

УДК 532.465

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВНУТРЕННИХ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ С ПРЕПЯТСТВИЕМ

И. А. БРОВЧЕНКО\*, Н. С. ГОРОДЕЦКАЯ\*\*, В. С. МАДЕРИЧ\*,  
В. И. НИКИШОВ\*\*, Е. В. ТЕРЛЕЦКАЯ\*

\* Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев

\*\* Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 23.11.2006

Приведены результаты лабораторного и численного моделирования взаимодействия уединенных внутренних волн депрессии, распространяющихся в жидкости с двухслойной стратификацией, с подводными препятствиями. В лабораторных экспериментах исследовалось влияние прямоугольного препятствия на трансформацию волны. Численная негидростатическая модель с использованием подсеточной вязкости и диффузии применялась для изучения структуры потоков, возникающих при обтекании такого препятствия.

Наведені результати лабораторного та чисельного моделювання взаємодії поодиноких внутрішніх хвиль пониження, що розповсюджуються в рідині з двошаровою стратифікацією, з підводними перешкодами. В лабораторних експериментах проводилося дослідження впливу прямокутної перешкоди на трансформацію хвилі. Чисельна негидростатична модель з використанням підсіточної в'язкості та дифузії застосовувалась для дослідження структури потоків, що виникають при обтіканні такої перешкоди.

Results of a laboratory and numerical modeling of the interaction of the internal solitary waves of depression, that propagates in liquid with two-layer stratification with the obstacles are presented. In the laboratory experiments the effect of the rectangular obstacle on the wave transformation was investigated. Numerical nonhydrostatic model with subgrid stresses and diffusivity model was applied for investigation of the flow structure that passes around such obstacle.

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что внутренние волны играют важную роль в динамике стратифицированных морей и озер. Нелинейные внутренние волны большой амплитуды могут возникать по различным причинам, в частности, при взаимодействии приливов с неровностями дна в океане [1]. Такие волны зачастую распространяются в виде цугов уединенных волн, достигающих в океане амплитуд в десятки и даже сотни метров [1]. В мелководных областях прохождение волн сопровождается интенсивными течениями со скоростями более 1-2 м/с, приводящими к турбулизации придонного пограничного слоя и размыву дна. Внутренние волны большой амплитуды потенциально опасны для подводного судоходства, буровых платформ на шельфе [2] и других подводных инженерных сооружений. Поэтому моделирование процессов взаимодействия внутренних волн большой амплитуды с препятствиями представляет как теоретический, так и прикладной интерес.

В отличие от неплохо изученных процессов взаимодействия поверхностных волн с подводными препятствиями (см. напр. [3]), взаимодействие уединенных внутренних волн с локализованными препятствиями рассматривалось в немногих экспериментальных [4] и теоретических [5] работах.

Основное внимание в этих работах было уделено крупномасштабным аспектам взаимодействия, таким как прохождение, трансформация и отражение волн с порогом трапецеидальной формы.

В настоящей статье приведены результаты лабораторного и численного моделирования внутренних уединенных волн большой амплитуды, распространяющихся в пикноклине между двумя слоями жидкости различной плотности и взаимодействующих с прямоугольными препятствиями. В отличие от [4-5] исследуется динамика процессов формирования вихрей и перемешивания в ближней зоне вокруг препятствия.

### 1. ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА

Эксперименты проводились в прямоугольном бассейне длиной 7 м, шириной 0.4 м и высотой 1.5 м, изготовленном из оргстекла. Схема установки представлена на рис. 1. Двухслойная стратификация создавалась следующим образом. Вначале бассейн наполнялся соленой водой до заданной глубины, затем на поверхность воды устанавливался плавучий щит, на концах которого имелся фильтрующий материал. Пресная вода подавалась к фильтрующему материалу и медленно проходила сквозь него, разливаясь по поверхности соленой воды. Заполнение бассейна заканчивалось, когда толщина верхнего слоя достигала заданного

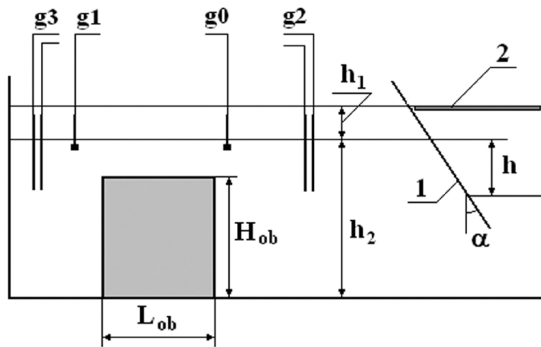


Рис. 1. Схема лабораторной установки

значения. Толщина слоя раздела составляла менее 1 см.

