описывающих течения сжимаемого газа [20]. Это позволяет переносить результаты и методы расчета, разработанные в газовой динамике, на случай уравнений, описывающих течение жидкости в канале, т.е. уравнений Сен-Венана. Одним из наиболее распространенных методов решения этих уравнений является метод характеристик. В настоящее время разработаны и другие эффективные методы их решения, в частности, метод конечных объемов. Примеры расчетов течений в каналах различного сечения представлены в [23, 25, 26].

Одной из основных трудностей принципиально характера остается неопределенность в формулировании корректных граничных условий на дне, поверхность которого, как правило, является шероховатой, покрытой неровностями. Иными словами, проблема состоит в определении S_f , т.е. в правильном учете потерь энергии потоком на трение, генерацию вихрей и др. При изучении течений в каналах эта проблема решается с помощью использования эмпирических формул, с помощью которых может быть определена величина S_f в зависимости от типа грунта и берегов, наличия препятствий, поворотов русла, составной шероховатости. Основным недостатком такого подхода компенсируется в значительной мере большим объемом экспериментальной информации, полученной в результате проведения многочисленных лабораторных экспериментов и измерений, выполненных в натуральных условиях. Это приводит в итоге в достаточной мере к соответствию результатов расчетов натурным данным.

Как было отмечено выше, в практике расчетов течений в каналах не ставится различия между законами трения в неустановившемся неравномерном и в равномерном течениях. Сделаем некоторые оценки. Полагаем, что трение имеет ква-

дратичную зависимость от скорости, т.е. единица площади русла имеет сопротивление, пропорциональное ν^2 . Поверхность контакта пропорциональна $L \cdot \chi$, где L – длина рассматриваемого участка, χ – смоченный периметр. Тогда сила сопротивления $F_c \approx k\nu^2 L \chi$, где k – коэффициент пропорциональности. В то же время, компоненту силы тяжести, направленной вдоль движения, можно оценить следующим образом: $F_g \approx \gamma AL \sin \theta = \gamma ALI$, где γ – удельный вес жидкости, I – уклон. Приравняв силы, находим $\nu^2 = \gamma RI/k$, где R – гидравлический радиус. В итоге можно записать

$$\nu = C\sqrt{RI}, \quad (3)$$

где C – коэффициент Шези, имеющий размерность $[C] = \text{м}^{1/2} \text{с}^{-1}$. Отсюда можно получить выражение для S_f :

$$S_f = \frac{1}{C^2} \frac{Q^2}{A^2 R}. \quad (4)$$

Это – формула Шези, одна из широко используемых в практике для определения уклона S_f . Кроме нее широкое распространение получили следующие зависимости:

$$\text{– Маннингса: } S_f = n^2 \frac{Q^2}{A^2 R^{4/3}}, \quad (5)$$

где размерность коэффициента Маннингса (шероховатости) $[n] = \text{м}^{-1/3} \text{с}$; иногда вместо коэффициента n используют ему обратный коэффициент Стриклера $k_{St} = 1/n$;

$$\text{– Дарси-Вейсбаха: } S_f = f_{DW} \frac{Q^2}{8A^2 Rg}. \quad (6)$$

Для широких гидравлически шероховатых русел можно найти выражение, связывающее коэффициенты Маннингса или Шези с величиной шероховатости Δ . Так, основываясь на логарифмическом законе распределения скорости в потоке и экспериментальных данных, в [6] получена следующая зависимость:

$$n = \frac{0.17}{\sqrt{g}} \frac{R^{1/6}}{\lg \frac{11R}{\Delta}}. \quad (7)$$

Значение коэффициента шероховатости может быть выбрано из соответствующей справочной информации в зависимости от типа грунта дна и берегов, наличия препятствий, поворотов и т.д., которые имеются в ряде изданий, например, [5, 27]. Следует отметить, что выбор шероховатости носит

характер неопределенности и во многом зависит от опыта исследователя.

С развитием вычислительной техники появилась возможность проведения более точных расчетов, основанных на двумерных уравнениях. Этому вопросу уделяется большое внимание в научных центрах развитых стран. Двумерные модели используются для расчета течений на отдельных участках русел, где необходимо иметь более детальную информацию о структуре течений, например, на участках, где расположены гидротехнические сооружения. Выводятся эти уравнения из уравнений Навье-Стокса путем осреднения всех членов по глубине и введении ряда упрощающих предположений. Они могут быть представлены в виде [28 – 30].

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hU)}{\partial x} + \frac{\partial(hV)}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial(hU)}{\partial t} + \frac{\partial(hU^2)}{\partial x} + \frac{\partial(hUV)}{\partial y} &= \\ = -gh \frac{\partial z_S}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(hT_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(hT_{xy})}{\partial y} \right) - \frac{\tau_{bx}}{\rho}, \\ \frac{\partial(hV)}{\partial t} + \frac{\partial(hUV^2)}{\partial x} + \frac{\partial(hV^2)}{\partial y} &= \\ = -gh \frac{\partial z_S}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(hT_{yx})}{\partial x} + \frac{\partial(hT_{yy})}{\partial y} \right) - \frac{\tau_{by}}{\rho}, \end{aligned} \quad (8)$$

где U и V – горизонтальные компоненты скорости; z_S – высота подъема поверхности воды; $T_{xx}, T_{xy}, T_{yx}, T_{yy}$ – осредненные по глубине турбулентные напряжения; τ_{bx}, τ_{by} – сдвиговые напряжения на дне русла.

Важно отметить, что при параметризации сдвиговых напряжений, как и в одномерных уравнениях Сен-Венана, используются эмпирические зависимости напряжений от осредненных значений скорости U, V в виде:

$$\tau_{bx} = \rho c_f U \sqrt{U^2 + V^2} \cos \varphi,$$

$$\tau_{by} = \rho c_f V \sqrt{U^2 + V^2} \cos \varphi,$$

где $c_f = gn^2/h^{1/3}$; n – коэффициент Маннингса; φ – угол наклона дна.

Для моделирования турбулентных напряжений применяются различные подходы: аппроксимация Буссинеска, “ $\kappa - \varepsilon$ ” модель, в которой для энергии турбулентности κ и для скорости диссипации турбулентной энергии ε используются отдельные уравнения, и другие [28].

На основе описанных моделей в последние годы в Институте гидромеханики были выполнены научно-исследовательские работы, в которых

проводились расчеты поля течений на отдельных участках реки Днепр вблизи города Киева, а также реки Дунай, точнее некоторых рукавов дельты. Более подробная информация содержится в статье [31].

Широкое использование уравнений Сен-Венана основано на применении упрощающих предположений, что существенно облегчает проведение расчетов. На их основе могут быть проведены расчеты таких неустановившихся течений, как волны паводка и даже волн, индуцированных разрушением плотин, с приемлимой точностью. В реальных условиях могут, однако, наблюдаться процессы в речных системах, которые не могут быть описаны в рамках аксиоматики, принятой при выводе уравнений Сен-Венана. Речь идет об ондулярном боре (волне Фавра) [32, 33], который возникает при резком открытии заслонки шлюза. Обычно режим движения жидкости в боре является турбулентным, а размер формирующейся зоны обрушения значительно превышает глубину жидкости. Однако, если интенсивность бора невелика (перепад уровней заметно меньше глубины жидкости), бор состоит из цуга волн, длины волн которых превышают глубину жидкости. Для описания генерации и распространения ондулярного бора, оставаясь в рамках математической модели, оперирующей с осредненными по глубине параметрами течения, необходимо ослабить предположения, используемые при выводе уравнений Сен-Венана. Это было предложено Буссинеском, который произвел учет дисперсионных эффектов. Одномерные уравнения Буссинеска применительно к описанию ондулярного бора имеют вид [32]

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial[(1 + \eta)U]}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{3} \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} = O(\varepsilon^2 \mu^3), \quad (9)$$

где η – вертикальное перемещение свободной поверхности от невозмущенного уровня; ε – параметр нелинейности; $\varepsilon = a/h$, μ – параметр, характеризующий дисперсию, $\mu = h/\lambda$; a – амплитуда волны; λ – длина волны, в данном случае – это расстояние, на котором имеют место значительные изменения высоты свободной поверхности.

Характерной чертой уравнений Буссинеска является учет как нелинейных, так и дисперсионных эффектов. Эти параметры полагают малыми, но конечными, причем параметр Урсулла, характеризующий отношение эффектов нелинейности и дисперсии, $Ur = \varepsilon/\mu^2 \approx O(1)$. Основываясь на предположении о том, что наклон линий тока возраста-

ет линейно от нуля на дне до максимального значения на свободной поверхности, уравнения Буссинеска высоких порядков получены в [34]. Там же приведена усовершенствованная схема расчета характеристик ондулярного бора.

