

## **Бифуркация трещин в ламинарных керамических композиционных материалах с жесткими межслоевыми связями**

**Г. А. Гогоци, Н. И. Луговой, В. Н. Слюняев**

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*Выполнен анализ бифуркации трещины в симметричном двухкомпонентном слоистом композите. Установлены геометрические условия, ограничивающие проявление этого эффекта. Показано, что область бифуркации определяется следующими параметрами: число слоев, температурный диапазон охлаждения, упругие константы и коэффициенты термического расширения слоев. Условия проявления бифуркации в образце с заданным числом слоев композита сопоставлены с соответствующими условиями для образца с фиксированной суммарной толщиной.*

**Ключевые слова:** керамический материал, слоистый композит, хрупкое разрушение, трещиностойкость, внутренние напряжения, бифуркация трещины.

**Введение.** Общеизвестно, что, являясь хрупкой, керамика склонна к катастрофическому разрушению и поэтому не всегда пригодна для использования в ответственных изделиях. В связи с этим большое внимание уделяется повышению ее трещиностойкости двумя путями: исключение внутренних (структурных) дефектов, в том числе использование нанопорошков для изготовления керамики, и введение армирующих элементов, способствующих торможению трещин, образующихся по достижении предельного состояния. Трещиностойкость может повышаться благодаря исключению внутренних концентраторов напряжений, но при этом возникает опасность появления дефектов в процессе эксплуатации керамических изделий. Создание керамических композитов весьма перспективно и принесло уже результаты, например, при использовании в качестве армирующих элементов вискерсов и волокон. Однако применяемые технологии дорогостоящие и технически трудно реализуемы. Предпринимаются попытки с помощью обычных недорогих технологий изготавливать ламинарные (слоистые) керамические композиты. Заметим, что если такие композиты рассматривать не с позиции материаловедения, а механики, то это, скорее, не материал, а конструкция (такими же, например, являются панцири улиток [1]), собранная из слоев различных материалов, ориентированных так, чтобы обеспечивалось максимально возможное сопротивление изгибающим нагрузкам, часто встречающимся на практике.

В ламинарных керамических композитах могут иметь место мягкие и жесткие межслойные связи. В случае мягких связей при перегрузках может происходить ограниченное смещение слоев или даже их отрыв друг от друга (эффект деляминации). Не исключено также разрушение некоторых слоев. Благодаря этому происходит релаксация действующих напряжений, поглощение энергии разрушения и торможение образовавшихся трещин. Иначе говоря, такой композит является внутренне ненагруженной конструкцией, в которой создаются условия для релаксации внутренних напряжений первого

рода, появление которых возможно при “сборке” (компактировании) композита. Жесткие межслойные связи – это прочно связанные слои из материалов с отличающимися коэффициентами линейного термического расширения и модулями упругости. При охлаждении после спекания ниже температуры размягчения в них формируются поля внутренних напряжений (рис. 1) – это фактически внутренне напряженные слоистые конструкции. Для таких композитов характерны малая вероятность накопления повреждений при циклическом и особенно при знакопеременном нагружении, а также возможность создания сжимающих напряжений в наружном слое с эффектом, имеющим место для закаленного стекла. Их трещиностойкость может быть повышена, например, за счет бифуркации (раздвоения) развивающейся трещины [2] (рис. 2).



Рис. 1. Двухкомпонентный слоистый композит: 1 – слои первого компонента, включающие два наружных слоя; 2 – слои второго компонента.

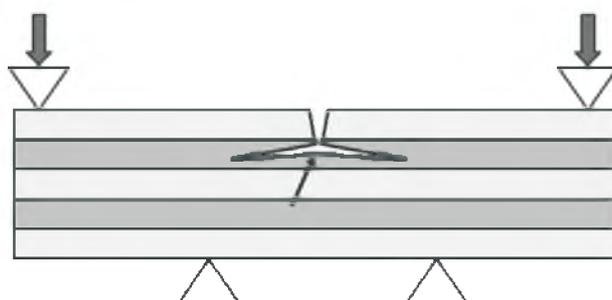


Рис. 2. Бифуркация трещины при изгибе (указана стрелкой).

В [3] явление бифуркации наблюдалось в слоистом керамическом композите, когда трещина входила в тонкий слой оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ), расположенный между более толстыми слоями  $ZrO_2$  с добавкой 12% диоксида церия. Остаточные сжимающие напряжения в слоях  $Al_2O_3$ , возникающие при охлаждении из-за разности коэффициентов термического расширения их материалов, составляли примерно 1,8 ГПа. Ввиду значительной толщины слоев из диоксида циркония они были почти свободны от растягивающих внутренних напряжений. При этом, несмотря на то что остаточные сжимающие напряжения почти идентичны во всех слоях  $Al_2O_3$ , бифуркация наблюдалась только в слоях толщиной не менее 70 мкм.

Авторы работы [4] явление бифуркации обнаружили при исследовании слоистого керамического композита, содержащего тонкий слой из смеси оксида циркония нестабилизированного  $ZrO_2$  (моноклинная фаза MZ) и

частично стабилизированного  $ZrO_2$  с 3 мол.%  $Y_2O_3$  (тетрагональная фаза TZ). Этот слой располагался между двумя более толстыми слоями  $ZrO_2$ , состоящими из TZ с добавкой 0,05%  $Al_2O_3$ . Остаточные сжимающие напряжения в тонком слое возникали вследствие фазового превращения (моноклинная  $\rightarrow$  тетрагональная фаза) в  $ZrO_2$ . Температура этого превращения и обусловленная им деформация изменялись в зависимости от содержания компонентов в смеси MZ/TZ. Было показано [4], что бифуркация трещины в условиях трехточечного изгиба образцов происходит в случае, если тонкий слой содержит не менее 0,4 объемной доли MZ и его толщина находится в пределах 50...150 мкм. В более тонких слоях бифуркация не наблюдалась. В [5] бифуркация трещины была обнаружена в слоистом композите системы  $Al_2O_3/50\%MZ + 50\%Al_2O_3$ . Критическая толщина слоя, в котором имела место бифуркация трещины, в этой системе составляла 25 мкм.

Полученные в [3, 4] результаты свидетельствуют о том, что эффект бифуркации трещины зависит не только от абсолютной величины остаточного напряжения, но и от толщины слоя. Цель данной работы – анализ совместного вклада отмеченных факторов в явление бифуркации при неизменной суммарной толщине слоистого композита. Особенности бифуркации в этих условиях сопоставляются со случаем, когда толщина композита изменяется, а заданным параметром служит число его слоев. Для проверки аналитических результатов используются экспериментальные данные работы [4].