Профиль плотности измерялся с помощью микродатчика электропроводности, который перемещался вертикально. Калибровка датчика выполнялась путем измерений электропроводности в ряде тестовых резервуаров с заданными величинами солёности.

Генерация уединенных волн осуществлялась согласно методике, описанной в работе [6]. Схематически генератор изображен на рис. 1. Водонепроницаемая перегородка 1, которая могла убираться, была установлена в конце бассейна и отгораживала его часть. Имелся зазор между нижним концом перегородки и дном бассейна. Пресная вода через дополнительную систему налива 2, подобную вышеописанной, поступала в выделенную часть бассейна, тем самым изменяя положения поверхности раздела между солёной и пресной водами. Часть солёной воды в процессе налива вытеснялась и перетекала сквозь зазор в основную часть бассейна, так что уровень свободной поверхности был одинаковым в обеих частях бассейна. Процесс прекращался, когда разность положений слоев раздела в основной и выделенной частях бассейна достигала заданной величины  $h$ . Генерация уединенных волн осуществлялась путем поднятия перегородки и коллапса массы пресной воды в верхнем слое. Отметим, что перегородка устанавливалась под некоторым углом  $\alpha$  относительно вертикали. Уменьшение перемешивания достигалось за счет оптимального выбора угла  $\alpha$  экспериментальным путем. Варьируя величиной  $h$ , можно было изменять характеристики генерируемых уединенных волн.

Измерения параметров внутренних волн выполнялись с помощью ряда микродатчиков электропроводности  $g_0$  и  $g_1$  и распределенных емкостных датчиков  $g_2$  и  $g_3$  (рис. 1). Последние служили

для измерения перемещений поверхности раздела, обусловленных проходящей волной. Калибровка этих датчиков проводилась в отдельном резервуаре с пресной водой, в котором находилась емкость с солёной водой той же концентрации, что и в бассейне. Данные измерений с помощью разработанной системы регистрации сигналов преобразовывались в числовую форму и записывались на компьютер. Для визуализации процесса распространения внутренних уединенных волн и взаимодействия их с препятствием граница между слоями или верхний слой жидкости окрашивались в процессе заполнения бассейна.

## 2. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

### 2.1. Уравнения модели

Система трехмерных пространственно усредненных по сеточным масштабам уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска имеет вид:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} - b, \quad (2)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + u_j \frac{\partial b}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{u'_i b'}}{\partial x_j}, \quad (3)$$

где  $x_i = (x, y, z)$  – декартовы координаты, ось  $z$  направлена вертикально вверх;  $u_i = (u, v, w)$  – составляющие крупномасштабного поля скорости;  $u'_i = (u', v', w')$  – составляющие мелкомасштабного (подсеточного) поля скорости;  $p$  – крупномасштабный компонент давления;  $\rho_0$  – постоянная плотность воды в приближении Буссинеска;  $b$  и  $b'$  – крупномасштабная и подсеточная составляющие поля плавучести соответственно, причем

$$b = g_i \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}, \quad (4)$$

$g_i = (0, 0, g)$  – ускорение силы тяжести. Подсеточные напряжения  $\overline{u'_i u'_j}$  и поток плавучести аппроксимируются в рамках приближения вихревой вязкости:

$$\overline{u'_i u'_j} = -K_m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{3} \overline{u'_i u'_j} \delta_{ij}, \quad (5)$$

$$\overline{u'_j b'} = -\frac{K_m}{Pr_t} \frac{\partial b}{\partial x_j}, \quad (6)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $\text{Pr}_t$  – турбулентное число Прандтля. Коэффициент подсеточной вязкости  $K_m$ , следуя [7], рассчитывается по модифицированной формуле Смагоринского

$$K_m = (C_s \Delta)^2 \sqrt{M^2 - N^2}, \quad (7)$$

где

$$M^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2, \quad (8)$$

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_0 \text{Pr}_t} \frac{\partial \rho}{\partial z}; \quad (9)$$

масштаб длины  $\Delta = \min(l, \Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$ ;  $l$  – расстояние до твердой границы;  $C_s = 0.6$  – постоянная, которая была калибрована по данным эксперимента [8] по генерации уединенных волн коллапсом объема воды. Параметр  $\text{Pr}_t$  был принят равным 1.

