

## Об устойчивости автобалансировки ротора с помощью шариков

А. Н. Горбенко

Керченский морской технологический институт, Керчь, Украина

*Выполнен анализ устойчивости автобалансировки ротора с помощью шариков в зависимости от параметров ротора и автобалансира. Получены приближенные выражения для корней характеристического уравнения. Обнаружены характерные особенности частотного спектра колебаний. Полученные результаты позволяют количественно оценивать значение границы области устойчивости. Даны рекомендации для обеспечения устойчивости и эффективности автобалансировки.*

**Ключевые слова:** ротор, колебания, автобалансировка, устойчивость.

Среди способов снижения вибрации машин роторного типа широко применяются шариковые автобалансирующие устройства (АБУ). При определенных условиях они автоматически уравнивают ротор, устраняя тем самым возникновение радиальной центробежной силы от дисбаланса и снижая вибрацию машины в процессе работы. Подобные устройства относятся к нелинейным механическим системам с нетривиальными свойствами, что затрудняет ее исследование. Одна из существенных проблем – сложность подбора таких значений параметров автобалансира, при которых обеспечивалась бы надежная устойчивость его работы.

Исследования автобалансирующих устройств (напр., [1–7] и др.) свидетельствуют, что для однодисковой роторной машины необходимое, но недостаточное условие устойчивости автобалансирующего положения шариков заключается в том, что скорость вращения ротора  $\omega$  должна быть выше его критической скорости  $p$ . К такому условию устойчивости приводят элементарные физические рассуждения [1, 7] и аналитические исследования, основанные на методе усреднения [2, 3]. Экспериментальные исследования [1] и численные расчеты [4, 5] показали, что нижняя граница зоны устойчивости  $\omega_y$  может существенно превышать критическую скорость  $p$ . Насколько известно авторам, только в работе [6] аналитически установлено, что зона устойчивости автобалансировки однодискового ротора располагается заметно выше величины  $p$ . Однако в [6] исследовался частный случай автобалансира, в котором количество шариков равно двум, а параметры АБУ таковы, что угловые положения шариков  $\alpha_{1,2}$  относительно линии дисбаланса могут принимать значения  $\pm 0,5\pi$ ,  $\pm 0,75\pi$  или  $\pm \pi$  (при стационарном движении системы). Кроме того, предполагается, что плоскость АБУ проходит через центр масс диска.

В настоящей работе выполнен анализ устойчивости автобалансировки ротора при произвольных параметрах автобалансира, т.е. при любом количестве и расположении шариков в АБУ, который расположен в произвольном сечении однодискового ротора.

Исследуем механическую систему, изображенную на рис. 1. На невесомый вал, вращающийся с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , насажен диск массой  $M$  с эксцентриситетом  $r = OC$ . Рассмотрим случай, когда плоскость АБУ проходит через центр масс диска ротора. В диске, совершающем плоское движение, имеется круговая канавка, в которую помещено  $n$  шариков массой  $m$  каждый. Радиус окружности, по которой могут перемещаться центры шариков, обозначим через  $R$ . Демпфирующие свойства системы характеризуются коэффициентами внешнего вязкого трения ротора  $\beta$  и вязкого трения шариков в полости автобалансира  $\beta_0$ , частично или полностью заполненной вязкой жидкостью.

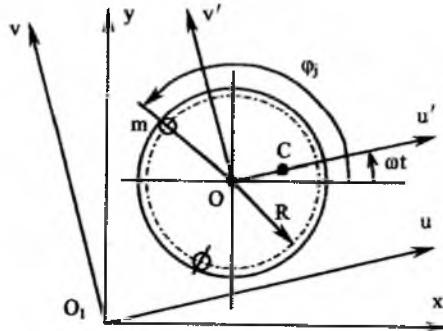


Рис. 1. Схема автобалансирующего устройства.