**Остаточные напряжения в слоистом композите.** Ниже анализируются двухкомпонентные слоистые композиты с симметричной макроструктурой (рис. 1). Суммарное число слоев  $N$  такого композита нечетное. Далее слои первого компонента, включая два наружных слоя, обозначим 1 ( $j = 1$ ), второго – 2 ( $j = 2$ ). Очевидно, число слоев первого компонента равно  $(N + 1)/2$ , второго –  $(N - 1)/2$ . Полагаем, что толщины всех слоев данного компонента одинаковы.

Рассмотрим образец прямоугольного поперечного сечения высотой  $h$  (или полная толщина образца) и шириной  $b$ . Считаем, что два компонента слоистой структуры имеют различные коэффициенты термического расширения  $\alpha_{Tj}$ . Тогда разница температур  $\Delta T$  между комнатной и температурой, ниже которой наблюдается упругое деформирование слоев во время охлаждения материала, является начальным параметром, определяющим величину остаточных напряжений в слоях.

Следует отметить, что такие характеристики отдельных компонентов слоистой структуры, как предел прочности, модули Юнга, критические коэффициенты интенсивности напряжений (трещиностойкость), коэффициенты линейного термического расширения, влияют на механизм разрушения слоистого композита [6]. В процессе охлаждения слоистого образца из-за различия коэффициентов термического расширения происходит деформация слоев, которая при достаточно высокой температуре компенсируется за счет проскальзывания. Однако ниже определенной температуры, так называемой температуры “сцепления”, различные компоненты становятся жестко связанными друг с другом, что приводит к появлению внутренних напряжений. Обычно температура “сцепления” известна только приближенно, что вызы-

вает некоторые трудности при оценке уровня таких напряжений. В каждом слое полная деформация после спекания представляет собой сумму упругой и термической компонент [6]. В случае жесткой связи между слоями указанная деформация будет постоянной для всех слоев:

$$e_j = \frac{\sigma_{rj}}{E'_j} + \alpha_{Tj} \Delta T = \text{const}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{rj}$  – величина остаточного напряжения в слое  $j$ -го компонента;  $E'_j = E_j / (1 - \nu_j)$ ;  $\nu_j$  – коэффициент Пуассона материала  $j$ -го компонента.

Уравнение равновесия запишем в виде

$$\sum_j \sigma_{rj} f_j = 0, \quad (2)$$

где  $f_j$  – объемная доля  $j$ -го компонента в слоистом композите.

Для двухкомпонентного материала  $f_j$  описывается выражениями:

$$f_1 = \frac{(N+1)l_1}{2h}; \quad f_2 = \frac{(N-1)l_2}{2h}.$$

Из уравнений (1), (2) получаем соотношения для величин внутренних напряжений, действующих в слоях:

$$\sigma_{r1} = \frac{E'_1 E'_2 f_2 (\alpha_{T2} - \alpha_{T1}) \Delta T}{E'_1 f_1 + E'_2 f_2}; \quad (3)$$

$$\sigma_{r2} = \frac{E'_2 E'_1 f_1 (\alpha_{T1} - \alpha_{T2}) \Delta T}{E'_1 f_1 + E'_2 f_2}. \quad (4)$$

В данной работе рассматривается слоистый композит, в котором слой 1 имеет растягивающие остаточные напряжения, слой 2 – сжимающие. Отметим, что выражения (3), (4) могут быть обобщены в случае, когда в слоистой структуре имеются также другие источники внутренних напряжений кроме неоднородности термического расширения материалов слоев. Для этого параметр  $(\alpha_{T1} - \alpha_{T2}) \Delta T$  в (3), (4) необходимо заменить разницей деформаций  $\Delta \epsilon$  слоев 1 и 2, обусловленной не только различием коэффициентов термического расширения слоев, но и объемными изменениями, вызванными, например, кристаллографическими фазовыми превращениями.

**Определение области бифуркации.** Рассмотрим трещину, распространяющуюся поперек слоев композита (рис. 3), в результате чего образуются две свободные поверхности. Вблизи поверхностей трещины возникает поле краевых напряжений [3, 7]. Краевое растягивающее напряжение как раз и

является той движущей силой, которая может вызвать бифуркацию распространяющейся трещины в слое со сжимающими напряжениями. Тогда, аналогично эффекту краевого растрескивания, можно ожидать, что существует некоторая толщина слоя, ниже которой бифуркация не происходит.

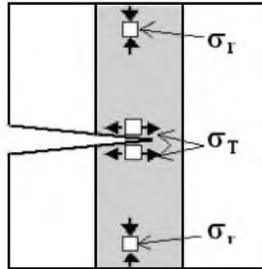


Рис. 3. Схема распространения трещины в слоистом композите в поле остаточных сжимающих напряжений.

В [3] показано, что образование трещин вблизи свободной поверхности слоя со сжимающими напряжениями зависит как от величины действующего напряжения, так и от толщины слоя. Там же приведено выражение для скорости высвобождения энергии трещины, находящейся в этом высоколокализованном поле растягивающих напряжений. Критическая толщина слоя, выше которой может происходить краевое растрескивание, может быть определена из уравнения

$$l = \frac{G_{c2} E_2}{0,34(1 - \nu_2^2) \sigma_{r2}^2}, \quad (5)$$

где  $G_{c2}$  – критическая скорость высвобождения энергии материала слоя 2, причем  $G_{c2} E_2 / (1 - \nu_2^2) = K_{c2}^2$ ;  $K_{c2}$  – трещиностойкость материала слоя 2. С использованием результатов [7, 8] можно показать, что для бифуркации справедливо условие, аналогичное (5):

$$l_2 \geq \frac{G_{c2} E_2}{Z(1 - \nu_2^2) \sigma_{r2}^2}, \quad (6)$$

где  $Z \approx 0,17$  отличается от 0,34 в (5) вследствие определенных геометрических различий между бифуркацией и краевым растрескиванием. Сжимающее напряжение в (5) с помощью выражений для  $f_1$  и  $f_2$  и уравнения (4) можно представить следующим образом:

$$\sigma_{r2} = \frac{E_2 \Delta \alpha \Delta T}{(1 - \nu_2) \left( 1 + \frac{E_2}{E_1} \left( \frac{N-1}{N+1} \right) \left( \frac{1-\nu_1}{1-\nu_2} \right) \frac{l_2}{l_1} \right)}, \quad (6a)$$

где  $\Delta \alpha = \alpha_{T1} - \alpha_{T2}$ .