## 2.2. Численный метод

Система уравнений модели дискретизировалась с использованием метода конечных разностей на сдвинутой сетке. Решение задачи расплелось на две подзадачи: (а) – решение двумерной системы уравнений для возвышений уровня и осредненных по глубине скоростей и (б) – решение трехмерной задачи для скорости и давления. Поле скорости и давления в трехмерной подзадаче расплелось на гидростатическую и негидростатическую составляющие. Алгоритм решения включал четыре стадии. На первой стадии явным методом с малым (внешним) шагом решалась двумерная система уравнений для возвышений уровня и осредненных по глубине скоростей. На второй стадии находилось решение для гидростатических составляющих скорости с относительно большим (внутренним) шагом по времени. На третьей стадии определялись негидростатические поправки для поля скорости и давления. Наконец, на четвертой находилось решение для плавучести. Использовались схемы явная по горизонтали и неявная по вертикали. Детально этот алгоритм описан в [9].

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В работе изучалось взаимодействие уединенных внутренних волн депрессии, распространяющихся в жидкости с двухслойной стратификацией, с подводными препятствиями прямоугольной формы с различными отношениями сторон. Основное количество экспериментов было проведено с препятствием, длина которого  $L_{ob} = 52.5$  см. Параметром, определяющим степень взаимодействия вну-

тренней уединенной волны с препятствием, является отношение  $k_{int} = a/[H - H_{ob} - h_1]$  [10, 5]. Здесь  $H$  – глубина заполнения бассейна;  $H_{ob}$  – высота препятствия;  $h_1$  – толщина верхнего слоя;  $a$  – амплитуда волны. Режим обрушения волны характеризуется неравенством  $k_{int} > 0.4$ , и обрушение отсутствует, когда этот параметр меньше, чем 0.3. Лабораторные и численные эксперименты показали, что в зависимости от величины  $k_{int}$  реализуются три сценария взаимодействия волн с препятствием.

**Сценарий 1. Слабое взаимодействие волны с препятствием.** Данный сценарий соответствует случаю  $k_{int} < 0.3$ . Другими словами, расстояние от поверхности раздела до вершины препятствия  $([H - H_{ob}] - h_1)$  существенно превышает амплитуду волны  $a$ . Волна по мере приближения к препятствию адаптируется к изменениям топографии и трансформируется. При прохождении волны над препятствием наблюдаются небольшие изменения ее переднего и заднего фронтов.

**Сценарий 2. Сильное взаимодействие волны с препятствием.** Этот сценарий соответствует случаю  $1 > k_{int} > 0.4$ . На рис. 2 представлена серия последовательных фотографий процесса с интервалом 2 с для случая  $k_{int} = 0.58$ , а на рис. 3-4 – соответствующие результаты численного моделирования. На рис. 2-3 визуализирована поверхность раздела плотности. Соответствующие поля скорости и завихренности приведены на рис. 4. Можно выделить три последовательные стадии эволюции уединенной волны над препятствием. *Стадия 1.* На ней наблюдается деформация переднего фронта волны. Протяженность этой стадии – от момента, когда внутренняя волна находится далеко от препятствия, до момента, когда передний фронт волны начинает претерпевать изменения.

*Стадия 2.* Наблюдается дальнейшее укрупнение переднего фронта. По мере перемещения волны происходит интенсификация противотечения в нижнем слое над препятствием, возникает отрыв противотечения от острой кромки и сворачивание вихревой пелены в вихрь, вращающийся по часовой стрелке.

Ускоряющаяся струя приводит к неустойчивости заднего фронта волны, которая в конечном итоге приводит к возникновению вихря на ней, который вращается против часовой стрелки. Таким образом, формируется вихревая пара, под действием которой тонкая струя легкой жидкости инжектируется под некоторым углом в более тяжелую жидкость. Как показал анализ экспериментальных результатов, угол наклона этой струи

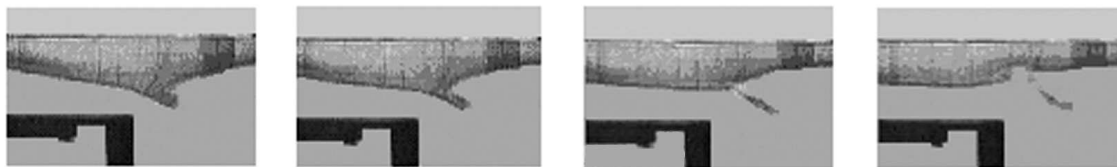


Рис. 2. Эволюция поверхности раздела для сценария сильного взаимодействия волны с препятствием ( $k_{int} = 0.58$ )