Мгновенное положение диска определяется координатами  $x, y$  точки  $O$  крепления диска к валу и углом поворота  $\omega t$  линии дисбаланса  $OC$  относительно оси  $O_1x$ . Положение  $j$ -го шарика определяется угловой координатой  $\varphi_j$ .

Движение механической системы описывается известной системой нелинейных дифференциальных уравнений вида [1–6]

$$\ddot{z} + \beta\dot{z} + p^2z = \mu_c r \omega^2 e^{i\omega t} + \mu R \sum_{j=1}^n (\ddot{\varphi}_j^2 - i\dot{\varphi}_j) e^{i\varphi_j}; \tag{1}$$

$$R\dot{\varphi}_j + R\beta_0(\dot{\varphi}_j - \omega) = \dot{x} \sin \varphi_j - \dot{y} \cos \varphi_j, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

где  $z = x + iy$ ;  $\mu_c = M/(M + nm)$ ;  $\mu = m/(M + nm)$ . (Здесь для краткости записи использованы функции комплексного переменного.)

Чтобы в дальнейшем получить автономные уравнения возмущенного движения, перейдем от неподвижной системы координат  $xO_1y$  к системе координат  $uO_1v$ , вращающейся с постоянной скоростью  $\omega$  вокруг точки  $O_1$ . С этой целью проведем замену переменных  $z = we^{i\omega t}$ , где  $w = u + iv$ . Тогда уравнения движения (1) преобразуются к виду

$$\begin{cases} \ddot{w} + (\beta + 2i\omega)\dot{w} + (p^2 - \omega^2 + i\beta\omega)w = \mu_c r \omega^2 + \\ + \mu R \sum_{j=1}^n (\ddot{\varphi}_j^2 - i\dot{\varphi}_j) e^{i(\varphi_j - \omega t)}; \end{cases} \tag{2a}$$

$$\begin{cases} R\ddot{\varphi}_j + R\beta_0(\dot{\varphi}_j - \omega) = (\ddot{u} - 2\omega\dot{v} - \omega^2 u)\sin(\varphi_j - \omega t) - \\ - (\dot{v} + 2\omega\dot{u} - \omega^2 v)\cos(\varphi_j - \omega t), \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (26)$$

Система уравнений (2) допускает стационарное решение, соответствующее режиму автобалансировки ротора:

$$\begin{aligned} w = w_0 = u_0 + iv_0 = 0; \quad \varphi_j = \varphi_{0j} = \omega t + \alpha_j, \quad j = 1, 2, \dots, n; \\ \sum_{j=1}^n \sin \alpha_j = 0; \quad \sum_{j=1}^n \cos \alpha_j = \sum_{j=1}^n e^{i\alpha_j} = -\frac{\mu_c r}{\mu R}. \end{aligned} \quad (3)$$

В режиме автобалансировки шарики вращаются вместе с диском, занимая относительно него неизменные угловые положения  $\alpha_j$ . Причем  $\alpha_j$  такие, что общий центр масс системы совпадает с точкой  $O$ , в результате чего поперечные колебания ротора отсутствуют. Кроме того, как следует из (3), для реализации автобалансировки необходимо, чтобы  $n\mu R \geq \mu_c r$ .

При анализе устойчивости режима автобалансировки, т.е. решений (3), воспользуемся методом исследования устойчивости нелинейной системы по первому приближению. Зададим малые отклонения (вариации)  $w_1$  и  $\phi_j$  обобщенных координат:

$$w = w_0 + w_1; \quad \varphi_j = \varphi_{0j} + \phi_j, \quad (4)$$

где  $w_1 = u_1 + iv_1$ .