Уравнения Буссинеска получили широкое распространение при изучении поведения нелинейных волн на мелкой воде. Эти уравнения выведены в предположении, что жидкость является несжимаемой, а течение – потенциальным. Главная цель в моделировании такого вида заключается в уменьшении размерности рассматриваемых задач от трехмерных до двумерных. Обычно это осуществляется на основе предположения о полиномиальном (часто линейном) распределении скорости по вертикали, тем самым производится учет негидростатических эффектов. Существует ряд форм уравнений Буссинеска, которые отличаются различными представлениями переменной скорости (потенциал скорости, скорость на некоторой глубине, осредненная по глубине скорость) [35 – 38]. Отметим, что в работе [36] выведено уравнения Буссинеска с улучшенными дисперсионными свойствами, что позволило существенно расширить диапазон его применимости, не ограничиваясь только случаем малых глубин. Учет более высоких членов разложения привел к тому, что уравнения существенно усложнились за счет появления членов с производными высоких порядков. Это видно уже на примере уравнения (9).

Трансформация волн в прибрежной зоне и генерация волн, индуцированных течениями в зоне обрушения, включая вдольбереговое течение также могут быть описаны уравнениями Буссинеска [39, 40]. Эти вопросы являются актуальными в гидромеханике речных систем при изучении воздействия волн на берега водохранилищ и расчете устойчивости береговой линии. Для описания таких явлений уравнения Буссинеска должны быть соответствующим образом дополнены, чтобы учесть компоненты завихренности, которые индуцируются при обрушении волн. Отметим, что в [41] приведен последовательный вывод уравнения Буссинеска, в которых удержаны как вертикальная, так и горизонтальная компоненты завихренности.

Другая важная проблема, связанная с усовершенствованием математической модели, основанной на уравнениях Буссинеска, заключается в учете диссипативных эффектов. Как отмечено в работе [42], включение диссипативных членов в уравнения Буссинеска является гораздо более важным, чем учет нелинейных эффектов, хотя включение последних – несомненно важный шаг в модели-

ровании волновых явлений. Здесь следует упомянуть о работах, посвященных учету диссипации энергии при обрушении волн: от использования эмпирических зависимостей [43, 44] – до введения в систему уравнений Буссинеска уравнения энергетического баланса [45].

Таким образом, широко используемые уравнения Сен-Венана позволяют с достаточной для практики точностью проводить расчеты параметров течений в реках и каналах. Эти уравнения не могут быть использованы для расчетов быстротекущих процессов, которые характеризуются резкими изменениями свободной поверхности и появлением волновых режимов движения. Для этого могут быть использованы уравнения Буссинеска, в которых учитываются дисперсионные эффекты. Однако учет высоких порядков эффектов дисперсии приводит к появлению членов с высокими порядками производных, что вызывает определенные трудности при проведении вычислений. Тем не менее, использование уравнений Буссинеска позволяет существенно упростить расчет по сравнению с системой уравнений Навье-Стокса за счет понижения размерности задачи.

Другой важной особенностью, присущей как уравнениям Сен-Венана, так и уравнениям Буссинеска, является отсутствие точных граничных условий на дне и берегах. Это приводит к необходимости использования эмпирических зависимостей для параметризации трения. Учет проницаемости дна в данной ситуации существенно усложняет рассмотрение течения. Известно, что демпфирование волн, обусловленное проницаемостью дна, может значительно превышать эффект вязкого трения в пограничном слое над проницаемым дном [46, 47]. Трудности существенно возрастают при исследованиях течений жидкости над деформируемым дном, когда за счет размыва и транспорта наносов меняется его форма и условия течения в пристеночной области.

2. ТРАНСПОРТ НАНОСОВ

Определение локальной скорости транспорта наносов в речных системах, включая прибрежные зоны водохранилищ, является ключевым элементом в разработке математических моделей, служащих для прогноза деформации дна и береговой линии. Однако существует значительный пробел в наших знаниях о процессах транспорта наносов и остается необходимость в разработке надежных, хорошо обоснованных практических моделях.

По аналогии с движением воды уравнение

транспорта наносов может быть представлено как математическое выражение закона сохранения массы. В двумерном случае его можно записать в виде [6, 50]

$$(1 - p_m) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{q}_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{q}_{sy}}{\partial y} = 0, \quad (10)$$

где \tilde{q}_{sx} и \tilde{q}_{sy} – объемный транспорт наносов на единицу ширины в направлениях x и y соответственно; размерность $[\tilde{q}_{si}] = \text{м}^2/\text{с}$; z_b – уровень дна; p_m – пористость. Пористость (отношение объема частиц наносов к общему объему) введена, чтобы отразить объемные изменения донной топографии из-за эрозии и седиментации. Подобное балансовое уравнение может быть записано для индивидуальной фракции заданного размера в случае, когда наносы представляют собой смесь фракций разных размеров. При этом в уравнении должен рассматриваться объем данной фракции. Отметим, что взаимодействием фракций разных размеров, как правило, пренебрегают.

По своему происхождению наносы делятся на русловые и внерусловые. Последние образуются вдали от водоемов и представляют собой глинистые или илистые частицы. Они не вызывают изменений в условиях течения и перемещаются в реке во взвешенном состоянии. Обычно их размер составляет 50–70 мк. Хотя основное внимание в транспорте наносов обращается на русловые наносы, состоящие из донного материала, внерусловые наносы, представляющие собой частицы малого размера, будут осаждаться в местах, где имеет место замедление течения (критические точки подводных препятствий, задняя часть островов). Эти частицы, характеризующиеся сильными силами сцепления, играют важную роль при формировании баровой части дельт рек, где происходит их флокуляция, т.е. они собираются в большие агрегаты и выпадают в виде хлопьев. Русловые наносы происходят из донного материала рек. Их скорость переноса зависит от транспортной способности потока и они транспортируются в виде донных и взвешенных наносов.

Движение донных наносов происходит в виде качения, скольжения и малых прыжков (сальтация) в зависимости от вида наносов и режима течения в реке. Они сравнительно быстро реагируют на изменения условий течения в реке, хотя в динамике наносов имеет место запаздывание в пространстве [48] и времени [49]. В большинстве случаев в практических приложениях обычно полагают мгновенную адаптацию этих наносов к изменениям условий течения. Взвешенные наносы поддерживаются во взвешенном состоянии за счет

турбулентных флуктуаций, направленных вверх, т.е. против силы тяжести. В отличие от донных, взвешенные наносы проявляют вполне отчетливое запаздывание, поскольку их адаптация к изменившимся условиям течения требует некоторого времени и расстояния. Тем не менее, в осредненных по глубине уравнениях, которые применяют для расчетов течения в речных системах, используется предположение о равновесной концентрации наносов, которая основывается на предположении о том, что изменения концентрации происходят существенно быстрее, чем деформация дна. В работе [50] даются некоторые оценки для необходимости учета неравновесности процесса в зависимости от шага вычислительной сетки.

При более строгом моделировании, когда отдельно осуществляется расчет донных и взвешенных наносов, в ряде работ неравновесность процесса учитывается путем введения дополнительных членов релаксационного типа. В этом случае область течения делится на две части: нижний слой донных наносов толщиной δ и верхний слой взвешенных наносов толщиной $h - \delta$. Учет обмена между слоями осуществляется путем введения в рассмотрение потока наносов (осаждение), направленного вниз, со скоростью D_b и потока (вовлечение), направленного вверх, со скоростью E_b . Уравнение, описывающее транспорт взвешенных наносов, имеет вид [29, 30]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(hC_k)}{\partial t} + \frac{\partial(UhC_k)}{\partial x} + \frac{\partial(VhC_k)}{\partial y} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi_s h \frac{\partial(C_k)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\chi_s h \frac{\partial(C_k)}{\partial y} \right) + \\ & \quad + \alpha^+ \omega_{sk} (C_k^* - C_k), \end{aligned}$$

где C_k – осредненная по глубине концентрация k -того класса взвешенных наносов; C_k^* – осредненная по глубине концентрация взвешенных наносов, соответствующая равновесным условиям или транспортной способности потока относительно взвешенных наносов; χ_s – коэффициент диффузии наносов; α^+ – неравновесный коэффициент адаптации взвешенных наносов; ω_{sk} – скорость осаждения частиц k -того класса.

Транспорт донных наносов описывается следующим уравнением [29, 30]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\delta \bar{c}_{bk})}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_{bx} q_{bk})}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha_{by} q_{bk})}{\partial y} = \\ & = \alpha^+ \omega_{sk} (C_k^* - C_k) + (1 - p_m) \left(\frac{\partial z_b}{\partial t} \right)_k = 0, \end{aligned}$$

где \bar{c}_{bk} – осредненная концентрация донных наносов в слое δ , α_{bx} и α_{by} – направляющие косинусы перемещения наносов, которые обычно полагают направленными вдоль сдвигового напряжения; α^* – коэффициент, характеризующий адаптацию частиц к изменению условий течения; q_{bk} – скорость переноса донных наносов k -того класса.