С использованием (4) критерий бифуркации трещины (6) можно записать в виде

$$\frac{l_2}{\left(1 + \frac{E_2}{E_1} \left(\frac{N-1}{N+1}\right) \left(\frac{1-\nu_1}{1-\nu_2}\right) \frac{l_2}{l_1}\right)^2} \geq \frac{(1-\nu_2)^2 K_{c2}^2}{Z(E_2 \Delta\alpha \Delta T)^2} \quad (6б)$$

или

$$l_2 - l_c \left(1 + \frac{E_2}{E_1} \left(\frac{N-1}{N+1}\right) \left(\frac{1-\nu_1}{1-\nu_2}\right) \frac{l_2}{l_1}\right)^2 \geq 0, \quad (6в)$$

где  $l_c = \frac{(1-\nu_2)^2 K_{c2}^2}{Z(E_2 \Delta\alpha \Delta T)^2}$  – характеристическая толщина слоя 2.

Зависимость характеристического размера  $l_c$  от разности коэффициентов термического расширения  $\Delta\alpha$  при различных значениях параметра  $\Delta T$  показана на рис. 4. Видно, что величина  $l_c$  уменьшается с ростом  $\Delta T$  и  $\Delta\alpha$ .

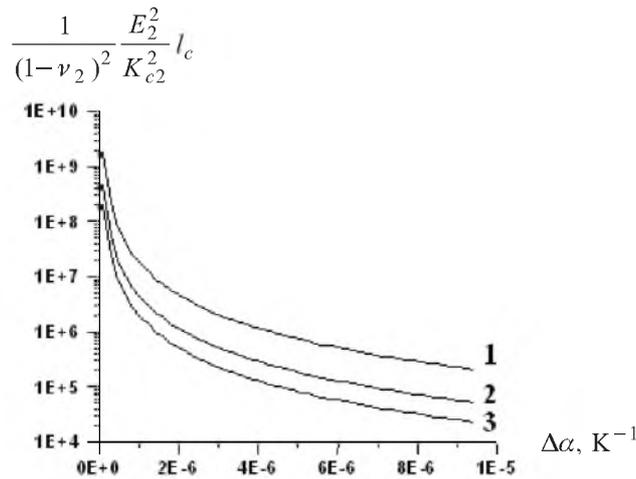


Рис. 4. Зависимость характеристического размера  $l_c$  от разности коэффициентов термического расширения при различных значениях  $\Delta T$ : 1 –  $\Delta T = 400$  К; 2 –  $\Delta T = 800$  К; 3 –  $\Delta T = 1200$  К.

Вводя обозначение  $a = \frac{E_2}{E_1} \left(\frac{N-1}{N+1}\right) \left(\frac{1-\nu_1}{1-\nu_2}\right) \frac{l_c}{l_1}$ , получаем выражение

$$\frac{a^2}{l_c} l_2^2 - (1-2a)l_2 + l_c \leq 0. \quad (7)$$

В случае фиксированного числа слоев композита величина  $a$  является константой при данном  $l_1$ . Следовательно, получено квадратное уравнение относительно  $l_2$ . Из этого уравнения можно найти верхний и нижний пределы толщин сжатых слоев  $l'_{b2}$  и  $l''_{b2}$ , между которыми будет происходить бифуркация трещины [9]:

$$l''_{b2} = \frac{1 - 2a - \sqrt{1 - 4a}}{2a^2} l_c; \quad (8)$$

$$l''_{b2} = \frac{1 - 2a + \sqrt{1 - 4a}}{2a^2} l_c.$$

Толщина слоя 2, при котором имеет место бифуркация, может быть определена из выражения

$$l'_{b2}(l_1) \leq l_2 \leq l''_{b2}(l_1).$$

На рис. 5,а показаны области бифуркации трещины. Толщины слоев, соответствующие границе области бифуркации, зависят от упругих постоянных и числа слоев  $N$  композита, различия между коэффициентами термического расширения, а также разности температур  $\Delta T$ . Для заданной толщины слоя с растягивающими остаточными напряжениями существует интервал толщин со сжимающими напряжениями, в пределах которого имеет место бифуркация трещины. Границы области бифуркации для двух значений параметра  $E_2/E_1$  представлены на рис. 5,б.

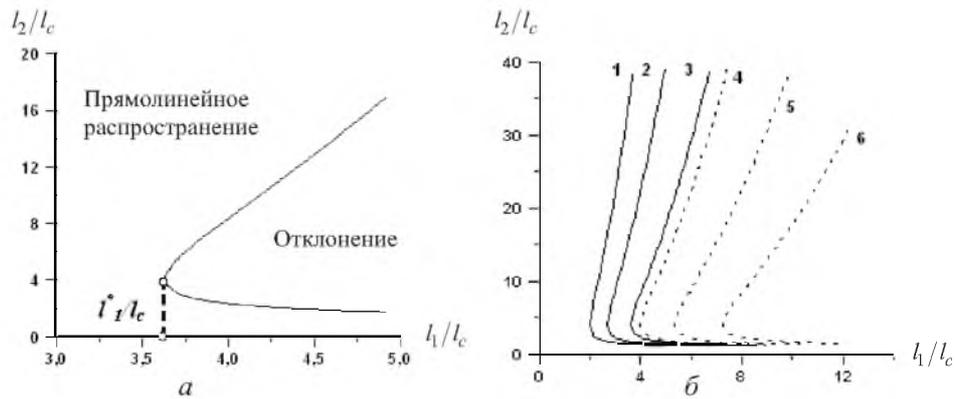


Рис. 5. Область бифуркации трещины (а) и ее границы (б): 1, 2, 3 –  $N = 3, 5, 21$  соответственно,  $E_2/E_1 = 1$ ; 4, 5, 6 –  $N = 3, 5, 21$  соответственно,  $E_2/E_1 = 2$  (случай фиксированного числа слоев).

Уравнение (8) имеет действительные корни при условии

$$1 - 4a \geq 0 \quad \text{или} \quad a \leq 0,25, \quad (9)$$

которое эквивалентно выражению

$$l_1 \geq l_1^*, \quad (10)$$

где  $l_1^* = 4 \frac{E_2}{E_1} \left( \frac{N-1}{N+1} \right) \left( \frac{1-\nu_1}{1-\nu_2} \right) l_c$  – характеристическая толщина слоя 1.

Таким образом, при толщине слоя 1, меньшей  $l_1^*$ , бифуркация трещины не происходит. Зависимость характеристической толщины слоя 1  $l_1^*/l_c$  от

параметра  $E_2/E_1$  показана на рис. 6. Видно, что для проявления эффекта бифуркации существуют геометрические ограничения на толщины слоев.