Подставляя (4) в (2) с учетом (3) и пренебрегая слагаемыми высших порядков малости, получаем уравнение возмущенного движения в первом приближении:

$$\begin{aligned} \ddot{w}_1 + (\beta + 2i\omega)\dot{w}_1 + (p^2 - \omega^2 + i\beta\omega)w_1 = \\ = \mu R \sum_{j=1}^n [2\omega\dot{\phi}_j + i(\omega^2\phi_j - \ddot{\phi}_j)]e^{i\alpha_j}; \\ R\ddot{\phi}_j + R\beta_0\dot{\phi}_j = (\ddot{u}_1 - 2\omega\dot{v}_1 - \omega^2 u_1)\sin \alpha_j - \\ - (\dot{v}_1 + 2\omega\dot{u}_1 - \omega^2 v_1)\cos \alpha_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (5)$$

Решения уравнений (5) будем искать в виде

$$w_1 = We^{\lambda t}; \quad \phi_j = C_j e^{\lambda t}, \quad (6)$$

где  $W = U + iV$ ;  $U, V, C_j$  – постоянные вещественные величины.

После подстановки (6) в (5) получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}
 (\lambda^2 + \beta\lambda + p^2 - \omega^2)U - \omega(2\lambda + \beta)V = \\
 = \mu R \sum_{j=1}^n C_j [2\omega\lambda \cos \alpha_j + (\lambda^2 - \omega^2) \sin \alpha_j]; \\
 (\lambda^2 + \beta\lambda + p^2 - \omega^2)V + \omega(2\lambda + \beta)U = \\
 = \mu R \sum_{j=1}^n C_j [2\omega\lambda \sin \alpha_j - (\lambda^2 - \omega^2) \cos \alpha_j]; \\
 R\lambda(\lambda + \beta_0)C_j = [(\lambda^2 - \omega^2) \sin \alpha_j - 2\omega\lambda \cos \alpha_j]U - \\
 - [2\omega\lambda \sin \alpha_j + (\lambda^2 - \omega^2) \cos \alpha_j]V, \quad j = 1, 2, \dots, n.
 \end{cases} \quad (7)$$

Данная система уравнений не позволяет получить характеристическое уравнение и исследовать устойчивость автобалансировки для произвольного значения  $n$ , так как количество уравнений в ней зависит от числа шариков и составляет  $2 + n$ . Для решения этой проблемы в уравнении для  $j$ -го шарика следует выразить  $C_j$  через  $U$  и  $V$  и подставить в первые два уравнения системы (7). Поскольку величины  $U$  и  $V$  одинаковы для всех шариков, их можно вынести за знак суммирования. Таким образом, после преобразований и приведения к безразмерному виду вместо (7) получаем систему из двух уравнений (независимо от числа шариков), которую в матричной форме можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} A_1 & -A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = 0, \quad (8)$$

где

$$A_1 = L_1 L_6 - \mu(nL_4 - L_3 D_c); \quad A_2 = L_2 L_6 - \mu(nL_5 + L_3 D_s);$$

$$A_3 = L_2 L_6 - \mu(nL_5 - L_3 D_s); \quad A_4 = L_1 L_6 - \mu(nL_4 + L_3 D_c);$$

$$L_1 = \Delta^2 + B\Delta + 1 - \Omega^2; \quad L_2 = (2\Delta + B)\Omega; \quad L_3 = 0,5(\Delta^2 + \Omega^2)^2;$$

$$L_4 = 0,5(\Delta^2 - \Omega^2)^2 - 2\Omega^2 \Delta^2; \quad L_5 = 2\Omega\Delta(\Delta^2 - \Omega^2); \quad L_6 = \Delta^2 + B_0\Delta;$$

$$D_c = \sum_{j=1}^n \cos 2\alpha_j; \quad D_s = \sum_{j=1}^n \sin 2\alpha_j;$$

$$\Delta = \lambda/p; \quad \Omega = \omega/p; \quad B = \beta/p; \quad B_0 = \beta_0/p.$$

Чтобы система уравнений (8) имела нетривиальные (ненулевые) решения, ее определитель должен равняться нулю. Отсюда характеристическое уравнение имеет вид

$$(L_1^2 + L_2^2)L_6^2 - 2n\mu(L_1L_4 + L_2L_5)L_6 + n^2\mu^2(L_4^2 + L_5^2 - L_3^2D) = 0, \quad (9)$$

где  $D = (D_c^2 + D_s^2)/n^2$ .

