

УДК 621.311.001.57

О.М. ЧЕРЕДНІКОВ, І.О. ЧЕРЕДНІКОВ, О.О. БОРИСОВ

МОДЕЛЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ БАЗУВАННЯ ПРИ ВИМІРЮВАННІ ВІДХИЛЕНЬ ВІД КРУГЛОСТІ КРУТИЛЬНИХ КІЛЕЦЬ

Abstract: Research of influence of chart of basing on the errors of measuring of parameters of geometrical exactness of turning rings is carried out the computer-aided engineering with the use of theory of the mathematical planning of experiments of the second order after the matrix of central rotatable of composition plan. The design of three-point chart of measuring of roundness of internal surface is conducted for ovoid, that answer after a form the actual types of deviations from roundness of working surfaces of turning rings, measured on roundmeter. The got results of design allow to ground the use in production practice three point charts of measuring taking into account the specified correction coefficients.

Key words: errors of measuring, mathematical planning of experiments.

Анотація: Дослідження впливу схеми базування на похибки вимірювання параметрів геометричної точності крутильних кілець здійснено машинним моделюванням з використанням теорії математичного планування експериментів другого порядку за матрицею центрального рототабельного композиційного плану. Моделювання триточкової схеми вимірювання круглості внутрішньої поверхні проведено для овоїдів, що відповідають за формою дійсним видам відхилень від круглості робочих поверхонь крутильних кілець, виміряних на кругломірі. Отримані результати моделювання дозволяють обґрунтувати використання в виробничій практиці триточкових схем вимірювання з урахуванням уточнених поправкових коефіцієнтів.

Ключові слова: похибки вимірювання, математичне планування експерименту.

Аннотация: Исследование влияния схемы базирования на погрешности измерения параметров геометрической точности крутильных колец осуществлено машинным моделированием с использованием теории математического планирования экспериментов второго порядка по матрице центрального рототабельного композиционного плана. Моделирование трехточечной схемы измерения круглости внутренней поверхности проведено для овоидов, что отвечают по форме действительным видам отклонений от круглости рабочих поверхностей крутильных колец, измеренных на кругломере. Полученные результаты моделирования позволяют обосновать использование в производственной практике трехточечных схем измерения с учетом уточненных поправочных коэффициентов.

Ключевые слова: погрешности измерения, математическое планирование эксперимента.

1. Вступ

З великої кількості методів найбільш часто у промислових умовах використовують різностні методи, з яких найбільш розповсюдженими є триточкові схеми. Триточкове вимірювання відхилення від круглості – один із найпростіших і, як наслідок, поширених розповсюджених способів вимірювання відхилення від правильної геометричної форми поперечного перерізу деталей типу тіл обертання.

Наведене моделювання схем вимірювання геометричних параметрів спрямовано на пошук оптимального розташування вимірювальних баз та напрямку положення вимірювального елемента (датчика). Наведені в технічних джерелах відомості [1–3, 5] свідчать про неоднозначність підходів до визначення передаточних відношень і не охоплюють усієї гами засобів вимірювання.

2. Постановка задачі

Методи математичного моделювання дозволяють урахувати велику кількість чинників, що впливають на точність вимірювання. Згідно з ГОСТ [4], похибки форми необхідно визначати відносно прилеглого кола, яке не співпадає з вимірювальною базою, що реалізовано двома опорами. Невизначеність базування полягає у зміні положення вимірювальної бази внаслідок похибок форми поверхні, що вимірюється.

При обробці на токарних верстатах найбільш часто зустрічаються похибки форми внутрішньої поверхні у вигляді тригранної огранки, що викликано використанням трикулачкових патронів. Для проведення експерименту вибрано три фактори, які найбільш впливають на точність вимірювання: положення базових опор α , положення датчика β , величина похибки форми Δ_{ϕ} .

Розташування базових опор (рис. 1) впливає на положення вимірюваної поверхні, оскільки змінюється положення центру за рахунок зміни базування, а отже даний фактор впливає на точність вимірювання.

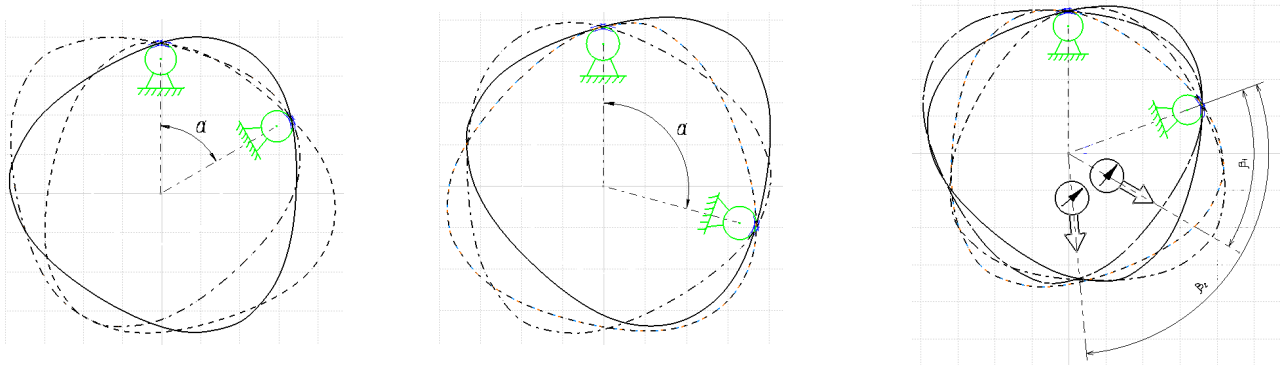


Рис. 1. Вплив положення базових опор та датчика на базування вимірювальної поверхні

Вплив розміщення вимірювального елемента (датчика) на точність вимірювання відхилення від круглості пояснюється тим, що, в залежності від кожного положення базових опор та геометричної форми вимірювальної поверхні, існують зони, в яких показання датчика будуть максимальні (β_1), та «нульові зони» (β_2), в яких не буде фіксуватися відхилення форми.

