УДК 539.376

## Аналітична залежність швидкості усталеної повзучості металів від попередньої пластичної деформації

## А. К. Русинко

Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна

Запропоновано математичну модель, за допомогою якої аналітично виводиться залежність швидкості усталеної повзучості від величини пластичної деформації при проведенні попередньої механіко-термічної обробки. Модель побудовано шляхом узагальнення синтезної теорії пластичності і повзучості з якісним відображенням процесів, що відбуваються при попередньому наклепу та відпалу матеріалу.

*Ключові слова*: деформація усталеної повзучості, пластична деформація, механіко-термічна обробка, відпал, інтенсивність деформації, щільність дефектів.

Вступ. Попереднє пластичне деформування, яке разом із проміжним відпалом входить до складу механіко-термічної обробки (МТО), є ефективним засобом підвищення жароміцних властивостей металів та сплавів. Застосування цієї обробки для матеріалів, які використовуються в машинобудуванні, хімічній промисловості й інших галузях техніки, буде сприяти суттєвому підвищенню строку служби деталей, використанню прихованих резервів міцності та зменшенню ваги конструкцій [1].

Мета роботи – побудувати математичну модель, за допомогою якої можна одержати аналітичну залежність швидкості усталеної повзучості матеріалу від величини попередньої деформації при сталих параметрах проміжного відпалу. Побудова моделі здійснюється шляхом узагальнення синтезної теорії пластичності та повзучості. У рамках класичних теорій повзучості [2] – теорія зміцнення, старіння, гіпотеза рівняння стану – неможливо описати залежність  $\dot{\varepsilon}_x$  від  $\varepsilon_{x0}$ , оскільки вони дають залежність між швидкістю усталеної повзучості та діючим напруженням і не враховують всієї передісторії навантаження.

1. Експериментальні дані та їх аналіз. Постановка експерименту:

а) розтяг серії зразків за кімнатної температури до певних величин пластичної деформації  $\varepsilon_{x0}$ ;

б) відпал: витримка зразків у розвантаженому стані за температури  $T_{\rm B}$  протягом часу  $t_{\rm B}$  ( $T_{\rm B}, t_{\rm B}$  однакові для усієї серії);

в) випробування на повзучість: дія сталого в часі напруження  $\sigma_x$  за температури  $T_{\Pi}$  ( $\sigma_x$ ,  $T_{\Pi}$  однакові для усієї серії).

Перші два пункти складають суть механіко-термічної обробки. Експериментальні дані [3] свідчать, що швидкість усталеної повзучості  $\varepsilon_x$  суттєво залежить від величини попередньої пластичної деформації  $\varepsilon_{x0}$  при решті сталих параметрах:  $T_{\rm B}$ ,  $t_{\rm B}$ ,  $T_{\rm II}$ ,  $\sigma_x$ . На рис. 1 представлено залежність швидкості усталеної повзучості легованого нікелю від величини попередньої пластичної деформації. Як видно, залежність  $\varepsilon_x$  від  $\varepsilon_{x0}$  не є монотонною.

© А. К. РУСИНКО, 2002 ISSN 0556-171Х. Проблемы прочности, 2002, № 4

При невеликих степенях  $\varepsilon_{x0}$  спостерігається зниження швидкості усталеної повзучості. Таке покращання властивостей триває до певного значення попередньої деформації, після чого відбувається збільшення швидкості повзучості. Таким чином, існує оптимальна величина попередньої пластичної деформації, після якої (із проміжним відпалом) швидкість усталеної повзучості буде мінімальною.



Рис. 1. Залежність швидкості усталеної повзучості  $\dot{\varepsilon}_x$  сплаву Ni+19,8%Сг ( $\sigma_x = 100$  MIIa,  $T_{\rm H} = 700$ °C,  $T_{\rm B} = 800$ °C,  $t_{\rm B} = 1$  год) від ступеня попередньої деформації  $\varepsilon_{x0}$  за кімнатної температури [3].

Неоднакова поведінка досліджуваних зразків при повзучості пов'язана з відмінностями у вихідній структурі матеріалу, яка сформувалася в результаті попередньої пластичної деформації та відпалу [4]. Ця структура впливає на інтенсивність проходження процесів полігонізації і рекристалізації, які контролюють швидкість усталеної повзучості.

При пластичній деформації вихідні (відносно досконалі) кристали дробляться на фрагменти, величина і орієнтація яких залежать від ступеню деформування. Границі між фрагментами утворюють об'ємну сітку дислокацій та є їхнім скупченням. Наступний відпал двояко впливає на попередньо сформовану дислокаційну структуру, що є причиною таких термічно керованих процесів, як полігонізація або рекристалізація. Проходження одного з вказаних процесів залежить від величини попередньої деформації і температури відпалу.