Характеристическое уравнение может быть также представлено в эквивалентной форме полинома восьмого порядка:

$$\sum_{k=0}^8 a_k \Delta^{8-k} = 0, \quad (10)$$

где

$$a_0 = 1 - n\mu + 0,25n^2\mu^2(1 - D); \quad a_1 = (2 - n\mu)(B + B_0);$$

$$a_2 = (2 - n\mu)(1 + \Omega^2 + BB_0) + (B + B_0)^2 + n^2\mu^2\Omega^2(1 - D);$$

$$a_3 = 2(B + 2B_0)(1 + \Omega^2) + 2BB_0(B + B_0) - n\mu[B_0(1 + \Omega^2) - 2B\Omega^2];$$

$$a_4 = (\Omega^2 - 1)^2 + n\mu\Omega^2(6 + \Omega^2 + 2BB_0) + 2B_0(2B + B_0)(1 + \Omega^2) + B^2(B_0^2 + \Omega^2) + 1,5n^2\mu^2\Omega^4(1 - D);$$

$$a_5 = 2B_0(\Omega^2 - 1)^2 + n\mu\Omega^2[3B\Omega^2 + B_0(6 + \Omega^2)] + 2BB_0[B_0 + (B + B_0)\Omega^2];$$

$$a_6 = n\mu\Omega^4(\Omega^2 - 1 + 3BB_0) + B_0^2[(\Omega^2 - 1)^2 + B^2\Omega^2] + n^2\mu^2\Omega^6(1 - D);$$

$$a_7 = n\mu B_0\Omega^4(\Omega^2 - 1); \quad a_8 = 0,25n^2\mu^2\Omega^8(1 - D).$$

Согласно теореме Ляпунова об устойчивости движения по первому приближению, если вещественные части всех корней  $\Delta_{1-8}$  характеристического уравнения первого приближения отрицательны, то невозмущенное движение асимптотически устойчиво независимо от членов выше первого порядка малости.

Для дальнейшего анализа оценим характерные диапазоны значений параметров системы. Число шариков  $n$ , обычно применяемое в АБУ, составляет 2–10 (напр., [1, 3, 7]). Значения параметра  $D$ , характеризующего расположение шариков в АБУ в установившемся движении, находятся в интервале  $0 \leq D \leq 1$  (9). Относительная масса шариков обычно составляет 0,001...0,01 [1–6], поскольку подбирается из условия обеспечения устранения имеющегося дисбаланса диска. В условиях естественного внешнего демпфирования ротора безразмерный параметр  $B = 0,01...0,2$  [8]. Определим величину параметра  $B_0$ , характеризующего вязкое трение шарика при его движении в полости АБУ, заполненной жидкостью (обычно маслом). Как известно, при движении шарика диаметром  $d$  в вязкой жидкости с отно-

сительной скоростью  $v_s$  на него воздействует сила вязкого трения  $F_s = 3\pi d\eta v_s$ , где  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости. Из уравнения движения шарика в АБУ (1) следует, что эта же сила равна  $m\beta_0 R(\dot{\phi}_j - \omega)$ , причем относительная линейная скорость  $v_s = R(\dot{\phi}_j - \omega)$ . Сопоставление этих формул показывает, что  $\beta_0 = 3\pi d\eta/m$  и  $B_0 = \beta_0/p = 3\pi d\eta/(mp)$ . Учитывая, что массу шарика можно выразить через плотность  $\rho_s$  и объем  $V_s = \pi d^3/6$ , окончательно получаем  $B_0 = 18\eta/(d^2\rho_s p)$ . Оценим  $B_0$  при характерных значениях параметров:  $d = 12$  мм;  $\rho_s = 7800$  кг/м<sup>3</sup> (для стали);  $p = 200$  рад/с;  $\eta = 0,015$  Па·с (для масла индустриального при температуре 20°C). В этом случае  $B_0 = 0,0012$ . Исходя из этого принимаем характерный диапазон значений  $B_0 = 0,0002 \dots 0,002$ . На основании характерных диапазонов значений параметров системы можно обоснованно полагать параметры  $\mu$  и  $B_0$  малыми.