Математичне планування експерименту здійснюється за допомогою рототабельного плану для вибраних рівнів варіювання (табл. 1) для отворів номінального діаметра 120 мм.

Таблиця 1. Фактори та рівні їх варіювання

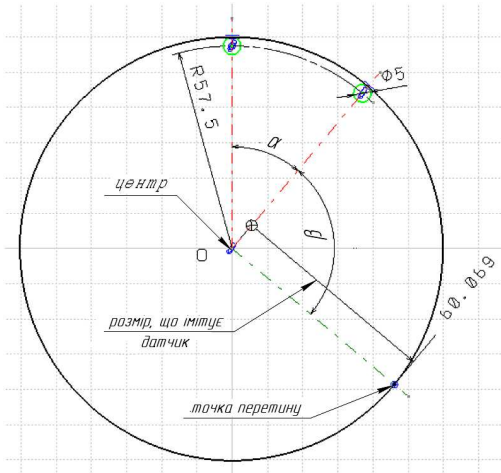
Рівні варіювання досліджуваних факторів	Досліджувані фактори					
	Кут між опорами α		Кут від опори до датчика β		Допуск форми Δ_{ϕ}	
	x_1°	x_1	x_2°	x_2	$x_3, \text{мм}$	x_3
Зоряна точка $+\alpha$	140	+1,682	140	+1,682	0,37	+1,682
Верхній рівень $x_{i \max}$	120	+1	120	+1	0,30	+1
Нульовий рівень x_{0i}	90	0	90	0	0,20	0
Нижній рівень $x_{i \min}$	60	-1	60	-1	0,10	-1
Зоряна точка $-\alpha$	40	-1,682	40	-1,682	0,03	-1,682
Інтервали варіювання Δx_i	30	1	30	1	0,10	1

3. Методи рішення поставленої задачі

Машинний експеримент було реалізовано у програмному середовищі CATIA V5R18, яке дозволяє встановлювати прив'язки (спряження дотику) до профілю, що моделюється у вигляді кривої Без'є.

Методика моделювання починається зі створення трикутного овоїду, у якого відхилення від

круглості Δ_ϕ відповідає заданому рівню для кожного експерименту. Базові опори прийнято з постійним радіусом 2,5 мм на відстані 57,5 мм від центру O (рис. 2), кут між опорами α встановлюється згідно з матрицею планування експериментів.



Радіус опор та положення їх центрів фіксуються, що виключає можливість випадкового порушення їх розташування чи розміру при проведенні експерименту. До встановлених опор, згідно зі схемами вимірювання, за допомогою прив'язок (спряження дотику) фіксується положення овоїда. Наступним кроком з центру (точки O) проводиться промінь під кутом β , що відповідає даному експерименту. Ставиться «точка перетину» даного променя і заданого овоїда.

Рис. 2. Модель об'єкта вимірювання

Розмір R_i від центру до «точки перетину» під час обертання овоїду змінюється, тому використовується параметризація на кожному кутовому положенні. Автоматично фіксується максимальне і мінімальне значення R_i . Така схема імітує процес вимірювання у приладі, а розмір R_i імітує вимірювальний елемент (датчик) приладу. Різниця максимального і мінімального значень R_i буде результатом $\Delta_{ВИМ}$ моделювання процесу вимірювання. Статистичні дані для параметра $\Delta_{ВИМ}$ отримуються шляхом випадкової побудови форми овоїда з однаковою величиною похибки форми Δ_ϕ .

Під час обертання овоїда змінювалися значення параметризованого розміру (рис. 3). Обертання здійснюється в інтерактивному режимі, моделюючи дії контролера на реальному пристрої. Збільшення точності вимірювання і визначення максимального та мінімального значень R_i через певний проміжок залежить від величини кута повороту тому, що покази розміру лише наближаються до екстремальної похибки форми.

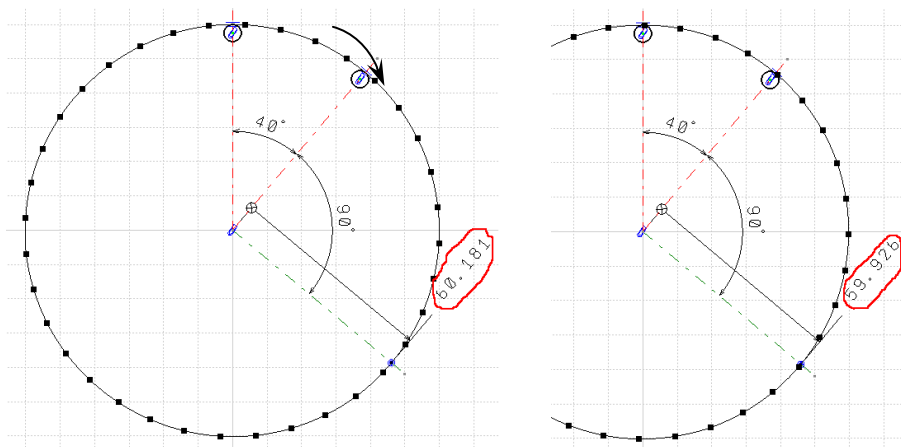


Рис. 3. Динаміка процесу вимірювання

Для пошуку оптимальних параметрів триточкової схеми вимірювання круглості реалізовано

центральний композиційний рототабельний уніформ-план другого порядку при $k = 3$ [6]. Величина зоряного плеча $\alpha = \pm 1,682$ і кількість нульових точок $n_0 = 6$, паралельних у центрі плану, вибрано з умови рототабельності.