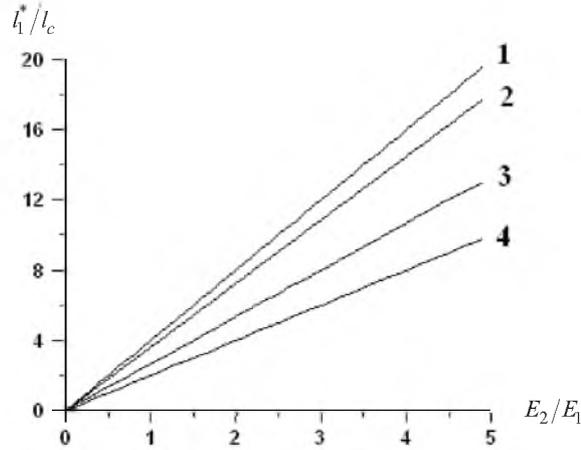


Рис. 6. Зависимость характеристической толщины слоя 1  $l_1^*/l_c$  от отношения  $E_2/E_1$ : 1 –  $N = \infty$ ; 2 –  $N = 21$ ; 3 –  $N = 5$ ; 4 –  $N = 3$ .

При фиксированной полной толщине образца  $h$  параметр  $a$  зависит от  $l_1$  и  $l_2$ . Действительно, полная толщина образца будет

$$h = \frac{N+1}{2}l_1 + \frac{N-1}{2}l_2, \quad (11)$$

откуда  $h - l_1 = \frac{N-1}{2}(l_1 + l_2)$  и  $h + l_2 = \frac{N+1}{2}(l_1 + l_2)$ , что приводит к выражению

$$\frac{N-1}{N+1} = \frac{h-l_1}{h+l_2}. \quad (12)$$

Используя соотношение

$$a = \frac{E_2}{E_1} \left( \frac{h-l_1}{h+l_2} \right) \left( \frac{1-\nu_1}{1-\nu_2} \right) \frac{l_c}{l_1} = \frac{E_2}{E_1} \left( \frac{1-\nu_1}{1-\nu_2} \right) \left( \frac{\frac{h}{l_c} - 1}{(h/l_c) + (l_2/l_c)} \right),$$

с учетом подстановок

$$A = \frac{E_2}{E_1} \left( \frac{1-\nu_1}{1-\nu_2} \right) \left( \frac{h/l_c}{l_1/l_c} - 1 \right), \quad H = \frac{h}{l_c}, \quad l_2^* = \frac{l_2}{l_c}$$

имеем

$$a = \frac{A}{H + l_2^*}.$$

Тогда из (7) получаем уравнение

$$-A^2 \frac{l_2^{*2}}{(H + l_2^*)^2} + \left(1 - \frac{2A}{H + l_2^*}\right) l_2^* - 1 = 0,$$

которое преобразуется к виду

$$l_2^{*3} + (2H - (A + 1)^2) l_2^{*2} + H(H - 2(A + 1)) l_2^* - H^2 = 0. \quad (13)$$

Таким образом, получено кубическое уравнение для  $l_2^*$ . Рассматриваемая симметричная конфигурация композита может иметь не менее трех слоев. Тогда для фиксированной суммарной толщины образца получаем дополнительное геометрическое ограничение для  $l_2^*$ :

$$0 < l_2^* \leq H - (2l_1/l_c).$$

В этом случае уравнение  $l_2^* = H - (2l_1/l_c)$  определяет верхнюю границу области бифуркации на диаграмме  $l_2 - l_1$ . Кубическое уравнение (13) может иметь один, два либо три действительных корня, определяющих нижнюю границу области бифуркации, причем физический смысл имеют только положительные корни. На практике в основном встречаются два случая: 1) для малого  $l_1$  не существует положительного или действительного решения для  $l_2^*$ , т.е. бифуркация не происходит; 2) для  $l_1$ , большего определенного значения, есть одно положительное действительное решение для  $l_2^*$ , т.е. бифуркация происходит при  $l_2$ , большем, чем значение этого корня.

Нами выполнены расчеты областей бифуркации трещины в слоистых композитах со следующими значениями термоупругих параметров: а) разница температур  $\Delta T = -1200$  К; б) модули упругости –  $E_1 = 327$  ГПа;  $E_2 = 310$  ГПа; в) коэффициенты Пуассона –  $\nu_1 = 0,26$ ,  $\nu_2 = 0,27$ ; г) коэффициенты термического расширения –  $\alpha_{r1} = 3,55 \cdot 10^{-5}$  К<sup>-1</sup>,  $\alpha_{r2} = 3 \cdot 10^{-5}$  К<sup>-1</sup>. Вязкость разрушения материала слоя 2 принята  $K_{c2} = 5,5$  МПа<sup>1/2</sup>. Величины термоупругих параметров выбраны соответствующими слоистой системе  $\text{Si}_3\text{N}_4 + 20\%\text{TiN}$  (компонент 1)/ $\text{Si}_3\text{N}_4$  (компонент 2) [9]. Расчетное значение характеристической толщины слоя  $l_c$  при указанных параметрах составляет  $1,267 \cdot 10^{-3}$  м.

Области бифуркации трещины для разных значений фиксированной суммарной толщины образца  $h$  показаны на рис. 7. Видно, что для каждой области бифуркации существуют соответствующие границы. Для расчета использовали следующие значения суммарной толщины образца  $h$ : 4, 12, 20, 28 и 40 мм. Отметим, что при  $h = 4$  мм область бифуркации равна нулю, так как в этом случае расчетная нижняя граница области оказывается выше

верхней границы, обусловленной фиксированной полной толщиной образца. Большой полной толщине образца соответствует большая область бифуркации.

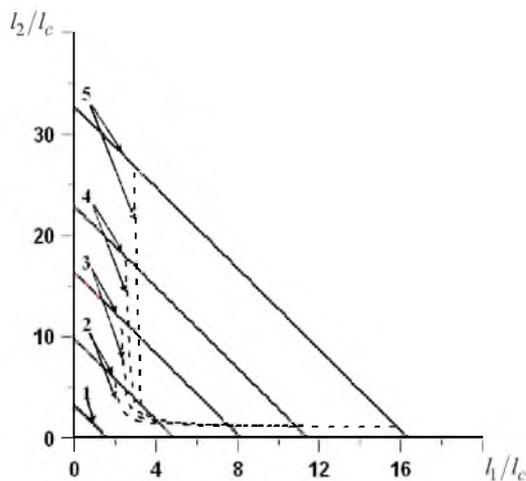


Рис. 7. Области бифуркации трещины для разных значений фиксированной суммарной толщины образца  $h$ : 1 –  $h = 4$  мм; 2 –  $h = 12$  мм; 3 –  $h = 20$  мм; 4 –  $h = 28$  мм; 5 –  $h = 40$  мм. (Сплошные линии – верхние границы области; штриховые – нижние границы.)