Для устойчивости движения необходимым, но недостаточным условием является положительность коэффициентов характеристического полинома (при  $a_0 > 0$ ). Как следует из (10), это приводит к известному условию  $\Omega > 1$  (далее будем полагать, что оно выполняется), а также к условию  $D < 1$  (выполняется при всех возможных значениях  $D$ , кроме  $D = 1$ ).

При  $D = 1$ , как видно из (9) и (10), характеристическое уравнение имеет нулевой корень, т.е. наблюдается особый случай, когда для исследования устойчивости движения недостаточно одних уравнений первого приближения, а необходимо учитывать влияние нелинейных членов. Значение  $D = 1$  возможно при следующих вариантах устойчивого расположения шариков в АБУ: 1)  $\alpha_j = \pm\pi$ ; 2)  $\alpha_j = \pm 0,5\pi$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . Первый вариант физически нереализуем, поскольку шарики должны наложиться друг на друга. Согласно второму варианту шарики поровну распределяются в конечных точках диаметра, перпендикулярного линии дисбаланса диска. Это возможно либо при нулевом эксцентриситете диска ( $r = 0$ ), либо при бесконечно большой массе шариков ( $\mu = \infty$ ), что также нереально. Существуют другие варианты расположения шариков, при которых  $D = 1$ , но они заведомо неустойчивы [2]. Поэтому далее полагаем, что  $D \neq 1$ .

Чтобы получить приближенные выражения для корней характеристического уравнения, необходимо положить малые параметры  $\mu$  и  $B_0$  равными нулю. Тогда из (9) имеем  $(L_1^2 + L_2^2)L_6^2 = 0$ , откуда, учитывая, что  $B^2 \ll 1$ , получаем начальное приближение корней:  $\Delta_{1-4} = 0$ ;  $\Delta_{5-8} = -0,5B \pm i(\Omega \pm 1)$ .

Представляется целесообразным уточнить выражения для близких к нулю корней  $\Delta_{1-4}$ , поскольку именно они, а точнее их вещественные части, будут определять границы устойчивости в отличие от корней  $\Delta_{5-8}$ , имеющих однозначно отрицательные вещественные части. Предварительно уточним величину  $L_6$ . Для этого выразим  $L_6$  из (9) через остальные параметры системы и подставим в правую часть полученного выражения начальное приближение корня  $\Delta^{(0)} = 0$ . Тогда с учетом того, что  $B^2 \ll 1$ , получим

$$L_6 = -0,5\eta\mu(1 \pm \sqrt{D}) \frac{\Omega^4}{\Omega^2 - 1}.$$



Поскольку  $L_6 = \Delta^2 + B_0\Delta$ , имеем квадратное уравнение относительно  $\Delta$ , откуда и получаем уточненное выражение для корней  $\Delta_{1-4}$ .

В результате приближенные выражения для корней характеристического уравнения можно записать в виде

$$\Delta_{1-4} = -\frac{1}{2}B_0 \pm i\sqrt{\frac{1}{2}n\mu(1 \pm \sqrt{D})\frac{\Omega^4}{\Omega^2 - 1}}; \quad \Delta_{5-8} = -\frac{1}{2}B \pm i(\Omega \pm 1). \quad (11)$$

Отметим, что приближенные выражения, полученные известными способами для корней, могут отличаться между собой. Здесь приведены выражения, наилучшим образом соответствующие данным численного анализа характеристического уравнения.