В случае, когда общий транспорт наносов определяется перемещением донных наносов, следуя предложению, впервые рассмотренному в [51], в работе [48] введено выражение для определения изменений дна $(1 - p_m)(\partial z_b / \partial t)_k = (q_{bk} - q_{bk}^*) / L_b$. Здесь q_{bk}^* – транспортная способность потока относительно донных наносов; L_b – расстояние, на котором происходит адаптация донных наносов к неравновесным условиям. В работах [29, 30] на основе такого подхода рассмотрен общий случай, когда имеет место перенос обоих видов наносов. Учитывая процессы обмена частицами между слоями в этих работах получено неравновесное транспортное уравнение для донных наносов:

$$\frac{\partial(\delta \bar{c}_{bk})}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_{bx} q_{bk})}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha_{by} q_{bk})}{\partial y} + \frac{1}{L} (q_{bk} - q_{bk}^*) = 0,$$

и уравнение для описания деформации дна:

$$(1 - p_m) \left(\frac{\partial z_b}{\partial t} \right)_k = \alpha^+ \omega_{sk} (C_k - C_k^*) + \frac{1}{L} (q_{bk} - q_{bk}^*).$$

Как следует из анализа вышеприведенных уравнений, вопросы, связанные с определением трения на обтекаемых поверхностях, т. е. с формулированием граничных условий, о чем шла речь ранее, остались нерешенными. Более того, в речных системах дно и берега имеют обычно разную шероховатость. Шероховатость берегов определяется материалом, из которого состоит берег, растительностью. В то же время шероховатость дна определяется донным материалом и перемещающимися донными образованиями (рифеля, дюны, бары, острова и др.). В случае неразмываемого дна может быть использована концепция постоянной шероховатости. Шероховатость деформируемого дна в речных системах может изменяться и во многом определяется условиями течения, поэтому ее определение с целью воспользоваться многочисленными данными для параметризации трения существенным образом затруднено. В работе [52] на основе анализа длин и высот песочных рифелей

и дюн установлено полуэмпирическое соотношение для предсказания эквивалентной высоты шероховатости на деформируемой поверхности. Эмпирическое выражение для расчета высоты шероховатости в речных системах при наличии донных форм, характеристики которых меняются во времени, получено в [53]. Ряд численных процедур, с помощью которых может быть проведена идентификация пространственного распределения шероховатости, приведен в [54].

Не менее важные вопросы возникают в неравновесных моделях транспорта наносов с определением длины адаптации L , характеризующей расстояние, на котором частицы, попадающие в неравновесных условиях, успевают приспособиться к ним, т. е. перейти к равновесным условиям. В случае взвешенных наносов длина адаптации $L = Uh / (\alpha^+ \omega_{sk})$. Коэффициент α^+ может быть определен на основе метода, предложенного в [55]. В [56], где рассмотрен транспорт неоднородных взвешенных наносов, приведено выражение, с помощью которого можно оценить этот коэффициент для заданных параметров течения и характеристик наносов. Запаздывание частиц наносов к изменяющимся условиям течения особенно ярко проявляются в осциллирующих потоках. Количество наносов, находящихся во взвешенном состоянии, зависит существенным образом от мгновенной скорости течения, но также и от скорости осаждения. В осциллирующих потоках из-за запаздывания в первый полупериод частицы могут продолжать осаждаться, хотя, основываясь на анализе сил, действующих на частицы, т. е. не учитывая динамику наносов, они должны бы быть во взвешенном состоянии. Неравновесная длина адаптации L для донных наносов связана с масштабами перемещения частиц, донных форм и геометрии реки и обычно выбирается как длина преобладающих донных форм, таких как песочные дюны или бары [30]. Для лабораторных условий в качестве L может быть взята осредненная высота скачка частиц [48, 57].

Одним из главных вопросов в задачах транспорта наносов является определение транспортной способности потока. Эта величина фигурирует в моделях, которые описывают транспорт как взвешенных, так и донных наносов. Для ее определения обычно используют те или иные эмпирические или полуэмпирические модели (по терминологии работы [59] – практические модели). Транспорт донных наносов часто описывают безразмерным параметром $\Phi = \frac{q_{sb}}{\sqrt{(s-1)gD_{50}^3}}$, где q_{sb} – объемный транспорт наносов на единицу ши-

рины за единицу времени; s – отношение между плотностями материала наносов и воды; D_{50} – медианный размер частиц. В ряде случаев используется параметр $\Phi = q_{sb}/(\omega_s D_{50})$, который для частиц малого размера переходит в Φ . Формулы, описывающие транспорт донных наносов, обычно выражаются в виде функциональной зависимости $\Phi = \Phi(\theta)$, где $\theta = \tau/((s-1)\rho g D_{50})$ – параметр Шильдса [6]; τ – сдвиговое напряжение на границе. Параметр θ характеризует собой отношение опрокидывающего момента, действующего на частицу со стороны потока, и удерживающего момента, обусловленного действием силы тяжести [58]. Другими словами, он представляет действие скоростного напора потока жидкости относительно веса частицы и размера. Начало движения частицы характеризуется критическим параметром θ_{cr} , зависимость которого от числа Рейнольдса $Re_* = \nu_* D/\nu$ была получена экспериментальным путем Шильдсом [6]. Функциональная зависимость $\Phi = \Phi(\theta)$ может содержать параметры, учитывающие неоднородный состав наносов, но она не учитывает взаимного влияния фракций разных размеров, т. е. эти формулы в первую очередь относятся к однородным наносам или одно-модальным, имеющим узкую функцию распределения по размерам. Данная зависимость подвергалась интенсивной критике, но в конце концов была принята в качестве наилучшего компромисса для оценки начала транспорта наносов. Предсказание начала транспорта наносов часто затруднено из-за неопределенности сдвигового напряжения на стенке. Во многих работах осуществлялась проверка критерия Шильдса, в ряде работ он был модифицирован, рассмотрены теоретические подходы к его определению. Обзор работ, посвященных указанной теме, представлен в [60]. В последние годы интерес к данной теме не уменьшился. Так, в работе [61] предложено формализовать задачу определения скорости трогания частиц путем рассмотрения трех интервалов изменения размеров частиц, для которых приведены простые зависимости. В качестве основного параметра, который определяет тот или иной интервал, служит безразмерный масштаб длины (диаметра): $D_* = ((s-1)g/\nu_2)^{1/3} D_{50}$. В работе [62] рассмотрено влияние, которое может оказать сужение потока из-за присутствия свай и фундаментов гидротехнических сооружений, на критерий Шильдса. Авторы нашли зависимость этого критерия от введенного коэффициента сужения потока. Были проведены [63] тщательные эксперименты по определению условий трогания частиц в случае одно-

родных и неоднородных наносов, проведен сравнительный анализ условий трогания для мелких и крупных фракций наносов. Вероятностный подход к определению условий, характеризующих начало движения наносов, применен в [64, 65]. В них, в частности, рассмотрено движение наносов с учетом перемежающейся структуры турбулентного движения, изучено влияние плотности упаковки частиц на начало движения, предложены усовершенствованные критерии для определения пороговых условий.

Большинство формул, описывающих транспорт наносов, могут быть представлены в специфическом, пороговом виде [50]: $\Phi = \alpha_1 \theta^{n-\gamma} (\mu\theta - \theta_{cr})^\gamma$. Эти формулы могут быть разделены на два класса: формулы порогового вида и формулы без порога. Более простая формула с порогом ($n = \gamma$), имеет вид $\Phi = \alpha_1 (\mu\theta - \theta_{cr})^\gamma$. Здесь α_1 – безразмерный коэффициент; n и γ – экспоненциальные показатели; μ – коэффициент, характеризующий влияние донных форм. Примером такой формулы могут быть формула Мейера-Петера и Мюллера [6]. Она получена в результате обработки данных экспериментальных исследований, является многократно проверенной, применяется для расчета транспорта относительно крупных донных наносов в реках. Скорость транспорта наносов пропорциональна разнице между средним сдвиговым напряжением, действующим на частицы, и критическим сдвиговым напряжением. Модель ван Рийна [58] также основана на разнице сдвиговых напряжений, действующего на частицу, и критическим. Этот подход осуществляется путем введения транспортного параметра

$$T = ((U'_*)^2 - (U_{*,cr})^2)/(U_{*,cr})^2,$$

где $U'_* = (g^{1/5}/C)\bar{U}$; C – коэффициент Шези; \bar{U} – средняя скорость потока; $U_{*,cr}$ – критическая сдвиговая скорость (в соответствии с результатами Шильдса). Этот же подход распространен и на транспорт взвешенных наносов [67]. Здесь введен отсчетный уровень, выше которого наносы рассматриваются как взвешенные, ниже – как донные. Высота этого уровня может быть принята равной высоте прыжков частиц донных наносов, однако это может приводить к большим погрешностям, особенно при наличии донных форм. Исходя из этого, принято, что высота уровня равна половине высоты донной формы. Формулы без порогового подхода имеют вид $\Phi = \alpha_1 \mu^n \theta^n$. Примером такой формулы может служить формула Энглунда-Хансена [66].