Результати повного факторного експерименту типу 23 (ядро плану) дозволили знайти оцінку вільного члена b_0' лінійної моделі, середнє значення експериментальних даних та дисперсію помилок спостереження, що визначені за результатами паралельних дослідів у центрі плану:

$$b_0' = \sum_{u=1}^8 y_u / N' = 3,361 / 8 = 0,420,$$

$$\bar{y}_0 = \sum_{i=1}^{n_0} (y_{0i}) / n_0 = 0,455 / 6 = 0,076,$$

$$s_{\text{ном}}^2 = \sum_{i=1}^{n_0} (y_{0i} - \bar{y}_0)^2 / (n_0 - 1) = 0,00143 / 5 = 0,000286.$$

Число ступенів волі дисперсії $f_{\text{ном}} = (n_0 - 1) = 5$. При рівні значущості $\alpha = 0,05$ і $f_{\text{ном}} = 5$ дорівнює табличне значення t -критерію Стьюдента $t_{\text{табл}} = 2,571$.

Значущість відмінності між завбаченим (b_0') і спостережуваним (\bar{y}_0) визначено значення функції відгуку в центрі плану, використовуючи залежність

$$\left| \bar{y}_0 - b_0' \right| > t_{\text{табл}} \cdot s_{\text{ном}} \sqrt{\frac{(n_0 + n \cdot N)}{n_0 \cdot N}},$$

де n – кількість паралельних дослідів у кожній точці плану, прийнято $n = 3$;

N – загальна кількість серій дослідів у плані, $N = 8$.

Якщо умова виконується, відмінність вважається значущою. Це свідчить про істотний вплив на функцію відгуку ефектів при квадратичних членах і необхідність постановки додаткових дослідів, щоб дістати квадратичну модель.

Оскільки розрахунки показали, що $\left| \bar{y}_0 - b_0' \right| = 0,344 > 0,0776$, тому в подальшому були реалізовані досліді в зоряних точках.

Знайдемо оцінки коефіцієнтів моделі другого порядку, попередньо визначивши всі суми і коефіцієнти:

$$b_0 = a_1 \sum_{u=1}^N \bar{y}_u - a_2 \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \cdot \bar{y}_u,$$

$$b_i = a_3 \sum_{u=1}^N x_{iu} \cdot \bar{y}_u, \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

$$b_{ij} = a_4 \sum_{u=1}^N x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot \bar{y}_u, \quad 1 \leq i < j \leq k,$$

$$b_{ii} = a_5 \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \cdot \bar{y}_u - a_6 \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \cdot \bar{y}_u - a_7 \sum_{u=1}^N \bar{y}_u, \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

$$b_0 = 0,16634 \cdot 5,368 - 0,05679 \cdot (6,146 + 4,967 + 3,259) = 0,077.$$

$$\left. \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{matrix} \right\} = 0,07322 \cdot \left\{ \begin{matrix} -0,056 \\ -0,002 \\ 1,528 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -0,0041 \\ -0,0001 \\ 0,1119 \end{matrix} \right\}.$$

$$\left. \begin{matrix} b_{12} \\ b_{13} \\ b_{23} \end{matrix} \right\} = 0,12500 \cdot \left\{ \begin{matrix} 2,060 \\ -0,010 \\ -0,020 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0,2575 \\ -0,0013 \\ -0,0025 \end{matrix} \right\}.$$

$$\left. \begin{matrix} b_{11} \\ b_{22} \\ b_{33} \end{matrix} \right\} = 0,06250 \cdot \left\{ \begin{matrix} 6,146 \\ 4,967 \\ 3,259 \end{matrix} \right\} + 0,00689 \cdot \{14,372\} - 0,05679 \cdot \{5,368\} = \left\{ \begin{matrix} 0,1783 \\ 0,1046 \\ -0,0021 \end{matrix} \right\}.$$

Тоді шукане рівняння регресії

$$\hat{y} = 0,0771 - 0,0041x_1 - 0,0001x_2 + 0,1119x_3 + 0,2575x_1x_2 - 0,0013x_1x_3 - 0,0025x_2x_3 + \\ + 0,1783x_1^2 + 0,1046x_2^2 - 0,0021x_3^2.$$

Для перевірки адекватності моделі визначено дисперсію неадекватності за формулою

$$s_{\text{на}}^2 = \frac{\sum_{u=1}^{N-n_0+1} n_u (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2}{N - k' - (n_0 - 1)},$$

де \hat{y}_u – значення функції в u -му рядку, обчислене за знайденою математичною моделлю;

k' – кількість значущих коефіцієнтів рівняння регресії.

$$s_{\text{на}}^2 = 0,6160/5 = 0,1232.$$

Розрахункове значення F -критерію Фішера:

$$F = \frac{\sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \bar{y})^2}{kT - 1} \cdot \frac{Nn - k'}{\sum_{u=1}^N \sum_{i=1}^{n_u} (y_{ui} - \hat{y}_u)^2},$$

$$F = 0,1232/0,000286 = 430,769.$$

Оскільки $F > F_{\text{табл}} = 5,05$, вибране при $\alpha = 0,05$, $f_{\text{на}} = 5$, $f_{\text{ном}} = 5$, то знайдена модель адекватно описує досліджуваний процес.