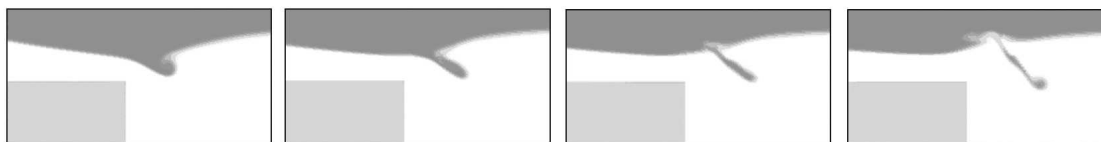


Рис. 3. Рассчитанные поля плотности для сценария сильного взаимодействия волны с препятствием

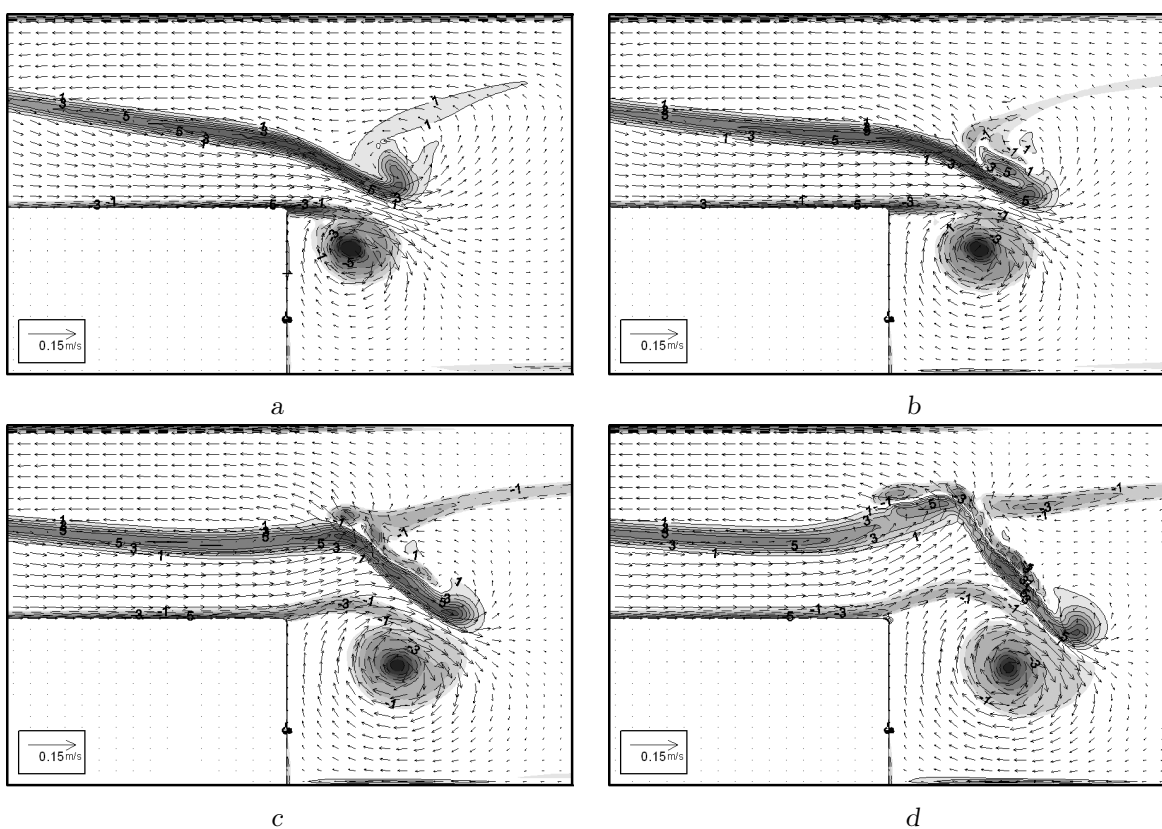


Рис. 4. Рассчитанные поля скорости и завихренности при сильном взаимодействии волны и препятствия ( $k_{int} = 0.58$ )



Рис. 5. Блокировка и отражение волны от препятствия при  $k_{int} \simeq 1$

определяется величиной параметра  $k_{int}$ .