Для слоистого композита с фиксированной суммарной толщиной можно ввести понятие “критическое число слоев”. Этот параметр представляет собой максимальное число слоев в образце, при котором имеет место бифуркация. В образце, в котором число слоев превышает указанное критическое значение, бифуркация отсутствует. На рис. 8 для разных значений фиксированной полной толщины образца показано критическое число слоев. Видно, что нельзя создать симметричный слоистый композит с бифуркацией при  $h = 4$  мм, поскольку критическое число слоев для него меньше трех. Для проявления эффекта бифуркации в слоистом композите с  $h = 40$  мм число слоев должно быть не более девяти. Большая толщина образца определяет большее число вариантов макроструктуры слоистого композита, в котором может происходить бифуркация.

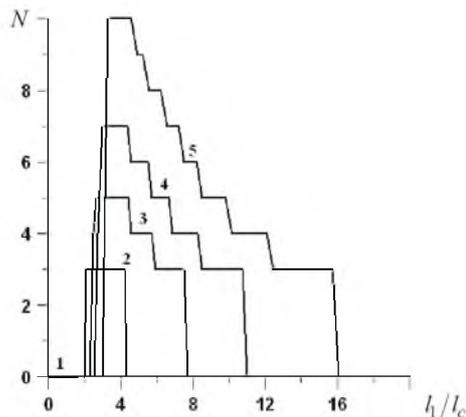


Рис. 8. Критическое число слоев для разных значений фиксированной полной толщины образца  $h$ : 1 –  $h = 4$  мм; 2 –  $h = 12$  мм; 3 –  $h = 20$  мм; 4 –  $h = 28$  мм; 5 –  $h = 40$  мм.

**Сравнение расчетных данных с экспериментальными.** Для проверки теоретических оценок использовались экспериментальные результаты, полученные при испытаниях трехслойных композитов при четырехточечном изгибе [4]. Применялись образцы в виде прямоугольных балок размером  $4 \times 6 \times 50$  мм, которые вырезали из пластинок, спеченных при  $1500^\circ\text{C}$ . Последние представляли собой “сэндвич”, состоящий из двух наружных слоев толщиной 2 мм (состав TZ) и внутреннего слоя (состав MZ +  $n\%$ TZ при  $n = 35, 40, 45, 50, 60, 100$ ). Толщина внутреннего (тонкого) слоя, полученного шликерным литьем, составляла 5, 10, 60, 75, 100 и 150 мкм и регулировалась продолжительностью процесса литья. Из шликера, содержащего смеси MZ и TZ, также изготавливали монолитные образцы размером  $2 \times 5 \times 1$  мм, которые использовали для определения коэффициентов линейного термического расширения, деформаций и температуры, соответствующих фазовому превращению диоксида циркония при охлаждении. Более детальное описание экспериментальной процедуры для исследования бифуркации трещины приведено в работе [4].

В [4] также показано, что в монолитных образцах температура фазового превращения и обусловленное им линейное расширение уменьшаются с увеличением доли TZ. Кроме того, обнаружено, что слоистые образцы, содержащие в тонком слое более 45% MZ, расслаивались при охлаждении от температуры уплотнения в случае, когда толщина этого слоя была более 200 мкм. Поскольку трещина расслоения распространялась по тонкому слою композита, было высказано предположение, что эффект связан с образованием краевой трещины и ее дальнейшим распространением в глубь слоя. Для тонких слоев, содержащих более 40% MZ, краевые трещины обнаруживались вблизи центральной линии слоя, когда его толщина превышала некоторую критическую величину. Для образцов, содержащих чистый MZ, краевая трещина наблюдалась при толщине тонкого слоя, большей 60 мкм. Хотя ярко выраженных краевых трещин в более толстых внутренних слоях не отмечалось, все же поверхность тонких слоев содержала значительное количество микротрещин, параллельных поверхностям раздела слоев. При толщине тонкого слоя 10 мкм микротрещины отсутствовали.

На рис. 9 показана фрактограмма пути распространения трещины в слоистом образце с тонким слоем. Видно, что в случае бифуркации трещина разветвляется в обе стороны от своего первоначального направления. После поворота она проходит значительное расстояние в направлении, перпендикулярном первоначальному, и возвращается к нему, что приводит к разрушению образца.

На рис. 10 в координатах состав слоев – толщина материала тонкого слоя представлены характерные области, в которых наблюдались расслоение, краевое растрескивание и бифуркация трещины. Видно, что краевое растрескивание при охлаждении и бифуркация трещины, которая имела место при нагружении образцов на изгиб, проявлялись только в случае если толщина тонкого слоя колебалась от  $\approx 50$  до 150 мкм и он содержал больше 40% MZ. В более тонких слоях бифуркация трещины не происходила.

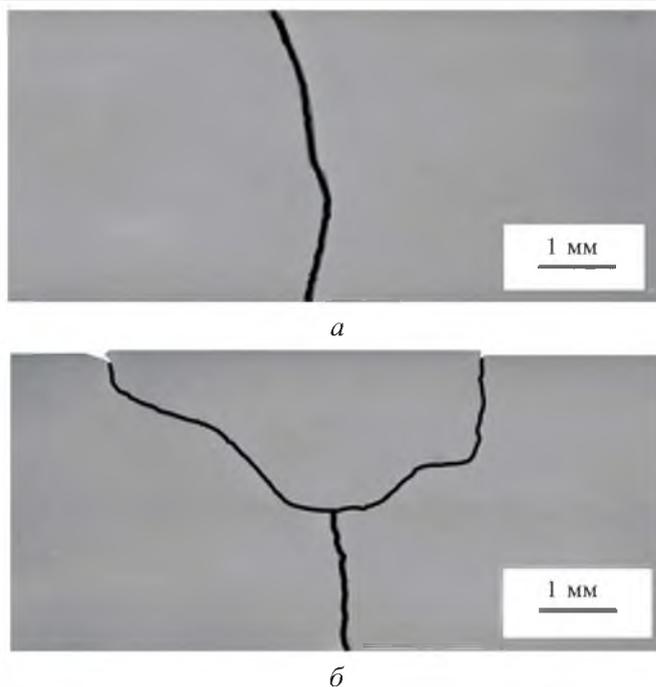


Рис. 9. Результаты исследования бифуркации в образце с тонким слоем, содержащим 50 об.% m-ZrO<sub>2</sub>, методом сканирующей электронной микроскопии: *a* – толщина тонкого слоя 50 мкм, бифуркация отсутствует; *б* – толщина тонкого слоя 100 мкм, интенсивная бифуркация.