Щоб перевірити значущість коефіцієнтів, визначаються їх дисперсії за такими формулами [6]:

$$s_{b_0}^2 = a_8 \cdot s_{\text{ном}}^2, \quad s_{b_{ij}}^2 = a_{10} \cdot s_{\text{ном}}^2, \quad s_{b_i}^2 = a_9 \cdot s_{\text{ном}}^2, \quad s_{b_{ii}}^2 = a_{11} \cdot s_{\text{ном}}^2,$$

$$s_{b_0}^2 = 0,16634 \cdot 0,000286 = 0,00005,$$

$$s_{b_i}^2 = 0,07322 \cdot 0,000286 = 0,00002,$$

$$s_{b_{ij}}^2 = 0,12500 \cdot 0,000286 = 0,00004,$$

$$s_{b_{ii}}^2 = 0,06939 \cdot 0,000286 = 0,00002.$$

Враховуючи, що $t_{мабл} = 2,571$ при $\alpha = 0,05$ і $f_{ном} = 5$, дістанемо:

$$\Delta_{b_0} = t_{мабл} \cdot s_{b_0} = 2,571 \cdot 0,0071 = 0,01818,$$

$$\Delta_{b_i} = t_{мабл} \cdot s_{b_i} = 2,571 \cdot 0,00447 = 0,01149,$$

$$\Delta_{b_{ij}} = t_{мабл} \cdot s_{b_{ij}} = 2,571 \cdot 0,00632 = 0,01626,$$

$$\Delta_{b_{ii}} = t_{мабл} \cdot s_{b_{ii}} = 2,571 \cdot 0,00447 = 0,01149.$$

Якщо виконується умова $b \geq \Delta_b$, то коефіцієнти рівняння регресії вважаються значущими, тобто їх вплив на функцію відгуку перевищує похибки вимірювання.

Оскільки $b_0 = 0,077 > 0,01818$.

$$\left. \begin{array}{l} |b_1| = 0,0041 \\ |b_2| = 0,0001 \\ |b_3| = 0,1119 \end{array} \right\} < \{0,01149\}, \left. \begin{array}{l} |b_{12}| = 0,2575 \\ |b_{13}| = 0,0013 \\ |b_{23}| = 0,0025 \end{array} \right\} > \{0,01626\}, \left. \begin{array}{l} |b_{11}| = 0,1783 \\ |b_{22}| = 0,1046 \\ |b_{33}| = 0,0021 \end{array} \right\} > \{0,01149\},$$

то бачимо, що деякі коефіцієнти є незначущими.

Тоді шукане рівняння регресії набирає вигляду

$$\hat{y} = 0,0771 + 0,1119x_3 + 0,2575x_1x_2 + 0,1783x_1^2 + 0,1046x_2^2.$$

Щоб перевірити якість моделі, визначимо коефіцієнт множинної кореляції:

$$R = \left[1 - \left(\frac{\sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2}{\sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \bar{y})^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$R = \sqrt{1 - 0,6160/521,3054} = 0,9994$$

і перевіримо його значущість за F -критерієм:

$$F = [(521,3054 - 0,6160)/6] \cdot [(20 - 7)/0,6160] = 770,2341.$$

Оскільки величина R близька до одиниці, а $F > F_{мабл} = 2,92$, вибраного при $\alpha = 0,05$, $f_1 = 6$, $f_2 = 13$, то ця модель є адекватною і надійно описує досліджуваний процес.

Проведемо статичну обробку отриманих результатів. Для перевірки відтворювання дослідів по критерію Кохрена при вибраному рівні значущості $\alpha = 0,05$ розрахуємо в кожній точці факторного простору середнє значення:

$$y^i = \frac{y^{i_1} + y^{i_2} + y^{i_3}}{3}, \quad i = \overline{1,20}$$

та оцінку дисперсії спостережень використуваного параметра:

$$S_y^2(i) = \frac{1}{3-1} \sum_{t=1}^3 (y^{it} - y^i)^2, \quad i = \overline{1,20},$$

де y^{it} – значення залежної змінної в i -й точці плану при t -м у паралельному досліді.

Оцінки коефіцієнтів регресійного рівняння виконуються з використанням матриці планування експерименту F , розраховується дисперсійна матриця C за формулою: $C := (F^T \cdot F)^{-1}$.

$$C = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0.166 & 0 & 0 & 0 & -0.057 & -0.057 & -0.057 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0.073 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0.073 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0.073 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -0.057 & 0 & 0 & 0 & 0.069 & 0.007 & 0.007 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -0.057 & 0 & 0 & 0 & 0.007 & 0.069 & 0.007 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -0.057 & 0 & 0 & 0 & 0.007 & 0.007 & 0.069 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Рис. 4. Дисперсійна матриця

Матриця C свідчить (відповідні ненульові елементи матриці), що оцінки b_0 і всі b_{ii} корельовані між собою.