Несмотря на свою приближенность, выражения (11) позволяют отметить некоторые особенности частотного спектра колебаний в возмущенном движении в режиме автобалансировки. Одной из специфических особенностей является то, что независимо от числа шариков в АБУ ( $n \geq 2$ ) количество частот, при которых происходят колебания в механической системе, всегда ограничено. Существенно различных частот не более четырех, если рассматривать движение во вращающейся системе координат, и не более пяти, если рассматривать абсолютное движение. При переходе от вращающейся системы координат к неподвижной системе частоты колебаний  $\text{Im}(\Delta_{1-4})$  переходят в  $\Omega \pm \text{Im}(\Delta_{1-4})$ , а частоты  $\text{Im}(\Delta_{5-8})$  – в собственную частоту ротора. Одна часть частотного спектра ( $\text{Im}(\Delta_{5-8})$ ) соответствует собственной частоте ротора, другая ( $\text{Im}(\Delta_{1-4})$ ) – собственным частотам колебаний шариков относительно диска. Причем величина последних на 1-2 порядка ниже первых. Иными словами, шарики, вращаясь вместе с диском, совершают относительно него медленные колебательные движения. Такое поведение движения подтверждается также экспериментальными исследованиями [7]. Характерно, что в частотном спектре вследствие наличия эффекта автобалансировки отсутствует частота вращения ротора. При учете нелинейных свойств АБУ в его спектре будут присутствовать кратные частоты.

Вернемся к анализу области устойчивости автобалансировки. Учитывая, что характеристическое уравнение имеет восьмой порядок, аналитически определить границы устойчивости с помощью условий Гурвица или других методов (например,  $D$ -разбиение) невозможно. Полученные выражения (11) также не позволяют это сделать ввиду своей приближенности. Поэтому для определения границ устойчивости будем использовать прямой численный анализ знаков вещественных частей корней характеристического уравнения в форме (9) в установленном пространстве характерных значений безразмерных параметров механической системы.

Численный анализ показывает, что при неизменных значениях параметров механической системы устойчивость автобалансировки может быть обеспечена лишь при условии, что скорость вращения ротора достаточно велика:  $\Omega > \Omega_y$ , где  $\Omega_y$  – граница зоны устойчивости, превышающая собственную частоту  $\Omega = 1$ . И обратное – при заданной скорости вращения (сколь

высока она бы не была) всегда существует сочетание параметров, при которых режим автобалансировки теряет устойчивость. Численные расчеты позволили обнаружить наличие только одной (нижней) границы области устойчивости автобалансировки. Минимально возможное значение границы устойчивости  $\Omega_{y \min} = 1,15 \dots 1,20$ .

На рис. 2 показано влияние параметров ротора и АБУ на границу устойчивости автобалансировки. Как видно из рис. 2,а,б, демпфирование в механической системе оказывает неоднозначное влияние на границу устойчивости. С одной стороны, увеличение демпфирования шариков  $B_0$  расширяет область устойчивости, т.е. снижает  $\Omega_y$ , с другой – рост внешнего демпфирования ротора  $B$ , наоборот, повышает  $\Omega_y$ , что является нехарактерным с точки зрения общих закономерностей колебаний механических систем и, по-видимому, может быть объяснено следующим образом. В случае малого демпфирования ротора  $B$  почти сразу за критической скоростью вращения  $\Omega > 1$  устанавливается сдвиг фаз между возмущающей силой и перемещением диска, близкий к  $\pi$ . При этом наиболее удаленным от оси вращения оказывается “легкое” место диска, куда и устремляются шарики в автобалансире, что, собственно, и обеспечивает возможность проявления эффекта автобалансировки. При увеличении  $B$  сдвиг фаз уменьшается, что может привести к потере устойчивости автобалансировки. Заметим, что, как установлено в [9], внешнее демпфирование ротора абсолютно не влияет на положения шариков  $\alpha_j$  относительно АБУ в установившемся движении, поскольку при автобалансировке отсутствуют поперечные колебания ротора, а значит, и силы трения. Однако в указанной работе сделан вывод о независимости также условий устойчивости от параметра  $B$ , что не соответствует полученному выше результату. Причиной этого является то, что в [9] при анализе устойчивости использовалось осреднение части дифференциальных уравнений движения.