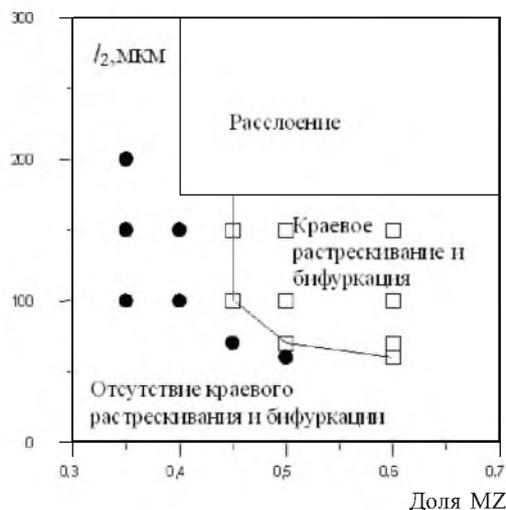


Рис. 10. Расслоение, краевое растрескивание и бифуркация [4], реализуемые в зависимости от толщины и состава слоя 2.

В таблице для слоистых структур системы MZ/TZ приведены характеристическая толщина слоя  $l_c$ , а также некоторые параметры, рассчитанные из уравнений (7), (8). Поскольку внутренние напряжения в этой системе возникают из-за фазового превращения моноклинная фаза  $\rightarrow$  тетрагональная фаза, уравнения для расчета характеристических параметров бифуркации должны быть преобразованы. Необходимые выражения получаются из урав-

нений (6а), (8), (13) путем подстановки  $\Delta\varepsilon_0$  вместо  $\Delta\alpha\Delta T$  ( $\Delta\varepsilon_0$  – связанная с превращением линейная деформация, т.е. разница в единичной длине между внутренним и наружным слоями). Значения деформаций, связанных с фазовым превращением, взяты из таблицы, приведенной в [4]. Значения других параметров приняты равными:  $\nu_1 = \nu_2 = 0,25$ ;  $E_1 = E_2 = 144$  ГПа;  $K_{c2} = 5$  МПа  $\cdot$  м<sup>1/2</sup>.

Отметим, что в зависимости от степени повреждаемости ZrO<sub>2</sub> его модуль упругости лежит в пределах 82...206 ГПа. Выполненное в [4] исследование поверхности полированных образцов, содержащих тонкие слои, показало, что на их поверхности имеют место микротрещины, которые, по-видимому, образуются в процессе фазового превращения. Это позволяет предположить, что микродефекты будут приводить к уменьшению значений упругого модуля и остаточных сжимающих напряжений в слое. В расчетах использовалось значение модуля упругости, находящееся посередине указанного интервала. Расчетные границы областей бифуркации, а также точки, соответствующие исследованным в [4] образцам, показаны на рис. 11. Существует хорошая корреляция между геометрическими параметрами, значения которых соответствуют наблюдаемому экспериментально эффекту бифуркации, и положениями точек в расчетной области бифуркации. Отметим, что в [4] были исследованы только трехслойные образцы. Таким образом, точки, соответствующие реальной структуре, располагаются на верхних границах областей бифуркации. Бифуркация имеет место только тогда, когда соответствующие точки лежат выше нижних расчетных границ ее области.

Прогнозирование, выполненное с использованием модели, проведено для случая, когда внутренние напряжения в многослойной системе возникают вследствие эффекта фазового превращения. Преобразование аналитических выражений для слоистых композитов с внутренними напряжениями, обусловленными разностью коэффициентов термического расширения, не представляет особого труда. Соответствие между аналитическим прогнозированием и экспериментальными данными, полученными на слоистых композитах системы ZrO<sub>2</sub>/ZrO<sub>2</sub>, свидетельствует, что, несмотря на простоту, модель хорошо описывает особенности бифуркации в двухкомпонентной симметричной слоистой системе.

Учитывая, что получение слоистых систем с контролируемой прочностью слабых поверхностей раздела связано со значительными технологическими трудностями, возникает необходимость в разработке аналитических методов оценки эффекта бифуркации, обусловленного распределением остаточных напряжений. В то же время сам эффект бифуркации представляет особый интерес в связи с явлением пороговой прочности слоистой системы, т.е. прочности, ниже которой вероятность разрушения этой системы равна нулю [8]. В работе [8] было показано, что трещины, имеющие значительные размеры, распространяются в пределах растянутого слоя, но тормозятся в сжатом слое, где проявляется эффект бифуркации. Для слоистых композитов с заданной последовательностью слоев разрушение происходит при одном и том же уровне приложенного напряжения независимо от существенно разного начального размера трещины. Это напряжение получило название пороговой прочности, т.е. напряжения, ниже которого разрушение не может произойти.

Характеристические параметры бифуркации трещины в слоистых композитах  $ZrO_2/ZrO_2$  [4]