Следует упомянуть также об энергетическом

подходе, который был развит Бегнольдом (описание можно найти в [70, 66]). Суть подхода заключается в предположении, что работа, выполненная при транспортировании наносов, является частью общей диссипации энергии потока. Автор предложил оценивать доступную энергию потока в виде выражения $E = \tau_0 U$, где U – средняя скорость потока. Необходимые постоянные найдены при этом опытным путем. Усовершенствование метода было сделано в [70], где на основании соображения о том, что основная часть наносов перемещается в придонном слое, предложено вместо средней скорости U использовать сдвиговую скорость u_* . Развитие этого подхода для расчета транспорта наносов при наличии волнения было выполнено в [72] (метод Байларда). В работах Ван Рийна [67, 58] на основании анализа данных измерений при наличии донных форм показано, что придонная сдвиговая скорость относительно частиц u'_* , а не сдвиговая скорость u_* , играет доминирующую роль в транспорте наносов. Приведена формула для расчета u'_* . В работе [73] проведено различие между влиянием сопротивления формы и трением относительно частиц. Авторы показали, что интенсивность турбулентности, обуславливающей поддержку частиц во взвешенном состоянии, пропорциональна общему сдвиговому напряжению на границе τ_0 , в котором обычно доминирующую роль играет сопротивление формы. Они также отметили, что сопротивление формы не играет важной роли непосредственно в транспортировании наносов, которая определяется трением относительно частиц. В работе [71], учитывая особенности эффектов сопротивления формы и сопротивления трения относительно частиц, уточнена модель Бегнольда путем представления доступной энергии потока в виде $E = \tau_0 u'_*$ и предложена новая формула для расчета транспорта наносов.

Обзор ранних формул для расчета транспорта наносов можно найти в работе [68]. Сравнительный анализ ряда общеупотребительных “практических формул”, предназначенных для расчетов транспорта наносов под действием течений и волн, проведен в [59, 66, 69]. Показано, что в случае плоского дна эти модели дают приемлемые результаты: при наличии больших волн и сильных течений расхождение по величине было не более, чем в 10-30 раз. Наименьшее согласование результатов наблюдалось при наличии донных форм, вариации результатов были в диапазоне от 50 до 200. Интересно отметить, что в [69] сделан вывод о том, что в морфодинамических моделях прибрежной зоны, где существенную роль играет волновой пе-

ренос наносов, расчет по формулам модели ван Рийна дает неприемлемые результаты, поскольку они учитывают только перенос наносов течениями. В то же время, в [66] утверждается, что как раз расчеты по этой модели приводят к реальным результатам в широком диапазоне параметров зыби и штормовых условий. Заметное расхождение в результатах при расчете транспортной скорости в потоках и особенно при наличии волн только подчеркивает трудности применения расчетных формул для определения транспорта наносов, особенно в условиях нестационарности, и важности дальнейшего совершенствования.

3. ЛОКАЛЬНЫЙ РАЗМЫВ ДНА

Одной из важных проблем гидромеханики речных систем является построение адекватных моделей и расчетных схем для определения параметров размыва дна рек и каналов, в частности, в окрестности гидротехнических сооружений. Важность решения этой проблемы обуславливается необходимостью иметь прогнозные данные о величине размыва в разных условиях течения, которые могут быть использованы для оценки устойчивости сооружений, для разработки технических решений по уменьшению размыва, для расчетов новых типов сооружений. Особое внимание уделяется условиям, когда имеют место пиковые режимы течения в период наводнений, при которых наблюдается максимальный размыв дна.

Размыв дна подразделяют на три вида: общий размыв дна; размыв, обусловленный сужением канала, и локальный размыв. Общий размыв связан с изменениями уровня донной поверхности в реках и каналах, вызванными изменениями режима течения. Размыв, связанный с сужением канала из-за естественных изменений русла или техногенной деятельности, обусловлен уменьшением площади поперечного сечения потока и увеличением скорости, что приводит к интенсификации размыва дна. Локализованный размыв происходит в непосредственной окрестности гидротехнических сооружений (свай мостов, боковых устоев).

Основной характерной чертой течения вблизи опоры является наличие крупномасштабных вихревых структур, которые развиваются при ее обтекании потоком жидкости. Воздействие этих вихревых структур на эродирующий материал дна – основной механизм локального размыва [74]. Вихревые структуры двух основных типов могут формироваться при обтекании цилиндрических опор: подковообразные вихри, формирующие-

еся перед опорой, и вертикальные вихри, обусловленные отрывом потока от образующей цилиндра (следные вихри).

Подковообразные вихри возникают в течениях, в которых пограничный слой, развивающийся на обтекаемой поверхности, встречается с препятствием, расположенным на этой же поверхности. Такие течения наблюдаются при обтекании технических конструкций потоком жидкости или газа (обтекание крыла самолета в области соединения с фюзеляжем, рубки подводной лодки, теплообменника электронных устройств и др.). При обтекании препятствия в виде цилиндра на его поверхности возникает точка торможения, в которой скорость потока равна нулю, а значит давление максимально. Это приводит к тому, что пограничный слой, развивающийся на пластине в условиях обратного градиента давления, на некотором расстоянии от препятствия претерпевает трехмерный отрыв. Оторвавшийся пограничный слой сворачивается ниже линии отрыва, формируя при этом вихрь, который охватывает обтекаемую конструкцию и принимает вид подковы – подковообразный вихрь. Завихренность в этом вихре имеет тот же знак, что и в основном пограничном слое. Вблизи образующих опоры также формируется система вихрей с вертикальной осью (следные вихри), возникновение которых связано с отрывом потока, обтекающего цилиндрическую конструкцию. При малых числах Рейнольдса эти вихри устойчивы и формируют стоячую систему вихрей вниз по потоку [74]. Для больших значений числа Рейнольдса эта система становится неустойчивой, следные вихри могут срываться сначала с одной стороны опоры, затем с другой. Интенсивность этих вихрей определяется формой препятствия и скоростью потока. Для хорошо обтекаемого тела интенсивность этих вихрей мала.

Экспериментальные исследования характеристик подковообразных вихревых систем, образующихся при обтекании цилиндрической опоры круглого поперечного сечения, проведены в работах [75–77, 78, 82]. Результаты численного моделирования приведены в [78, 80, 81]. Обзоры результатов численного моделирования и экспериментальных исследований представлены в [74, 79]. Было установлено, что формируется система подковообразных вихрей вокруг цилиндра, параметры которой определяются числом Рейнольдса $Re = UD/\nu$, (здесь D – диаметр опоры), отношением толщины вытеснения к диаметру δ^*/D и формой опоры. Сначала при достаточно малых числах Рейнольдса ($Re \approx 500$) перед опорой образуется один вихрь. По мере роста числа Рейнольдса картина течений

сильно усложняется. Первичный вихрь переносится вниз по потоку ближе к опоре, в это же время линия отрыва смещается вверх по потоку и ниже ее по потоку формируется новый (вторичный) вихрь с тем же направлением вращения. Между ними возникает промежуточный вихрь противоположного вращения. При дальнейшем возрастании числа Рейнольдса формируется новая пара вихрей. В зависимости от числа Рейнольдса могут реализоваться три режима движения вихревой системы: установившийся, осциллирующий и иррегулярный. Установившаяся вихревая структура наблюдалась при $Re < 2600$ (три установившихся основных вихря). При $2500 < Re < 3500$ вихревая система осциллирует, при этом вихревые линии могут перезамыкаться и сворачиваться и вихри объединяться. При $3500 < Re < 6000$ подковообразная вихревая система расщепляется и сбрасывается вниз по потоку. При $Re > 13000$ режим становится турбулентным.

Осцилляционный режим поведения вихревой подковообразной системы является довольно сложным. При росте числа Рейнольдса установившаяся вихревая система начинает осциллировать перемежаемым и случайным образом на двух частотах. По мере дальнейшего роста числа Рейнольдса осцилляции становятся иррегулярными и подковообразные вихри – турбулентными. Важно отметить, что причиной возникающих осцилляций служит собственное поведение системы взаимодействующих вихрей, а не срыв вихрей в следе опоры и они (осцилляции) не вызваны внешними возмущениями в потоке. Частота осцилляций определяется величинами числа Рейнольдса и отношением δ^*/D .

Большинство практических течений с точкой торможения происходит при турбулентном режиме, для которого также наблюдается трехмерный отрыв. Оценки среднего размера вихревой системы показывают, что он составляет $0.2D$ при $Re > 10000$, циркуляция приблизительно равна $\Gamma/\pi UD \approx 0.1$. При изучении течения вокруг хорошо обтекаемого тела было найдено, что функция плотности вероятности распределения скорости носит бимодальный характер. Это приводит к тому, что течение в отрывной зоне аperiодическим образом переключается от одной моды к другой, что обуславливает высокий уровень флуктуаций давления. Величины порождения турбулентности и турбулентных напряжений в этой зоне значительно превышают аналогичные величины в пограничном слое вне зоны. Более того, выражения, описывающие порождение турбулентности нормальными рейнольдсовыми напряже-

ниями, здесь так же важны, как и обычное сдвиговое порождение. Проведенная визуализация течений с помощью водородных пузырьков позволила объяснить в некоторой степени бимодальное поведение скорости. Главным параметром, ответственным за такое поведение, является форма препятствия, которая определяет градиент давления перед препятствием и скорость растяжения подковообразного вихря вокруг препятствия. В то время, как ближайший к препятствию подковообразный вихрь растягивается потоком, (при этом уменьшается его площадь поперечного сечения), вторичный вихрь формируется ниже линии отрыва и его интенсивность растет со временем. Затем более “молодой” или ряд “молодых” вихрей объединяются с более старым вихрем, который в свою очередь перемещается вдоль опоры вниз, а затем вверх по течению, и формируют высокоинтенсивный вихрь, состоящий из ряда объединившихся вихрей, вблизи препятствия. Течение затем становится неустойчивым и в дальнейшем вся эта система сносится потоком, а со временем перед препятствием формируется новый первичный вихрь и процесс повторяется. Этот процесс носит аперидический характер и имеет оттенок хаотического поведения системы.