Отметим, что при полном отсутствии демпфирования шариков ( $B_0 = 0$ ) или ротора ( $B = 0$ ) устойчивость автобалансировки не может быть обеспечена ни при каких значениях остальных параметров и скорости вращения (рис. 2,а,б).

Как видно из рис. 2, с ростом относительной массы шарика  $\mu$  расширяется граница области устойчивости  $\Omega_y$ . Аналогичное влияние на  $\Omega_y$  оказывает также число шариков  $n$  (рис. 2,в). Однако необходимо учитывать, что при достаточно большом числе шариков  $n$  вследствие трения их демпфирование будет заметно увеличиваться, что способствует снижению  $\Omega_y$ .

Расположение шариков  $\alpha_j$  в автобалансире может существенно влиять на границу устойчивости (рис. 2,г). При приближении  $D$  к нулю величина  $\Omega_y$  резко возрастает до больших, хотя и конечных значений. Эта особенность, по-видимому, объясняется тем, что при  $D = 0$  имеют место кратные частоты колебаний, что следует из (11). Заметим также, что, например, в случае двухшарикового автобалансира равенство  $D = 0$  реализуется при  $\alpha_{1,2} = \pm 0,75\pi$  и емкости АБУ  $E = \eta\mu R / (\mu_c r) = 2^{0,5}$ , равенство  $D = 1$  – при



$\alpha_{1,2} = \pm\pi$  или  $\alpha_{1,2} = \pm 0,5\pi$  и емкости АБУ  $E = 1$  или  $E = \infty$  соответственно. Причем в первом случае относительная масса шарика  $\mu$  значительно меньше, чем во втором, что предпочтительнее.

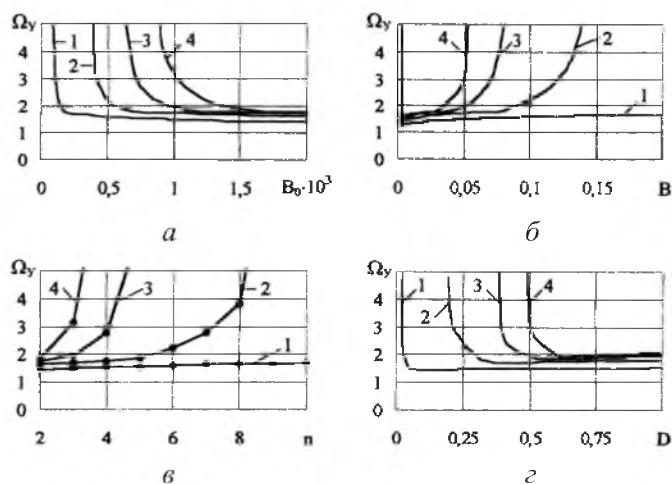


Рис. 2. Зависимость границы устойчивости автобалансировки от параметров механической системы при  $B = 0,05$ ,  $n = 3$ ,  $D = 0,5$  (а);  $B_0 = 0,001$ ,  $n = 3$ ,  $D = 0,5$  (б);  $B_0 = 0,001$ ,  $B = 0,05$ ,  $D = 0,5$  (в);  $B_0 = 0,001$ ,  $B = 0,05$ ,  $n = 3$  (г): 1 –  $\mu = 0,001$ ; 2 –  $\mu = 0,004$ ; 3 –  $\mu = 0,007$ ; 4 –  $\mu = 0,01$ .