Після обчислення коефіцієнтів рівняння регресії прийме вигляд:

$$\hat{y} = 0,0772 - 0,0041x_1 - 0,0001x_2 + 0,1119x_3 + 0,2575x_1x_2 - 0,0013x_1x_3 - 0,0025x_2x_3 + 0,1782x_1^2 + 0,1045x_2^2 - 0,0023x_3^2.$$

Для перевірки статистичної значущості коефіцієнтів знайдемо оцінку дисперсії одиничного спостереження:

$$s_n^2 = \frac{1}{q_n} \left[\sum_{i=1}^{14} \sum_{t=1}^3 (y^i - y^{it})^2 + \sum_{i=1}^{14} \sum_{t=1}^3 (y^0 - y^{it})^2 \right] = \frac{1}{45} (0,004736 + 0,00135) = 0,000135,$$

де

$$y^0 = \frac{1}{vn_0} \sum_{i=r+1}^{r+n_0} \sum_{t=1}^v y^{it} = \frac{1}{3 \cdot 6} \sum_{i=15}^{20} \sum_{t=1}^3 y^{it} = \frac{1,366}{18} = 0,0759,$$

$$q_n = (2^{n-p} + 2n) \cdot (v-1) + vn_0 - 1 = 14 \cdot 2 + 3 \cdot 6 - 1 = 45 - \text{число степенів волі.}$$

Знайдемо оцінки дисперсій отриманих коефіцієнтів регресії:

$$\text{для } \hat{b}_0: s_0^2 = s_n^2 \cdot c_0 = 0,000135 \cdot 0,16634 = 0,000022,$$

$$\text{для } \hat{b}_j: s_j^2 = s_n^2 \cdot c_1 = 0,000135 \cdot 0,07322 = 0,000099,$$

$$\text{для } \hat{b}_{jj}: s_{jj}^2 = s_n^2 \cdot c_2 = 0,000135 \cdot 0,06900 = 0,0000093,$$

$$\text{для } \hat{b}_{jp}: s_{jp}^2 = s_n^2 \cdot c_3 = 0,000135 \cdot 0,12500 = 0,000017.$$

Розрахункове значення t -критерію Стьюдента: $t_p = \frac{\hat{b}}{s_b}$,

$$\frac{\hat{b}_0}{s_{b_0}} = \frac{0,0772}{0,004690} = 16,459,$$

$$\frac{\hat{b}_1}{s_{b_j}} = \frac{0,0041}{0,009949} = 0,412,$$

$$\frac{\hat{b}_2}{s_{b_j}} = \frac{0,0001}{0,009949} = 0,010,$$

$$\frac{\hat{b}_3}{s_{b_j}} = \frac{0,1119}{0,009949} = 11,247,$$

$$\frac{\hat{b}_{11}}{s_{b_{jj}}} = \frac{0,1782}{0,003049} = 58,434,$$

$$\frac{\hat{b}_{22}}{s_{b_{jj}}} = \frac{0,1045}{0,003049} = 34,273,$$

$$\frac{\hat{b}_{33}}{s_{b_{jj}}} = \frac{0,0023}{0,003049} = 0,754,$$

$$\frac{\hat{b}_{12}}{s_{b_{jp}}} = \frac{0,2575}{0,004123} = 62,453,$$

$$\frac{\hat{b}_{13}}{s_{b_{jp}}} = \frac{0,0013}{0,004123} = 0,315,$$

$$\frac{\hat{b}_{23}}{s_{b_{jp}}} = \frac{0,0025}{0,004123} = 0,606.$$

За t -критерієм Стьюдента знайдемо статистичну значущість коефіцієнтів регресії при $\alpha = 0,05$ та $q_n = 45$, $t_{kp} = 2,018$.

З розрахунків видно, що коефіцієнти \hat{b}_1 , \hat{b}_2 , \hat{b}_{33} , \hat{b}_{13} , \hat{b}_{23} є незначущими, тому їх необхідно виключити з математичної моделі. Оскільки це призведе до зміни значущих коефіцієнтів, то ці оцінки і їх дисперсії необхідно розрахувати заново (виключивши незначущі члени).

Дисперсійна матриця C :

$$C := (F^T \cdot F)^{-1}, \quad C = \begin{pmatrix} 0.12 & 0 & -0.051 & -0.051 & 0 \\ 0 & 0.073 & 0 & 0 & 0 \\ -0.051 & 0 & 0.069 & 0.006 & 0 \\ -0.051 & 0 & 0.006 & 0.069 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнти регресійного рівняння після відкидання незначущих факторів:

$$b := C \cdot F^T \cdot Y, \quad b = \begin{pmatrix} 0,0753 \\ 0,1119 \\ 0,1784 \\ 0,1047 \\ 0,2575 \end{pmatrix}.$$

Рівняння регресії після відкидання незначущих факторів отримає вигляд

$$\hat{y} = 0,0753 + 0,1119x_3 + 0,2575x_1x_2 + 0,1784x_1^2 + 0,1047x_2^2.$$

За t -критерієм Стьюдента визначаємо статистичну значущість нових коефіцієнтів регресії при $\alpha = 0,05$.