Особенно важным с точки зрения влияния на размыв дна является анализ распределений давления и сдвигового напряжения в окрестности опоры. В упомянутых выше работах показано, что при умеренных числах Рейнольдса распределение давления имеет четко выраженный минимум, положение которого хорошо коррелирует с положением подковообразного вихря. Распределение сдвигового напряжения имеет минимум в точке расположения вихря, причем его величина может быть в 4 раза больше, чем в пограничном слое. Это свидетельствует о сильном влиянии, которое оказывает подковообразная вихревая система на донную поверхность, а значит и на поведение наносов. Как образно отмечено в [74], каждый концентрированный вихрь со своим центром низкого давления действует как “вакуумный очиститель”. Действительно, интенсивный размыв дна вблизи опор связан именно с воздействием вихревых систем на наносы. В настоящее время к этому вопросу усилился интерес в связи с установкой на шельфовой зоне ряда стран систем ветровых генераторов электроэнергии, и вопрос об устойчивости опор стал особенно актуален.

Как отмечается в упомянутых выше работах, при обтекании круглого цилиндра интенсивность формирующейся системы подковообразных вихрей (в практических приложениях часто систему

вихрей классифицируют как один вихрь) вначале мала и ее влияние на размыв является слабым. По мере формирования воронки размыва вихри опускаются в нее и их интенсивность резко возрастает. Подробное описание процесса размыва грунта вблизи цилиндрической опоры системами подковообразных вихрей и следных вихрей дано в [98]. В зависимости от способности потока транспортировать наносы различают размыв в свободном от наносов потоке и размыв в потоке с непрерывным движением наносов [84]. Практический интерес к изучению процесса локального размыва стимулировал проведение большого количества исследований с целью изучения особенностей процесса размыва и получения расчетных зависимостей. Детальный анализ исследований структуры течения при обтекании опор, сопоставление результатов наиболее важных работ по данной теме представлены в [74, 84, 86]. Сравнительный анализ семи наиболее часто используемых зависимостей, описывающих параметры размыва, приведен в [85]. Автор сравнил зависимости, используя большое количество данных, и сделал вывод о том, что несмотря на большое количество расчетных формул требуется проведение дополнительных исследований процесса размыва, особенно для случаев, когда скорость близка к критической и для широких опор в условиях мелкой воды. Ряд экспериментальных работ посвящен изучению отдельных аспектов проблемы. Так, в работе [87] рассмотрен вопрос о влиянии ширины препятствия на локальный размыв. Эффект поворота протяженной опоры на размыв изучен в [88]. Размыв грунта следными вихрями рассмотрен в [89]. Исследованиям развития размыва во времени посвящены работы [91 – 92]. Детальные измерения поля скорости, турбулентных параметров и характеристик турбулентного пограничного слоя перед опорой приведены в [97]. Структура течения внутри воронки размыва детально изучена в работе [93]. Имеется также ряд работ, в которых проведено численное моделирование процесса формирования воронки размыва [78, 94 – 96].

В Институте гидромеханики проводились исследования формирования подковообразных вихрей перед опорой квадратного поперечного сечения и их влияния на процессы размыва [101]. На дне канала под опорой устанавливалась вставка, покрытая слаборазмываемым составом. Как и следовало ожидать, перед опорой возникала система интенсивных подковообразных вихрей, что обусловлено плохобтекаемой формой опоры. Размыв покрытия служил своеобразным индикатором зон с повышенными значениями сдвигового напряже-

ния. Визуализация течения путем подкрашивания потока показала, что размываемые зоны соответствуют положению системы подковообразных вихрей. На рис. 1 представлена последовательная серия фотографий дна в окрестности опоры для числа Рейнольдса, равного 13500, построенного по поперечному размеру опоры. Видно, что картина размываемого слоя носит сложный характер. Приведенные фотографии весьма похожи на подобные, полученные с помощью метода водородных пазарьков в [98]. Сложность картины связана с квазипериодическим характером движения вихрей, о чем писалось и ранее. Указанная нестационарность проявляется в распределении сдвигового напряжения на дне, а значит в изменении толщины покрытия, что и зафиксировано на фотографиях. Следует отметить, что несмотря на указанную нестационарность поведения системы подковообразных вихрей, четко видны зоны наибольшего размыва, что свидетельствует об определенной квазипериодичности возникновения вихрей.

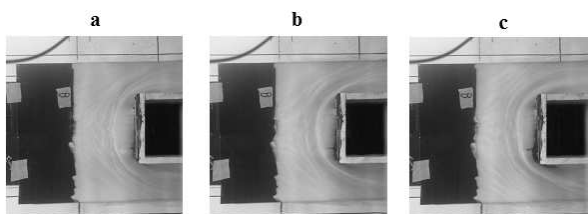


Рис. 1. Картина размыва дна вблизи прямоугольной призмы

Другой тип мостовой опоры, изучавшийся в Институте гидромеханики, представлял собой трубчатый трехрядный ростверк. В этом случае подковообразные вихри не охватывают всю опору, а концентрируются у передних опор. Интенсивность таких вихрей зависит от размеров опор и она существенно меньше, чем в случае установки опоры большего размера, т.е. и размыв у системы опор меньше. Отмечается нестационарное поведение системы вихрей. Небольшой размыв также наблюдался у опор, расположенных в конце ростверка (вниз по потоку). Были также проведены экспериментальные исследования взаимного влияния опор двух мостов, стоящих друг за другом. Опоры моста, расположенного выше по течению, представляли собой отдельно стоящие опоры, в то время как ниже по течению располагался вышеупомянутый трехрядный ростверк. Были установлены [83] особенности взаимного влияния

опор друг на друга, что проявилось в первую очередь в изменении параметров воронок размыва около опор мостов. Отметим только один результат измерений частоты колебаний скорости. В случае трубчатого ростверка, стоящего ниже по течению моста с обычными опорами, частота увеличивается приблизительно на 50% по сравнению со случаем, когда этот мост с обычными опорами отсутствует. Это связано с тем, что имеет место влияние вихрей, срывающихся с опор, стоящих выше по течению. Это соответствующим образом проявляется в формировании воронки размыва.

В работах, посвященных проблеме размыва дна вблизи опор, приводятся численные или экспериментальные данные о распределении скоростей в окрестности опоры. В большинстве работ внимание уделено получению зависимостей для оценки равновесной глубины размыва и выяснению ее связи с полем течения, параметрами наносов, геометрии потока. Однако полученные экспериментальным путем зависимости не всегда дают корректные оценки для натуральных условий. Это можно наблюдать и для лабораторных масштабов, если немного изменить условия, при которых зависимости были установлены. Аналитические формулы могут быть получены на основе упрощающих предположений, поэтому они не могут полностью описать изучаемое явление. Применение численного моделирования, как и при расчете транспорта наносов в каналах, также не свободно от использования эмпирических и полуэмпирических формул, описывающих взаимодействие с размываемым дном, по сути граничных условий. Однако при изучении размыва дна около опор возникают дополнительные трудности, связанные с необходимостью учета взаимодействия сложных вихревых систем. При расчетах критических сдвиговых напряжений обычно используется диаграмма Шильдса, модернизированная на случай наклонного дна, но влияние нестационарного и неоднородного поля давления на скорость трогания наносов остается без внимания. Более того, при изучении крупных наносов необходимо учитывать эффект проницаемости дна и распределения пористого давления на поведение наносов. Этим вопросам пока уделялось недостаточно внимания.

Наконец, следует упомянуть еще об одной проблеме — разработке способов уменьшения размываемости дна вблизи опор. Работы, посвященные этому вопросу, можно разделить на два класса: работы, направленные на усиление защищенности грунта, и работы, в которых предлагаются методы для управления структурой потока с целью уменьшить интенсивность вихревых си-

стем. Основные способы описаны в [74, 84]. К ним относятся:

- модификация носовой части опор для придания им более обтекаемой формы. Однако это сопряжено со значительным усложнением конструкции опор;

- использование кессоного фундамента, размеры которого заметно превышают размеры опор [102]. Уменьшения размыва можно также достигнуть установкой жестких концевых шайб около опоры (collar) [см. 98 – 100, 105]. Реализация указанных предложений связана с существенным подорожанием конструкции опоры.

- дополнительные конструкции, размещаемые перед опорами. Основная цель применения таких конструкций – разрушение структуры падающего потока жидкости и ослабление генерации вихрей перед опорой [103, 106]. Близкая к этому предложению идея связана с установкой такой дополнительной конструкции, чтобы опора оказалась в зоне “ветровой” тени. Недостаток таких конструкций заключается в том, что они предназначены для заданного направления потока. В случае изменения направления их влияние может привести к обратным эффектам. Для реализации этого способа требуется проведение исследований для каждой конкретной конструкции.

- каменная наброска. Как показывает опыт, применение данного предложения является наиболее эффективным путем уменьшения размыва [104, 105, 107]. Здесь, однако, возникают вопросы о выборе материала, установки эффективного обратного фильтра.