| Толщина внутреннего слоя $l_2$ , мкм | Объемная доля MZ во внутреннем слое |       |       |       |       |       |       |       |       |       |        |        |
|--------------------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
|                                      | 0,45                                |       |       | 0,50  |       |       | 0,60  |       |       | 1,0   |        |        |
| 5                                    | 86,3                                | 46,40 | 23,17 | 66,1  | 60,60 | 30,26 | 35,6  | 112,5 | 56,18 | 4,23  | 945,6  | 472,2  |
|                                      | 4005                                | 0,021 | 0,057 | 4005  | 0,016 | 0,075 | 4005  | 0,008 | 0,140 | 4005  | 0,001  | 1,180  |
|                                      | 1,044                               | 2171  | –     | 1,033 | 3780  | –     | 1,016 | 15373 | –     | 1,002 | 990000 | +      |
| 10                                   | 86,3                                | 46,46 | 23,17 | 66,1  | 60,68 | 30,26 | 35,6  | 112,6 | 56,18 | 4,23  | 946,8  | 472,2  |
|                                      | 4010                                | 0,021 | 0,115 | 4010  | 0,016 | 0,151 | 4010  | 0,008 | 0,280 | 4010  | 0,001  | 2,361  |
|                                      | 1,044                               | 2171  | –     | 1,033 | 3780  | –     | 1,016 | 15373 | –     | 1,002 | 990000 | +      |
| 60                                   | 86,3                                | 47,04 | 23,17 | 66,1  | 61,44 | 30,26 | 35,6  | 114,0 | 56,18 | 4,23  | 958,6  | 472,2  |
|                                      | 4060                                | 0,021 | 0,695 | 4060  | 0,016 | 0,907 | 4060  | 0,008 | 1,685 | 4060  | 0,001  | 14,160 |
|                                      | 1,044                               | 2171  | –     | 1,033 | 3780  | –     | 1,016 | 15373 | +     | 1,002 | 990000 | +      |
| 75                                   | 86,3                                | 47,21 | 23,17 | 66,1  | 61,68 | 30,26 | 35,6  | 114,4 | 56,18 | 4,23  | 962,1  | 472,2  |
|                                      | 4075                                | 0,021 | 0,868 | 4075  | 0,016 | 1,134 | 4075  | 0,008 | 2,106 | 4075  | 0,001  | 17,700 |
|                                      | 1,044                               | 2171  | –     | 1,033 | 3780  | +     | 1,016 | 15373 | +     | 1,002 | 990000 | +      |
| 100                                  | 86,3                                | 47,50 | 23,17 | 66,1  | 62,04 | 30,26 | 35,6  | 115,1 | 56,18 | 4,23  | 968,0  | 472,2  |
|                                      | 4100                                | 0,021 | 1,158 | 4100  | 0,016 | 1,513 | 4100  | 0,008 | 2,809 | 4100  | 0,001  | 23,610 |
|                                      | 1,044                               | 2171  | +     | 1,033 | 3780  | +     | 1,016 | 15373 | +     | 1,002 | 990000 | +      |
| 150                                  | 86,3                                | 48,08 | 23,17 | 66,1  | 62,80 | 30,26 | 35,6  | 116,5 | 56,18 | 4,23  | 979,8  | 472,2  |
|                                      | 4150                                | 0,021 | 1,737 | 4150  | 0,016 | 2,269 | 4150  | 0,008 | 4,213 | 4150  | 0,001  | 35,410 |
|                                      | 1,044                               | 2171  | +     | 1,033 | 3780  | +     | 1,016 | 15373 | +     | 1,002 | 990000 | +      |

Примечания: 1. “+” – наличие бифуркации; “–” – отсутствие бифуркации.  
 2. На примере блока  $3 \times 3$  приведена расшифровка данных таблицы.

|              |                |           |
|--------------|----------------|-----------|
| $l_c$ , мкм  | $h/l_c$        | $l_1/l_c$ |
| $h_2$ , мкм  | $a$            | $l_2/l_c$ |
| $l_{b2}/l_c$ | $l''_{b2}/l_c$ | +/-       |

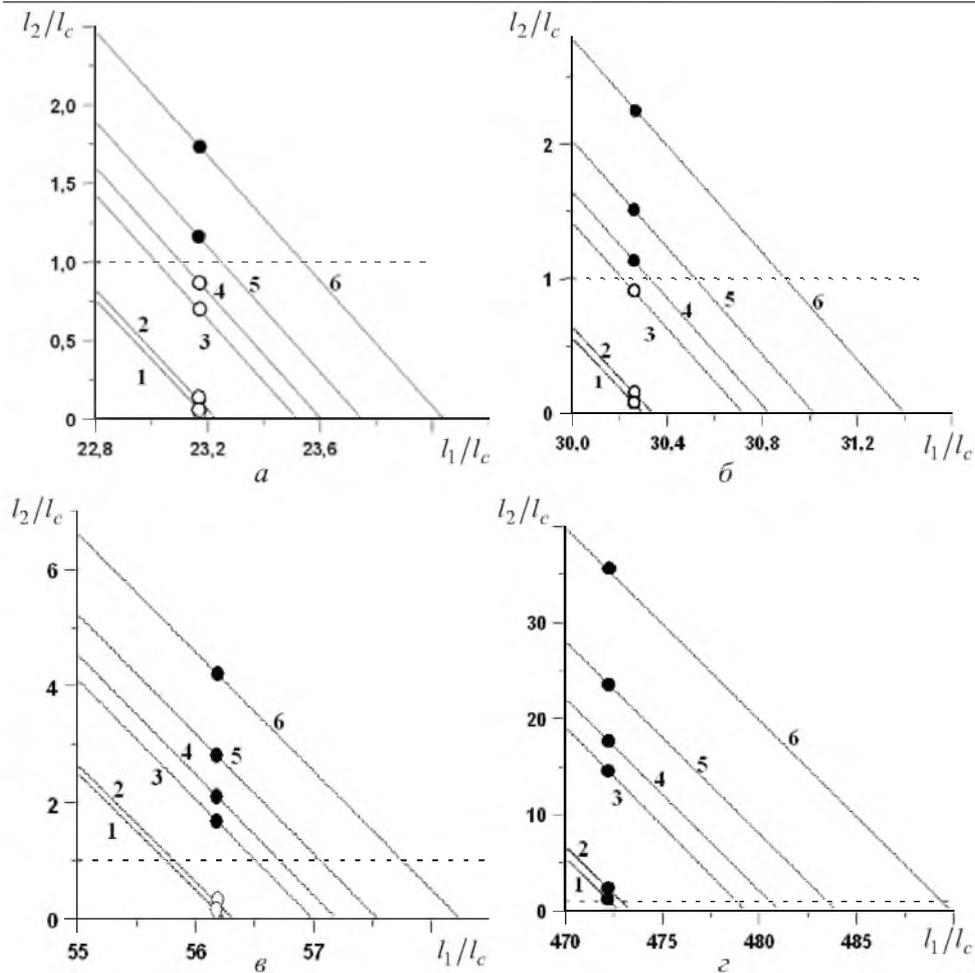


Рис. 11. Области бифуркации для разных значений фиксированной суммарной толщины образца  $h$  в слоистой системе [4]:  $a - l_c = 86,3$  мкм;  $б - l_c = 66,1$  мкм;  $в - l_c = 35,6$  мкм;  $г - l_c = 4,23$  мкм. ( $1 - h = 4,005$  мм;  $2 - h = 4,01$  мм;  $3 - h = 4,06$  мм;  $4 - h = 4,075$  мм;  $5 - h = 4,1$  мм;  $6 - h = 4,15$  мм; светлые и темные точки – соответственно отсутствие и наличие бифуркации в реальной слоистой структуре [4]; штриховые и сплошные линии – соответственно нижние и верхние расчетные границы областей бифуркации.)