$$\frac{\hat{b}_0}{s_{b_0}} = \frac{0,075}{0,004690} = 15,991,$$

$$\frac{\hat{b}_3}{s_{b_j}} = \frac{0,112}{0,009949} = 11,248,$$

$$\frac{\hat{b}_{11}}{s_{b_{11}}} = \frac{0,178}{0,003049} = 58,434, \quad \frac{\hat{b}_{22}}{s_{b_{22}}} = \frac{0,105}{0,003049} = 34,273.$$

$$\frac{\hat{b}_{12}}{s_{b_{12}}} = \frac{0,258}{0,004123} = 62,454,$$

За F -критерієм Фішера перевіримо адекватність математичної моделі при $\alpha = 0,05$. При цьому оцінка дисперсії неадекватності s_a^2 визначається рівнянням

$$s_a^2 = \frac{3}{q_a} \left[6(y^0 - \hat{y}^{r+1})^2 + \sum_{i=1}^{14} (y^i - \hat{y}^i)^2 \right] = \frac{3}{10} (6 \cdot 0,0000049 + 0,1548) = 0,04645,$$

$$\text{де } q_a = N - n_0 + 1 - \frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2} + w = 20 - 6 + 1 - 10 + 5 = 10 - \text{число ступенів волі,}$$

w – число незначущих коефіцієнтів регресії.

$$F_p = \frac{s_a^2}{s_n^2} = \frac{0,04645}{0,000135} = 344,074, \quad F_{\text{таб}} = 2,08.$$

Так як $F_p > F_{\text{таб}}$, то модель вважається адекватною.

Для зручності та наочності розрахунку коефіцієнтів рівняння регресії вирішено використати загально прийнятий програмний продукт для наукових досліджень – Statistica v7.0.61.0. Даний програмний продукт дозволяє розраховувати коефіцієнти рівняння регресії, аналізувати їх та побудувати поверхні відгуку для отриманого поліному.

Для цього в модулі програми Design of Experiments (планування експерименту) задаємо матрицю планування експерименту та вводимо дані, отримані при проведенні експерименту (рис. 5).

З рисунку видно, що статистично значимі ефекти (рівень $p < 0,05$) мають два квадратних члени X_1 та X_2 , добуток $X_1 \cdot X_2$ та лінійний член X_3 . Карта Парето свідчить, що два квадратних члени X_1 та X_2 , добуток $X_1 \cdot X_2$ та лінійний член X_3 моделі дають значимі ефекти (з 95%-ною імовірністю).

Графічне представлення поверхонь відгуку використовувалося для визначення ступеня впливу факторів (рис. 6), що свідчить про нелінійність одержаної залежності.

Для більш детального розгляду області максимуму Statistica дозволяє розглянути контурні графіки (рис. 7) у вигляді ліній рівнів одержаної поверхні відгуку.