Обзор методов управления структурой потока вблизи обтекаемых тел приведен в [108]. Особенно важно управление структурой потока в случае плохообтекаемых опор, например, квадратного сечения. В работе [109] предлагается для этого устанавливать на передней грани призмы две симметричные пластины. Анализ показал, что при определенных параметрах пластин около тела формируются устойчивые циркуляционные зоны, уменьшается генерация завихренности. Другими словами, при установке указанных пластин процесс формирования придонных вихрей, геометрия и параметры области размыва дна изменяются. На рис. 2 представлены последовательная серия фотографий дна в окрестности опоры квадратного поперечного сечения с укрепленными на передней части симметрично расположенными пластинами.

Число Рейнольдса в этих экспериментах составляло 7800, ширина пластин – 30% от размера основания, расстояние между пластинами – 46% от размера основания. Видна сложная структура

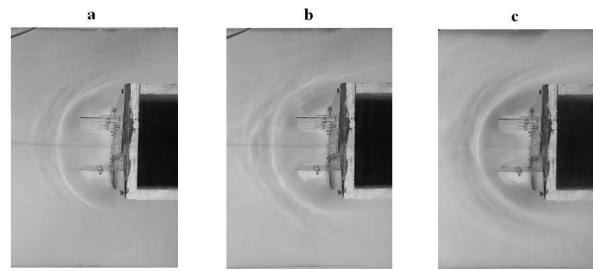


Рис. 2. Картина размыва дна при наличии управляющих пластин

системы подковообразных вихрей. Главное отличие от представленных выше фотографий заключается в том, что вся система подковообразных вихрей смещается вверх по потоку, тем самым уменьшается размыв вблизи опоры. Следует, однако, отметить, что в данном случае увеличивается размыв во внешних угловых зонах между опорой и пластинами, но в этих местах формируются вихри с вертикальной осью, интенсивность которых в придонной зоне невелика. Для уменьшения размыва в этих угловых областях можно использовать другие методы защиты, например, каменную наброску. Поскольку не существует универсальных методов уменьшения размыва, использование комбинированных методов защиты опор от размыва, по-видимому, является более эффективным. В частности, подобный подход применен в [105], где используются одновременно каменная наброска и горизонтальная шайба (collar).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Транспорт наносов в речных системах и морфологические процессы относятся к одним из наиболее сложных и к недостаточно глубоко изученным явлениям в природе. Учитывая большое влияние этих явлений на нашу жизнь, в настоящее время изучению процессов, происходящих в речных системах, уделяется все большее внимание, поскольку заметно возросло антропогенное воздействие на окружающую среду. В данной статье рассмотрены только отдельные аспекты данной проблемы. Но уже на основе анализа рассмотрения отдельных задач видно, что одна из главных проблем, стоящих перед исследователями – существенное улучшение понимания указанных явлений, построение на этой основе адекватных моделей, прогнозных оценок состояния речных систем, разработка технических предложений, способ-

ствующих улучшению работы гидротехнических сооружений. Прогресс в этом направлении может быть достигнут только при использовании различных методов исследования. Речь идет о лабораторных исследованиях, проводимые в контролируемых условиях, натурных измерениях, теоретическом анализе, численном моделировании. Недостатки, присущие каждому методу, нивелируются при комплексном подходе, а преимущества – несомненны.

Все практические модели, позволяющие рассчитать характеристики течения в реках, транспорт наносов или размыв около препятствий, основаны на ряде упрощающих предположений и на результатах обработки экспериментальной информации, т. е. носят эмпирический или полуэмпирический характер. Это же относится и к существующим численным моделям, основанным на уравнениях Сен-Венана или Навье-Стокса. Важной особенностью, присущей этим уравнениям, является отсутствие точных граничных условий на дне и берегах. Это приводит к необходимости использования эмпирических зависимостей для параметризации трения. Учет проницаемости дна в данной ситуации усложняет рассмотрение течения. Трудности существенно возрастают при исследованиях течений жидкости над деформируемым дном, когда за счет размыва и транспорта наносов меняется его форма и условия течения в пристеночной области. При рассмотрении транспорта наносов или размыва вблизи препятствий степень эмпиризма в этих моделях существенно возрастает. Сложные вопросы возникают и в неравновесных моделях транспорта наносов, связанные с определением длины адаптации L , характеризующего расстояние, на котором частицы, попадающие в неравновесных условиях, успевают приспособиться к ним, т.е. перейти к равновесным условиям. К сожалению, тонкие механизмы поведения частиц наносов и влияние разных параметров на размыв не полностью поняты и в недостаточной степени исследованы. Важным является также интенсификация лабораторных экспериментов, причем их выполнение нужно проводить совместно с численным моделированием, чтобы большое количество опытных данных было использовано для верификации численных моделей. Результаты таких совместных работ приведут несомненно к улучшению практических и численных моделей. При изучении размыва дна около опор возникают дополнительные трудности, связанные с необходимостью учета взаимодействия сложных вихревых систем. При расчетах критических сдвиговых напряжений обычно используется диаграмма Шильдса,

модернизированная на случай наклонного дна, но влияние нестационарного и неоднородного поля давления на скорость трогания наносов остается без должного внимания. Более того, при изучении крупных наносов необходимо учитывать эффект проницаемости дна и распределения пористого давления на поведение наносов. Этим вопросам пока уделялось недостаточно внимания.

Следует несколько слов сказать и о такой важной задаче, как влияние турбулентности на поведение наносов. Речь идет о роли “вспышечных” явлений на вовлечение наносов в движение. Это относится как к донным наносам, которые под действием “вспышки” турбулентности начинают катиться, скользить по дну или принимать “скачущую” форму движения, так и к взвешенным наносам, которые вовлекаются жидкостью и переносятся ею во взвешенном состоянии. Это явление недостаточно хорошо изучено и, несмотря на возрастающее внимание к его изучению и уже полученные интересные результаты, например [110, 111], требуется проведение теоретических и экспериментальных работ для достижения приемлемого понимания процесса и проведения надлежащей параметризации явления. Ситуация существенно усложняется при рассмотрении размыва грунта вблизи препятствий. Бимодальное и хаотическое поведение крупномасштабных подковообразных вихрей сопровождается обтеканием тел при наличии точки торможения. Такое поведение обуславливает высокую степень интенсивности турбулентности, флуктуаций давления на поверхностях, размыв грунта. Современные турбулентные модели показывают неплохое соответствие с экспериментальными данными в областях, расположенных вдали от бимодальных зон. Требуется дальнейшее улучшение моделей для описания поведения наносов в областях с высоким уровнем турбулентности, которые учитывают нестационарный характер течений. Использование таких моделей вместе с результатами экспериментальных исследований может дать основу для разработки новых пассивных и активных методов управления потоками в окрестности гидротехнических сооружений с целью уменьшения размыва дна.

Как уже отмечалось выше, в работе затронуты только некоторые проблемы, связанные с течением воды в реках и каналах, которые исследуются в Институте гидромеханики НАН Украины. Рассмотрение было ограничено случаем несвязанных грунтов. Однако, ряд вопросов, которые интенсивно изучаются в институте, остался не затронутым. Речь идет о применении геотекстильного материала в работах по укреплению берегов. Ряд разра-

боток уже внедрен в практику гидротехнического строительства. Важным вопросом является также изучение воздействия суден по рекам и каналам, которые используются как транспортные пути. В условиях мелкого и ограниченного фарватера суда могут создавать значительные возмущения в виде депрессий свободной поверхности, которые распространяются вместе с судном и могут простираться на значительные расстояния, разрушая при этом берега. Другим видом возмущений, генерируемых движущимся судном, являются поверхностные волны. При достаточно больших значениях чисел Фруда эти волны становятся нелинейными, а в условиях ограниченного фарватера может происходить “канализация” энергии волн и они трансформируются в солитоны, которые могут двигаться впереди судна. Обладающие большой энергией солитоны могут вызывать значительные нарушения береговой линии. Интенсивно ведутся работы по изучению устойчивости берегов морей и водохранилищ под воздействием волн и течений. Результаты этих исследований широко внедряются при проектировании и проведении гидротехнических работ.