**Стадия 3.** Передняя часть инжектируемой струи продолжает двигаться вглубь более тяжелой жидкости, но в центральной ее части уже наблюдается неустойчивость, развитие которой приводит к турбулизации этой части струи и соответствующему перемешиванию тяжелой и легкой жидкостей. Под действием сил плавучести движение струи замедляется, останавливается, а затем более легкая жидкость начинает быстро подниматься вверх. Этот процесс сопровождается деформацией границы раздела и формированием отраженной волны. Вначале задний фронт этой волны довольно крутой, но по мере распространения волны крутизна фронта под действием дисперсионных эффектов уменьшается. Отметим, что энергия как отраженных, так и прошедших волн значительно меньше, чем падающей. При этом их размеры также заметно уменьшаются. Таким образом, взаимодействие нелинейных внутренних уединенных волн с топографическими неоднородностями является эффективным путем преобразования энергии от больших масштабов к малым.

**Сценарий 3. Блокировка волны.** Этот сценарий характеризуется неравенством  $k_{int} \geq 1.0$ . На рис. 5 представлена серия последовательных фотографий процесса с интервалом 2 с для случая  $k_{int} \simeq 1$ . Можно выделить следующие стадии процесса отражения волны.

**Стадия 1.** Продолжается до того момента, когда передняя часть волны начинает деформироваться.

**Стадия 2.** После столкновения волны с препятствием происходит блокировка течения над препятствием и формируется перед ним мощный заплеск легкой жидкости в тяжелую. Из-за возникновения и развития неустойчивости происходит турбулизация этого объема жидкости.

**Стадия 3.** Перемешанная жидкость под действием сил плавучести начинает быстро подниматься вверх, при этом происходит деформация поверхности раздела, которая приобретает грибообразную форму. Затем формируется отраженная волна. Можно было наблюдать, что после этого часть легкой жидкости в виде протяженных возмущений медленно перемещается над препятствием. Основная энергия концентрируется в отраженной волне, но заметная часть диссипирует.

## ВЫВОДЫ

1. Показано, что в зависимости от величины параметра  $k_{int}$  существуют три сценария эволюции уединенных волн большой амплитуды над препят-

ствиями в зависимости от параметра  $k_{int}$ . Сценарии 2 и 3, приводящие к перемешиванию, определяются неравенствами  $0.4 < k_{int} < 1$  и  $k_{int} \geq 1$ .

2. Сценарий 2 характеризуется образованием вихревой пары и формированием тонкой струи легкой жидкости, распространяющейся вниз под некоторым углом. Величина этого угла определяется параметром  $k_{int}$ .

3. Когда амплитуда волны близка или превосходит критическое значение  $k_{int} = 1$ , имеет место резкое укрупнение и рост амплитуды волны. При этом мощный заплеск легкой жидкости в тяжелую возникает вблизи передней стенки препятствия, формируются вихревые структуры и отраженная волна.

Данная работа выполнена в рамках проекта INTAS N 03-51-3728.

1. Helfrich K.R., Melville W.K. Long nonlinear internal waves // Annu. Rev. Fluid Mech.—2005.— **38**.— P. 395-425.
2. Osborne A. R., Burch T. L., Scarlet R. I. The influence of internal waves on deep water drilling // J. Pet. Technol.—1978.— **30**.— P. 1497-1505.
3. Chang K.-A., Hsu T.-J., Liu P. L.-F. Vortex generation and evolution in water waves propagating over a submerged rectangular obstacle. Part I. Solitary waves. // Coastal Engineering.—2001.— **44**.— P. 13-36.
4. Wessels F., Hutter K. Interaction of internal waves with a topographic sill in a two-layered fluid // J. Phys. Oceanogr.—1996.— **26**.— P. 5-20.
5. Vlasenko V. I., Hutter K. Generation of second mode solitary waves by the interaction of a first mode soliton with a sill // Nonlinear Processes in Geophysics.—2001.— **8**.— P. 223-239.
6. Michallet H., Ivey G.N. Experiments on mixing due to internal solitary waves breaking on uniform slopes // J. Geoph. Res.—1999.— **104**.— P. C13487-C13477.
7. Siegel, D. A., Domaradzki, J. A. Large-eddy simulation of decaying stably stratified turbulence // J. Phys. Oceanogr.—1994.— **24**.— P. 2353-2386.
8. Chen C. Y., Hsu, J.R.C., Chen H.H., Kuo C.F., Cheng M.H. Laboratory observations on internal solitary wave evolution on steep and inverse uniform slopes // Ocean Engineering.—2007.— **34**.— P. 157-170.
9. Kanarska Y., Maderich V. A non-hydrostatic numerical model for calculating free-surface stratified flows // Ocean Dynamics.—2003.— **53**.— P. 176-185.
10. Helfrich K.R., Melville W.K. On long nonlinear internal over slowly varying topography // J. Fluid Mech.—1986.— **167**.— P. 285-308.