Приведенные выше результаты получены при расположении автобалансира в плоскости, совпадающей с плоскостью дисбаланса диска. Однако подобное расположение АБУ в реальной машине далеко не всегда возможно в силу ее конструктивных и функциональных особенностей. Ранее [10] установлено, что уравнения движения ротора на шарнирной и податливой опорах с автобалансиrom, расположенным в некотором произвольном сечении его конструкции, совпадают с известными уравнениями (1) при формальной замене параметров  $m$ ,  $R$ ,  $p$  параметрами  $m_v = (1 + \nu)^2 m$ ,  $R_v = R/(1 + \nu)$ ,  $p_v = p[(M + nm)/(M + n(1 + \nu)^2 m)]^{0,5}$ , где  $\nu = L_A/L_0$ ;  $L_A$ ,  $L_0$  – расстояния от шарнирной опоры до диска и от диска до плоскости АБУ соответственно. В связи с этим полученные выше результаты можно распространить также на случай произвольного расположения автобалансира на роторе. Отсюда видно, что смещение АБУ в ту или иную сторону относительно плоскости дисбаланса ротора оказывает влияние не только на эффективность автобалансировки [10], но и на ее устойчивость.

Таким образом, определена область устойчивости автобалансировки в зависимости от параметров механической системы и получены приближенные выражения для корней характеристического уравнения. Характеристическое уравнение в виде (9) или (10), а также данные на рис. 2 позволяют количественно оценивать значение граничной скорости  $\Omega_y$ , на которое оказывают нетривиальное влияние все основные параметры механической системы. Устойчивость и эффективность автобалансировки можно обеспечить при увеличении демпфирования шариков  $B_0$ , снижении демпфирования

ния ротора  $B$  до некоторой достаточно малой величины и уменьшении относительной массы шарика  $\mu$  до минимально необходимого уровня, при котором емкость АБУ несколько больше единицы, а также расположении АБУ в плоскости, проходящей через центр масс диска. Установленное своеобразие частотного спектра колебаний следует учитывать при отстройке механической системы от резонансных частот. Результаты работы могут быть полезны при исследовании, проектировании и доводке конструкций роторов с шариковым автобалансиром.

### Резюме

Проаналізовано стійкість автобалансування ротора за допомогою кульок у залежності від параметрів ротора й автобалансира. Отримано наближені вирази для коренів характеристичного рівняння. Установлено характерні особливості частотного спектра коливань. Отримані результати дозволяють кількісно оцінити значення межі області стійкості. Надано рекомендації для забезпечення стійкості й ефективності автобалансування.

1. Гусаров А. А., Сусанин В. И., Шаталов Л. Н., Грушин Б. М. Автоматическая балансировка роторов машин. – М.: Наука, 1979. – 151 с.
2. Блехман И. И. Синхронизация в природе и технике. – М.: Наука, 1981. – 352 с.
3. Нестеренко В. П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1985. – 84 с.
4. Артюнин А. И. Исследование движения ротора с автобалансиром // Изв. вузов. Машиностроение. – 1993. – № 1. – С. 15 – 19.
5. Горбенко А. Н., Радченко О. П. Определение границ устойчивости процесса автобалансировки ротора шарами путем численного решения уравнений движения // Механика и машиностроение. – 2000. – № 1. – С. 123 – 127.
6. Детинко Ф. М. Об устойчивости работы автобалансира для динамической балансировки // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. Механика и машиностроение. – 1959. – № 4. – С. 38 – 45.
7. Рейбах Ю. С. Устройства для балансировки шлифовальных кругов. – М.: НИИМАШ, 1967. – 84 с.
8. Кельзон А. С., Циманский Ю. П., Яковлев В. И. Динамика роторов в упругих опорах. – М.: Наука, 1982. – 280 с.
9. Нестеренко В. П. Учет вязкого сопротивления при определении условий автоматической балансировки // Изв. вузов. Сер. Машиностроение. – 1989. – № 4. – С. 39 – 41.
10. Горбенко А. Н. Влияние расположения ширикового автобалансира в конструкции однодискового ротора на шарнирной и податливой опорах на эффективность автобалансировки // Вестн. технол. ун-та Подолья. Ч. 1. Техн. науки. – 2001. – № 1. – С. 43 – 47.

Поступила 11. 04. 2002