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкостей и газов.– М.: Наука, 1973.– 848 с.
2. Богомолов А.И., Михайлов К.А. Гидравлика.– М.: Стройиздат, 1972.– 648 с.
3. Чугаев Р.Р. Гидравлика.– М.: Энергия, 1975.– 600 с.
4. Сухомел Г.И., Засс В.М., Янковский Л.И. Исследование движения судов по ограниченному фарватерам.– Киев: Изд. АН УССР, 1956.– 163 с.
5. Чоу В.Т. Гидравлика открытых каналов.– М.: Изд-во лит-ры по строительству, 1969.– 464 с.
6. Гришанин К.В. Динамика русловых потоков.– Л.: Гидрометеоздат, 1979.– 312 с.
7. Сухомел Г.И. Неравномерное движение жидкости в открытых руслах и гидротехнических сооружениях.– М.-Л.: Гос. энергетическое изд-во, 1940.– 144 с.
8. Сухомел Г.И. Исследования гидравлики открытых русел и сооружений.– К.: Наукова думка, 1965.– 112 с.
9. Розовский И.Л. Движение воды на повороте открытого русла.– К.: Изд-во АН УССР, 1957.– 188 с.
10. Розовский И.Л., Еременко Е.В., Базилевич В.А. Неустановившееся движение водного потока ниже гидроэлектростанций и его влияние на русло.– К.: Наукова думка, 1967.– 180 с.
11. Беляшевский Н.Н., Пивовар Н.Г., Калантыренко И.И. Расчеты нижнего бьефа за водозаборными сооружениями на нескальных основаниях.– К.: Наукова думка, 1973.– 292 с.
12. Беляшевский Н.Н. Гидравлический расчет русловых плотин, оборудованных крышевидными затворами.– К.: Наукова думка, 1977.– 84 с.
13. Никитин И.К. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области.– К.: Наукова думка, 1963.– 142 с.
14. Пышкин Б.А., Максимчук В.А., Цайтц Е.С. Исследование вдольберегового движения наносов на морях и водохранилищах.– К.: Наукова думка, 1967.– 142 с.
15. Пышкин Б.А. Динамика берегов водохранилищ.– К.: Наукова думка, 1973.– 412 с.
16. Павленко Г.Е. Сопротивление воды движению судов.– М.: Морской транспорт, 1956.– 508 с.
17. Павленко Г.Е. Плавание судов на ограниченном фарватере. Избранные труды, раздел 6.– К.: Наукова думка, 1978.– 496 с.
18. Пивовар Н.Г. Отдел гидродинамики гидротехнических сооружений // В кн.: Институт гидромеханики.– К.: Интерграфика.– 2002.– С. 125-143.
19. Bates H.D., Lane S.N., Ferguson R.I. Computational Fluid Dynamics modeling for environmental hydraulics // In Computational Fluid Dynamics: Applications in Environmental Hydraulics.– ed. Bates H.D., Lane S.N., Ferguson R.I. J.Wiley and Sons.– 2005.– P. 1-15.
20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика.– М.: Наука, 1988.– 736 с.
21. Wilcock P.R. Toward a practical method for estimating sediment-transport rates in gravel-bed rivers // Earth Surface Processes and Landforms.– 2001.– vol. 26.– P. 1395-1408.
22. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны.– М.: Мир, 1977.– 622 с.
23. Sanders B.F. High-resolution and non-oscillatory solution of the St.Venant equations in non-rectangular and non-prismatic channels // J. Hydraulic Res.– 2001.– vol. 39.– P. 321-330.
24. Lai C., Baltzer R.A., Schafranek R.W. Conservation-form equations of unsteady open-channel flow // J. Hydraulic Res.– 2001.– vol. 40.– P. 321-330.
25. Glaister P. Approximate Riemann Solutions of the Shallow Water Equations // J. Hydraulic Res.– 1988.– vol. 26.– P. 293-306.
26. Alcrudo F., Garcia-Navarro P. Flux-difference Splitting for 1D Open Channel Flow Equations // Int. J. for Numerical Methods in Fluids.– 1992.– vol. 14.– P. 1009-1018.
27. Агроскин Н.И., Дмитриев Г.Т., Пикалов Ф.И. Гидравлика.– М.-Л.: Госэнергоиздат, 1954.– 484 с.
28. Ingham D.B., Ma L. Fundamental equations for CFD in river flow simulations // In: Computational Fluid Dynamics: Applications in Environmental Hydraulics.– ed. Bates H.D., Lane S.N., Ferguson R.I. J.Wiley and Sons.– 2005.– P. 19-49.
29. Wang S.S.Y., Wu W. River sedimentation and morphology modeling - the state of the art and future development // Proceedings of the 9-th International Symposium on River Sedimentation, October 18-21.– 2004.– Yichang, China.– P. 71-94.
30. Wu W. Depth-average two-dimensional numerical modeling of unsteady flow and nonuniform sediment transport in open channels // J. Hydraulic Engineering.– 2004.– vol. 130.– P. 1013-1024.
31. Островерх Б.Н., Хомицкий В. // .-.-.- С. .
32. Peregrine D.H. Calculation of the development of an undular bore // J. Fluid Mech.– 1966.– vol. 25.– P. 312-330.

33. Treske A. Undular bores (Favre waves) in open channels - Experimental study // J. Hydraulic Res.– 1994.– vol. 32.– P. 355-370.
34. Frazao S.S. Undular bores and secondary waves - Experiment and hybrid finite-volume modeling // J. Hydraulic Res.– 2002.– vol. 31.– P. 33-43.
35. Peregrine D.Y. Long waves on a beach // J. Fluid Mech.– 1967.– vol. 27.– P. 815-827.
36. Nwogu O. Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation // J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.– 1993.– vol. 119.– P. 618-638.
37. Wei G., Kirby, J., Grilli S.T. and Subramanya, R. A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves // J. Fluid Mech.– 1995.– vol. 294.– P. 71-92.
38. P. A. Madsen and H. A. Schaffer Higher-order Boussinesq-type equations for surface gravity waves: derivation and analysis // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.– 1998.– vol. 356.– P. 3123-3184.
39. Chen Q., Kirby J.T., Dalrymple R.A., Kennedy A.B., Chawla A. Boussinesq modeling of wave transformation, breaking, and runup.II: 2D // Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering.– 2000.– vol. 126.– P. 48-56.
40. Chen Q., Kirby J.K., Dalrymple R.A., Shi F., Thornton E.B. Boussinesq modeling of longshore currents // J. Geophys. Res.– 2003.– vol. 108, No.C11.– P. 3362.
41. Shen C.Y. Constituent Boussinesq Equations for Waves and Currents // J. Phys. Oceanogr.– 2001.– vol. 31.– P. 850-859.
42. Bona J.L., W.G. Pritchard W.G., L.R. Scott L.R. An evaluation of a model equation for water waves // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.– 1981.– vol. 302.– P. 457-510.
43. Dalrymple, R.A., Kirby, R.T., Hwang, P.A. 'Wave diffraction due to area of energy dissipation' // J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering.– 1984.– vol. 110.– P. 67-79.
44. Kennedy, A.B., Chen, Q., Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. 2000. 'Boussinesq modeling of wave transformation, breaking and runup, I: 1D.' // J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering.– 2000.– vol. 126.– P. 39-48.
45. Karambas T.V. 1996 Nonlinear wave energy modeling in the surf zone // Nonlinear Processes in Geophysics.– 1996.– vol. 3.– P. 127-134.
46. Liu, P. L.-F., Lin, P., Chang, K.-A., Sakakiyama, T. Numerical modeling of wave interaction with porous structures // J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering.– 1999.– vol. 125.– P. 322-330.
47. Hsiao S.-C., Liu P.L.-F., Chen Y. 2002 Nonlinear water waves propagating over a permeable bed // Proc. R. Soc. Lond. A.– 2002.– vol. 458.– P. 1291-1322.
48. Phillips B.C., Sutherland A.J. Spatial lag effects in bed load sediment transport // J. Hydraulic Res.– 1989.– vol. 27.– P. 115-133.
49. Phillips B.C., Sutherland A.J. Temporal lag effects in bed load sediment transport // J. Hydraulic Res.– 1990.– vol. 28.– P. 5-23.
50. Mosselman E. Basic equations for sediment transport in CFD for fluvial morphodynamics // In: Computational Fluid Dynamics: Applications in Environmental Hydraulics.– ed. Bates H.D., Lane S.N., Ferguson R.I.J. Wiley and Sons.– 2005.– P. 71-89.
51. Einstein H.A. Deposition of suspended particles in a gravel bed // J. Hydraulic Div.– 1968.– vol. 94.– P. 1197-1205.
52. Van Rijn L.C. Sediment transport, part III: Bed forms and alluvial roughness // J. Hydraulic Eng.– 1984.– vol. 110.– P. 1733-1754.
53. Wu W., Wang S.S.Y. Movable roughness in alluvial rivers // J. Hydraulic Eng.– 1999.– vol. 125.– P. 1309-1312.
54. Ding Y., Jia Y., Wang S.S.Y. Identification of Manning's roughness coefficients in shallow water flows // J. Hydraulic Eng.– 2004.– vol. 6.– P. 501-510.
55. Armanini A., di Silvio G. A one-dimensional model for the transport of a sediment mixture in non-equilibrium conditions // J. Hydraulic Res.– 1988.– vol. 26.– P. 275-292.
56. Guo Q.-C., Jin Y.-C. Modeling nonuniform suspended sediment transport in alluvial rivers // J. Hydraulic Eng.– 2002.– vol. 128.– P. 839-847.
57. Duc B.M., Wenka T., Rodi W. Numerical modeling of bed deformation in laboratory channels // J. Hydraulic Eng.– 2004.– vol. 130.– P. 894-904.
58. Van Rijn L.C. Sediment transport, Part 1: bed load transport // J. Hydraulic Eng.– 1984.– vol. 110.– P. 1431-1456.
59. Davies A.G., van Rijn L.C., Damgaard J.S., van de Graaf J., Ribberink J.S. Intercomparison of research and practical sand transport models // Coastal Eng.– 2002.– vol. 46.– P. 1-23.
60. Buffington J., Montgomery D. A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers // Water Resour. Res.– 1997.– vol. 33.– P. 1993-2029.
61. Hager W. H., and Del Giudice, G. Discussion to movable bed roughness in alluvial channels // J. Hydraul. Eng.– 2000.– vol. 127.– P. 627-628.
62. Hager W. H., Oliveto G. Shields' Entrainment Criterion in Bridge Hydraulics // Journal of Hydraulic Engineering.– 2002.– vol. 128.– P. 538-542.
63. Wallbridge S., Voulgaris G., Tomlinson B.N. Collins V.B. Initial motion and pivoting characteristics of sand particles in uniform and heterogeneous beds: experiments and modeling // Sedimentology.– 1999.– vol. 46.– P. 17-32.
64. Dancey C.L., Diplas P., Papanicolaou A., Dala M. Probability of individual grain movement and threshold condition // J. Hydraulic Eng.– 2002.– vol. 128.– P. 1069-1075.
65. Papanicolaou A.N., Diplas P., Evangelopoulos N., Fotopoulos S. Stochastic incipient motion criterion for spheres under various bed packing conditions // J. Hydraulic Eng.– 2002.– vol. 128.– P. 369-380.
66. Bayram A., Larson M., Miller H.C., Kraus N.C. Cross-shore distribution of longshore sediment transport: comparison between predictive formulas and field measurements // Coastal Eng.– 2001.– vol. 44.– P. 79-99.
67. Van Rijn L.C. Sediment transport, Part II: suspended load transport // J. Hydraulic Eng.– 1984.– vol. 110.– P. 1613-1641.
68. Shen H.W. Wash load and bed load // River mechanics.– 1971.– 1, ch.11.– P. 1-30. H.W. Shen, P.O., Box 606, Fort Collins, Colorado, USA, 80521.
69. Camenen B., Larroude P. Comparison of sediment transport formulae for the coastal environment // Coastal Eng.– 2003.– vol. 48.– P. 11-132.