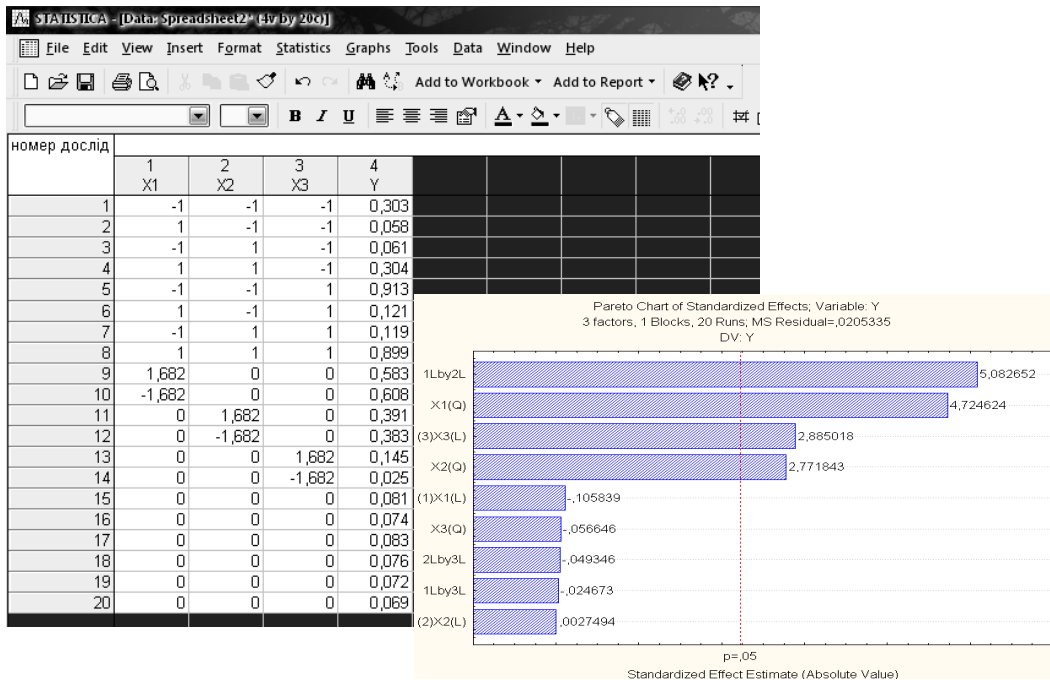


Рис. 5. Матриця планування експерименту та результати дисперсійного аналізу

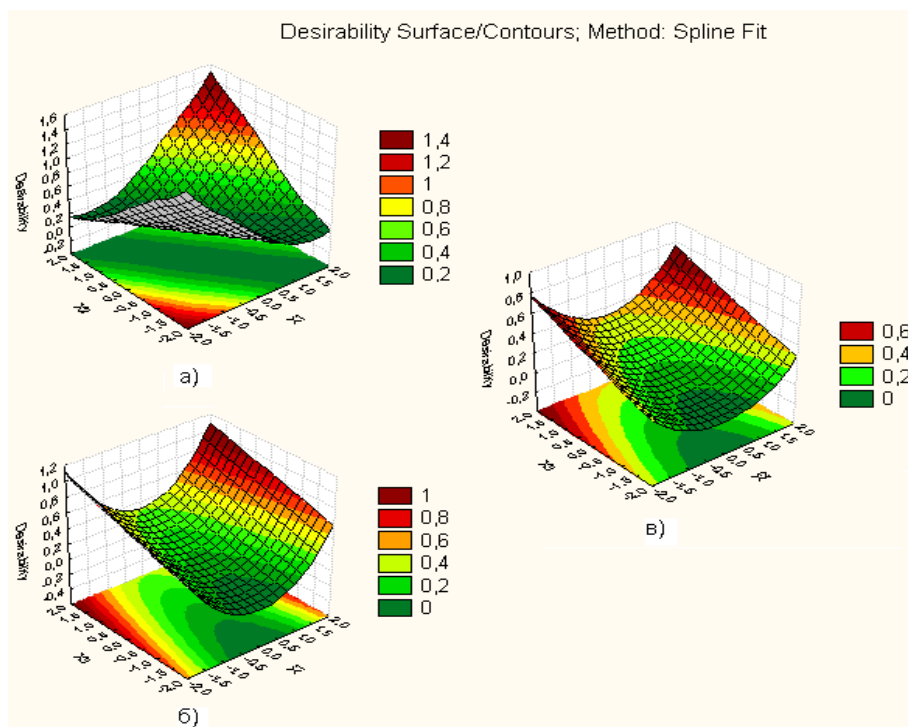


Рис. 6. Поверхні відгуку: а) залежність вимірної величини відхилення від круглості від напрямку вимірювання ($X_2 = \beta$) та кута між опорами ($X_1 = \alpha$); б) від допуску форми ($X_3 = \Delta_\phi$) та кута між опорами ($X_1 = \alpha$); в) від допуску форми ($X_3 = \Delta_\phi$) та напрямку вимірювання ($X_2 = \beta$)

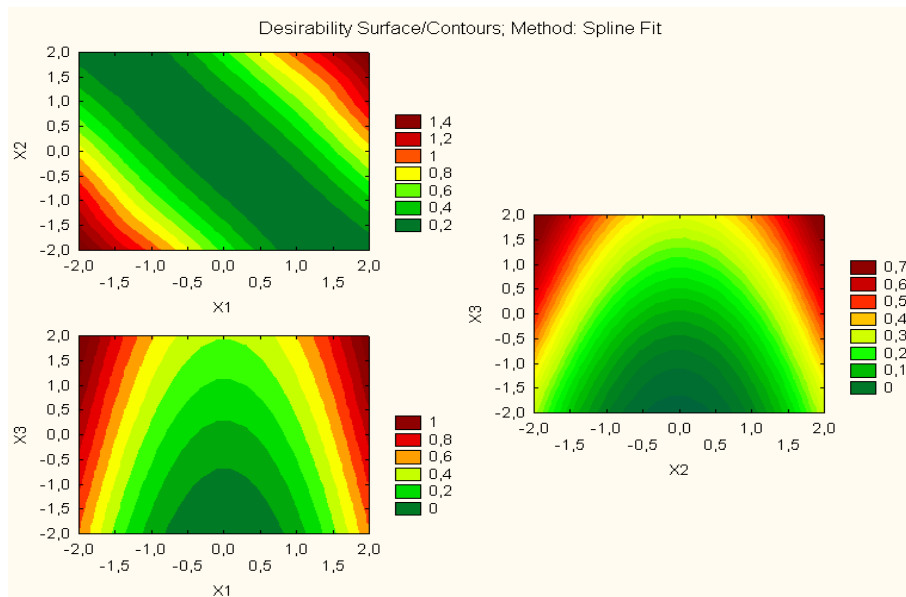


Рис. 7. Контурні графіки поверхонь відгуку

Після аналізу даних та відкидання незначущих факторів рівняння регресія отримає вигляд

$$\hat{y} = 0,0767 + 0,1119x_3 + 0,2575x_1x_2 + 0,1783x_1^2 + 0,1046x_2^2.$$

Порівняльна таблиця отриманих та розрахункових даних наведена на рис. 8.

Об'єкт дослідження мав фіксовану (відому) величину відхилення від круглості, яка порівнювалась з величиною, кілька разів вимірюю.

Observed, Predicted, and Residual Values (Spreadsheet2)				
3 factors, 1 Blocks, 20 Runs; MS Residual=.0205335				
DV: Y				
Case or Run	Observed	Predictd	Resids	
1	0,303000	0,503316	-20%	
2	0,058000	-0,017391	8%	
3	0,061000	-0,006471	7%	
4	0,304000	0,502822	-20%	
5	0,913000	0,734540	18%	
6	0,121000	0,208833	-9%	
7	0,119000	0,214754	-10%	
8	0,899000	0,719046	18%	
9	0,583000	0,574203	1%	
10	0,608000	0,588008	2%	
11	0,391000	0,372784	2%	
12	0,383000	0,372426	1%	
13	0,145000	0,258757	-11%	
14	0,025000	-0,117547	14%	
15	0,081000	0,076653	0%	
16	0,074000	0,076653	-0%	
17	0,083000	0,076653	1%	
18	0,076000	0,076653	-0%	
19	0,072000	0,076653	-0%	
20	0,069000	0,076653	-1%	

Рис. 8. Відносне порівняння отриманих та вихідних даних

Проаналізувавши результати машинного моделювання у програмному пакеті Statistica, отримали, що при певних значеннях факторів модель не відповідає дійсності на певних ділянках області вимірювання.