**Заключение.** Проанализировано явление отклонения трещины в сжатом слое двухкомпонентного симметричного слоистого композита. Показано, что бифуркация существует при определенных значениях толщин слоев, зависящих от их общего числа, упругих постоянных и коэффициентов термического расширения. Отклонение трещины не отмечается, если толщина слоя 1 меньше некоторой характеристической величины. Для данной толщины слоя с растягивающими остаточными напряжениями существует интервал толщин сжатых слоев, в котором имеет место бифуркация.

Рассмотрен образец с фиксированной суммарной толщиной. Установлено, что в этом случае поведение трещины характеризуется двумя особенностями. Одна из них состоит в том, что если минимальная характеристическая толщина сжатого слоя, при которой возможна бифуркация, оказывается больше суммарной толщины образца, то бифуркация отсутствует.

Другая особенность – наличие критического числа слоев композита, т.е. максимального числа слоев, при котором возможна бифуркация. При числе слоев композита, большем критического значения, бифуркация произойти не может. Большая толщина образца определяет большее количество вариантов микроструктуры композита, при которых может иметь место бифуркация. Обнаружена значительная чувствительность характеристической толщины слоистого композита к изменению разницы температур и химическому составу слоев. Указанные факторы являются важными и эффективными переменными, контролирующими бифуркацию в слоистой системе.

## Резюме

Виконано аналіз біфуркації тріщини в симетричному двокомпонентному шаруватому композиті. Установлено геометричні умови, що обмежують проявлення цього ефекту. Показано, що область біфуркації визначається наступними параметрами: число шарів, температурний діапазон охолодження, пружні константи і коефіцієнти термічного розширення шарів. Умови проявлення біфуркації в зразку із заданим числом шарів композита зіставляються з відповідними умовами для зразка з фіксованою сумарною товщиною.

1. *Currey J. D. and Kohn A. J.* Fracture in the crossed-lamellar structure of conus shells // *J. Mater. Sci.* – 1976. – **11**. – P. 1615 – 1623.
2. *Lugovoy M., Orlovskaya N., Slyunyaev V., et al.* Crack bifurcation features in laminar specimens with fixed total thickness // *Comp. Sci. Tech.* – 2002. – **62**. – P. 819 – 830.
3. *Oechsner M., Hillman C., and Lange F. F.* Crack bifurcation in laminar ceramic composites // *J. Amer. Cer. Soc.* – 1996. – **79**, No. 7. – P. 1834 – 1838.
4. *Sanchez-Herencia A. J., Pasqual C., He Ju., and Lange F. F.* ZrO<sub>2</sub>/ZrO<sub>2</sub> layered composites for crack bifurcation // *Ibid.* – 1999. – **82**, No. 6. – P. 1512 – 1518.
5. *Sanchez-Herencia A. J., James L., and Lange F. F.* Bifurcation in alumina plates produced by a phase transformation in central, alumina/zirconia thin layers // *J. Eur. Cer. Soc.* – 2000. – **20**, No. 9. – P. 1295 – 1300.
6. *Lugovoy M., Orlovskaya N., Berroth R., and Kübler J.* Macrostructural engineering of ceramic-matrix layered composites // *Comp. Sci. Tech.* – 1999. – **59**, No. 8. – P. 1429 – 1437.
7. *Ho S., Hillman C. D., Lange F. F., and Suo Z.* Surface cracking in layer under biaxial, residual compressive stress // *J. Amer. Cer. Soc.* – 1995. – **78**, No. 9. – P. 2353 – 2359.
8. *Rao M. P. and Lange F. F.* Factors affecting threshold strength in laminar ceramics containing thin compressive layers // *Ibid.* – 2002. – **85**, No. 5. – P. 1222 – 1228.

9. *Lugovoy M., Orlovskaya N., Berroth K., and Kübler J.* Analysis of layered composites with crack. Deflection controlled by layer thickness // *Functional Gradient Materials and Surface Layers Prepared by Fine Particles Technology* / Eds. M.-I. Baraton and I. Uvarova. – Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001. – P. 273 – 280.

Поступила 08. 11. 2002

## Handbook of Mechanical Properties of Structural Materials at a Complex Stress State

Edited by **Professor A.A. Lebedev**, *National Academy of Sciences of Ukraine*  
Authors: A.A. Lebedev, B.I. Koval'chuk, F.F. Giginjak, and V.P. Lamashevsky

Severe stress conditions of present-day structures call for continuous refining of the methods of strength analysis and optimization of the technologies employed. The progress in creating rational structures and developing new efficient manufacturing processes depends primarily on the level of our knowledge of mechanical properties of the materials used.

However, previously published material has only contained standard characteristics of the mechanical properties of materials obtained mainly in uniaxial tension and uniaxial compression, though it is known that in most cases the material of the carrying structural components works under conditions of a complex stress state. In view of the difficulties associated with the methods of testing under multiaxial loading, particularly under conditions of high and low temperatures, there has been a serious shortage of reliable data on the regularities of deformation and fracture of structural materials under a complex stress state.

The first Handbook containing extensive information on the influence of the stress state on the material properties was published in 1983. Since then a vast amount of research has been conducted on the mechanical properties of various structural materials under conditions of a complex stress state, including low- and high- temperature behaviour. This new Handbook provides you with the results of the authors' own investigations and collection of data, and fills an important gap in the literature.

### CONTENTS

- *Strength criteria and methods of material testing under a complex stress state*  
*Parameters of the material stress strain state; Limiting state criteria of materials; Methods for the experimental investigation of the mechanical properties of materials at a complex stress state*
- *Deformation behavior, plasticity, and strength of materials under complex stress state*  
*A list of the investigated materials and their analogues; Summary index of the reference data; Irons; Carbon steels; Alloy steels and alloys; Aluminum and magnesium alloys; Titanium alloys; Other metals and alloys; Nonmetallic materials*
- *References*

Begell House • c. 550pp • June 2000 • Normal price: \$125.00

### ORDER FORM

Please send me .....copies

Total Amount Payable.....

I enclose a check (drawn on a U.S. bank)     Please send my company or institution a proforma invoice  
 Please bill my credit card     VISA     Amex     Mastercard     Diners Club     Discovery Card

Card No.....    Expiry Date.....

Signature.....    Name.....

Address.....

Town.....    State.....    Postcode ZIP.....

Country.....    Telephone No.....

Fax No.....    Email.....

Please send your order to **Begell House,**  
**79 Madison Avenue, Suite 1205, New York, NY 10016-7802, USA**  
**Fax: +1 (212) 213 8368 • Tel: +1 (212) 725 1999 • Email: orders@begellhouse.com**