70. Yalin M.S. Mechanics of sediment transport.– Pergamon, Oxford: U.K., 298.– p.
71. Yang S.-Q. Formula for sediment transport in rivers, estuaries, and coastal waters // J. Hydraulic Eng.– 2005.– vol. 131.– P. 968-979.
72. Bailard J.A. An analytic total load sediment transport model for plane sloping beach // J. Geophys. Res.– 1981.– vol. 86 C.– P. 10938-10954.
73. Mc Lean S.R., Wolfe S.R., Nelson J.M. Predicting boundary shear stress and sediment transport over bed forms // J. Hydraulic Eng.– 1999.– vol. 125.– P. 725-736.
74. Breusers H.N.C., Nicollet G., Shen H.W. Local scour around cylindrical piers // J. Hydraulic Res.– 1977.– vol. 15.– P. 211-252.
75. Baker C.J. The laminar horseshoe vortex // J. Fluid Mech.– 1979.– vol. 95.– P. 347-367.
76. Khan M.J., Ahmed A. Topological model of flow regimes in the plane of symmetry of a surface-mounted obstacle // Ph. Fluids.– 2005.– vol. 17, 045101.– P. 1-8.
77. Thomas A.S.W. The unsteady characteristics of laminar juncture flow // Ph. Fluids.– 1987.– vol. 30.– P. 283-285.
78. Roulund A., Sumer B.M., Fredsoe J., Michelsen J. Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pier // J. Fluid Mech.– 2005.– vol. 534.– P. 351-401.
79. Simpson R.J. Junction flows // Ann. Rev. Fluid Mech.– 2001.– vol. 33.– P. 415-443.
80. Deng G.B., Piquet J. Navier-Stokes computations of horseshoe vortex flow. // Int. J. Numer. Meth. Fluids.– 1992.– vol.15.– P. 99-124.
81. Chen C.H., Hung C.M. Numerical study of juncture flows // AIAA J.– 1992.– vol. 30.– P. 1800-1807.
82. Muzzammil M., Gangadharan T. The mean characteristics of horseshoe vortex at a cylindrical pier // J. Hydraulic Res.– 2003.– vol. 41.– P. 285-297.
83. Воскобойник А.А., Воскобойник А.В., Воскобойник В.А., Марченко А.Г., Никишов В.И. Локальный размыв грунта при взаимодействии мостовых опор, находящихся в следе друг за другом // Прикладная гидромеханика.– 2006.– т. 8(80).– С. 16-26.
84. Shen H.W. Scour near piers // River mechanics.– 1971.– vol. II, ch. 23.– P. 1 - 25 H.W. Shen, P.O., Box 606, Fort Collins, Colorado, USA, 80521.
85. Johnson P.A. Comparison of pier-scour equations using field data // J. Hydraulic Eng.– 1995.– vol. 121.– P. 626-629.
86. Melville B.W. Pier and abutment scour: Integrated approach // J. Hydraulic Eng.– 1997.– vol. 123.– P. 125-136.
87. Ettema R., Melville B.W., Barkdoll B. Scale effect in pier-scour experiments // J. Hydraulic Eng.– 1998.– vol. 124.– P. 639-642.
88. Ettema R., Mostafa E.A., Melville B.W., Yassin A.A. Local scour at skewed // J. Hydraulic Eng.– 1998.– vol. 124.– P. 756-759.
89. Stevens M.A., Gasser M.M., Saad M.B.A.M. Wake vortex scour at bridge piers // J. Hydraulic Eng.– 1991.– vol. 117.– P. 891-904.
90. Ma F., Nago H. Design method of time-dependent local scour at circular bridge pier // J. Hydraulic Eng.– 2003.– vol. 129.– P. 420-427.
91. Olivetto G., Hager W.H.H. Temporal evolution of clear-water pier and abutment scour // J. Hydraulic Eng.– 2002.– vol. 128.– P. 811-820.
92. Melville B.W., Chiew Y.-M. Time scale for local scour at bridge piers // J. Hydraulic Eng.– 1999.– vol. 125.– P. 59-65.
93. Unger J., Hager W.H. Down-flow and horseshoe vortex characteristics of sediment embedded bridge piers // Exp. Fluids.– 2007.– vol. 42.– P. 1-19.
94. Olsen N.R.B., Melaaen M.C. Three-dimensional calculation of scour around cylinders // J. Hydraulic Eng.– 1993.– vol. 110.– P. 1048-1054.
95. Richardson J.E., Panchang V.G. Three-dimensional simulation of scour-inducing flow at bridge piers // J. Hydraulic Eng.– 1998.– vol. 124.– P. 530-540.
96. Salaheldin T.M., Imran J., Chaudhry M.H. Numerical modeling of three-dimensional flow field around circular piers // J. Hydraulic Eng.– 2004.– vol. 130.– P. 91-100.
97. Ahmed F., Rajaratnam N. Flow around bridge piers // J. Hydraulic Eng.– 1998.– vol. 124.– P. 288-300.
98. Dargahi B. Controlling mechanism of local scouring // J. Hydraulic Eng.– 1990.– vol. 116.– P. 1197-1215.
99. Журавлев М. М. Местный размыв у опор мостов.– М.: Транспорт, 1984.– 116 с.
100. Zarrati A.R., Gholami H., Mashahir M.B. 2004 Application of collar to control scouring around rectangular bridge piers // Journal of Hydraulic Research.– 2004.– vol. 42.– P. 97-.
101. Нікішов В.І., Горбань В.О., Олексюк В.В., Воскобойник О.А., Соколовський Г.П., Піхур С.В. Експериментальні дослідження структури потоку при обтіканні мостових опор // Річний звіт Інституту гідромеханіки.– 2005.– Київ.– С. 82-83.
102. Parola A.C., Mahavadi S.K., Brown B.M., Khoury A.E. Effects of rectangular foundation geometry on local pier scour // J. Hydraulic Eng.– 1996.– vol. 122.– P. 35-40.
103. Melville B.W., Hadfield A.C. Use of sacrificial piles as pier scour countermeasures // J. Hydraulic Eng.– 1999.– vol. 125.– P. 1211-1224.
104. Lim F.-H., Chiew Y.-M. Parametric study of riprap failure around bridge piers // J. Hydraulic Res.– 2001.– vol. 39.– P. 61-72.
105. Zarrati A.R., M.Nazariha M., M.B.Mashahir M.B. Reduction of Local Scour in the Vicinity of Bridge Pier Groups Using Collars and Riprap // J. Hydraulic Eng.– 2006.– vol. 132.– P. 154-162.
106. Dey S., Sumer B.M., Fredsoe J. Control of Scour at Vertical Circular Piles under Waves and Current // J. Hydraulic Eng.– 2006.– vol. 132.– P. 270-279.
107. Unger J., Hager W.H. Riprap Failure at Circular Bridge Piers // J. Hydraulic Eng.– 2006.– vol. 132.– P. 354-362.
108. Гад-эль-хак, Бушнел Управление отрывом пограничного слоя. Обзор // Современное машиностроение.– 1991.– т. 7.– С. 2-35.
109. Горбань В.О., Горбань І. М. Вихрова структура потоку при обтіканні квадратної призми: числова модель // Прикладна гідромеханіка.– 2005.– т. 7.– С. 8-26.
110. Mao Y. The effect of turbulent bursting on the sediment movement in suspension // Int. J. of Sediment Res.– 2003.– vol. 18.– P. 148-157.
111. Cheng N.-S. Influence of shear stress fluctuation on bed particle mobility // Ph. Fluids.– 2006.– vol. 18.– P. 096602.1-7