Це пов'язано з тим, що зі зміною величини відхилення від круглості змінюються й величини кутів, що визначають положення опор і датчика. Таким чином, даний фактор є корельованим. Отже, вирішено повторно провести експеримент для двох факторів: кута α , що визначає положення базових опор, та кута β , що визначає положення вимірювального елемента (датчика).

Розрахунок передаточних коефіцієнтів схем вимірювання круглості з використанням регресійної моделі полягає у визначенні вихідних параметрів, таких як альфа та бета. Як відомо, показання приладу $\Delta_{вим}$ пов'язані зі значенням відхилення від круглості Δ_{ϕ} рівнянням

$$\Delta_{вим} = k \cdot \Delta_{\phi},$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який називають "коефіцієнтом відтворення" або "передаточним коефіцієнтом".

Даний коефіцієнт залежить від кута, що характеризує положення датчика β , кута, що визначає положення опор α та кількості граней n : $k = f(\alpha, \beta)$.

Таким чином, коефіцієнт відтворення буде визначатися:

$$k = \frac{\Delta_{вим}}{\Delta_{\phi}}.$$

Оскільки похибка форми під час моделювання була постійною величиною $\Delta_{\phi} = 0,2$ мм, а показання приладу $\Delta_{вим}$ визначаються знайденими математичними залежностями

– для овальності ($n = 2$) $\Delta_{вим} = 0,4010 - 0,0878x_1 - 0,0768x_2 - 0,1003x_1x_2 - 0,0667x_2^2$, мм;

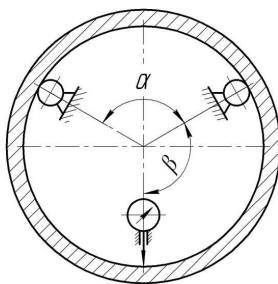
– для огранки ($n = 3$) $\Delta_{вим} = 0,0740 + 0,1883x_1^2 + 0,2643x_1x_2 + 0,1308x_2^2$, мм,

то отримаємо математичні залежності, що визначають передаточний коефіцієнт різницевої схеми вимірювання:

– для овальності $k = 2,0050 - 0,4390x_1 - 0,3840x_2 - 0,5015x_1x_2 - 0,3335x_2^2$;

– для огранки $k = 0,3700 + 0,9415x_1^2 + 1,3215x_1x_2 + 0,6540x_2^2$.

Порівняння отриманих математичних залежностей з довідниковими значеннями, що застосовуються на виробництві для приведеної схеми вимірювання (рис. 9), свідчить про підвищення точності.



Кількість граней n	Кут між опорами α , град.	Напрямок вимірювання β , град.	Передаточний коефіцієнт		Похибка, %
			$k_{\text{додл}}$	$k_{\text{розр}}$	
3	120	120	3,0	2,927	2,43
3	60	150	1,0	0,953	4,70
3	72	144	1,4	1,401	0,07
2	50	155	1,7	1,654	2,71
2	72	144	1,4	1,380	1,43

Рис. 9. Порівняння довідкових та розрахункових передаточних коефіцієнтів для типових (виробничих) різницевих схем вимірювання

Верифікація моделі здійснювалась шляхом співставлення передаточних коефіцієнтів для відомих схем вимірювання. Розбіжність розрахункових та довідникових значень не перевищує 5%,

що допускається в машинобудуванні. Тому виведені математичні залежності передаточного коефіцієнта можна використовувати як універсальні, що дозволяють розраховувати коефіцієнт відтворення будь-якої різницевої триточкової схеми.

4. Висновки

Варіації розміщення базових опор та датчика при постановці експерименту охоплюють всю зону вимірювання, що дозволяє виявити особливості вимірювання за даною схемою. Змодельовані таким чином схеми вимірювання дають змогу в повній мірі судити про процес вимірювання і виявити вплив кожного фактора. Найбільш впливає на точність вимірювання вибір напрямку вимірювання (b_2x_2), який при співпаданні з похибкою, спричиненою невизначеністю базування, збільшує величину передаточного відношення в залежності від відстані між опорами ($b_1b_2x_1x_2$).

Отримано адекватні математичні моделі для дослідження триточкової схеми вимірювання круглості поверхонь типу овоїд, форма яких відповідає дійсним параметрам геометричної точності робочих поверхонь крутильних кілець діаметром 120 мм, що виготовлені науково-виробничим підприємством «ТЕХТОН», м. Чернігів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Авдулов А.Н. Контроль и оценка круглости деталей машин. – М.: Издательство стандартов, 1974. – 176 с.
2. Верхотуров Б.Я., Кузьмин Б.И. Трехточечный разностный метод измерения отклонений от круглости // Вестник машиностроения. – 1982. – № 11. – С. 80 – 83.
3. Гебель И.Д. Выбор базовой окружности при измерении формы профиля тел вращения // Измерительная техника. – 1973. – № 10. – С. 58 – 60.
4. ГОСТ 24642-81 (СТ СЭВ 301-88). Допуски формы и расположения поверхностей. Основные термины и определения. – М.: Издательство стандартов, 1990. – 70 с.
5. ИСО 6318-1985 Р. Методы контроля круглости – термины, определения и параметры круглости. – 1985. – 14 с.
6. Душинський В.В. Основи наукових досліджень. Теорія та практикум: Навч. посібник – К.: НТУУ «КПІ», 1998. – 408 с.

Стаття надійшла до редакції 22.08.2008