При відпалу незначно наклепаного матеріалу відбувається перерозподіл дислокацій одного знаку, який полягає в їхній перебудові у вертикальні стінки. У результаті погано оформлені комірки, що виникли при пластичному деформуванні, повністю оточуються малокутовими границями і поступово перетворюються на чітко оформлені субзерна, у тілах яких густина дислокацій є нижчою, ніж у деформованій матриці. Чим більшою (до певної міри) є попередня пластична деформація, тим більше виникне субзерен, тобто тим інтенсивніше пройде процес полігонізації. Полігонізована структура, створена при попередній механіко-термічній обробці, призводить до зменшення ковзання (грубого і тонкого) [5, 6] при випробуванні на повзучість. Це пояснюється обмеженням вільного пробігу дислокацій попередньо створеною сіткою границь субзерен. При відпалу матеріалу, який зазнав відносно великої пластичної деформації, зростає густина дислокацій, вбудованих у границі субзерен, що збільшує кут їхньої взаємної орієнтації. Відомо, що субзерно з великокутовою границею є центром рекристалізації, яка полягає в утворенні і рості зерен із більш досконалою структурою. У процесі рекристалізації значно зменшується опір метала пластичному деформуванню, бо швидка міграція границь інтенсивно "очищує" деформовану матрицю, що полегшує рух дислокацій при деформації повзучості і призводить до збільшення по відношенню до оптимуму швидкості усталеної повзучості. Отже, оптимальний ступінь попередньої пластичної деформації повинен бути таким, щоб не викликати інтенсивного проходження рекристалізації.

2. Математичний апарат. Аналітичне описання залежності швидкості усталеної повзучості від величини попередньої пластичної деформації (п. 1) здійснюється в рамках синтезної теорії пластичності і повзучості [7]. Згідно з теорією, необоротне деформування символізується рухом дотичних до поверхні пластичності площин на вістрі вектора навантаження  $\vec{S}$ . Проваджені вектором  $\vec{S}$  площини рухаються паралельно самі до себе. Рух кожної площини символізує приріст пластичної деформації, вектор якої направлений перпендикулярно до рухомої площини. Загальна деформація визначається шляхом додавання елементарних приростів пластичної деформації відбувається у тривимірному підпросторі девіаторів Ільюшина, у якому компоненти вектора навантаження запишемо наступним чином [8]:

$$S_1 = \sqrt{3/2} S_{xx}; \ S_2 = S_{xx} / \sqrt{2} + \sqrt{2} S_{yy}; \ S_3 = \sqrt{2} S_{xz}, \tag{1}$$

де  $S_{ii}(i, j = x, y, z)$  – компоненти тензора девіаторів напружень.

Поверхня пластичності (повзучості) має такий вигляд [7]:

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 2/3\sigma_T^2, \qquad (2)$$

де  $\sigma_T$  – стала матеріалу; якщо розглядається пластичне деформування, то за  $\sigma_T$  береться межа пластичності матеріалу при одновісному розтязі  $\sigma_S$ ; якщо навантаження в часі не змінюється, то  $\sigma_T = \sigma_P$  ( $\sigma_P$  – межа повзучості матеріалу при одновісному розтязі).

У випадку одновісного розтягу, коли  $\sigma_x > 0$ , а решта компонент тензора напруження дорівнює нулю, компоненти вектора  $\tilde{S}$ , згідно з (1), представимо так:

$$S_1 = \sqrt{2/3} \sigma_x; \ S_2 = 0; \ S_3 = 0.$$
 (3)

У рамках синтезної теорії компонента вектора необоротної деформації визначається за формулою [7]

$$e_1 = 2\pi \iint_{\lambda} \oint_{\beta} \varphi \sin \beta \cos \beta \cos \lambda \, d\beta \, d\lambda, \quad e_2 = 0, \quad e_3 = 0. \tag{4}$$

ISSN 0556-171Х. Проблемы прочности, 2002, № 4

Тут  $\varphi$  – інтенсивність деформації, яка визначається з диференціального рівняння [9]

$$d\psi = rd\varphi - K\psi dt,\tag{5}$$

де  $r = \text{const} - \text{стала матеріалу}; dt - приріст часу; <math>K - \phi$ ункція гомологічної температури  $\Theta$  та напруження [9],

$$K = f(\Theta, \sigma_x) = K_1 e^{K_2 \Theta} \sigma_x^{K_3};$$
(6)

 $\psi$  – щільність дефектів, яка задається наступним чином [7]:

$$\psi(H) = H^2 - 2/3\sigma_T^2 \tag{7}$$

(Н – відстань від початку координат до дотичної площини).

Якщо площина перебуває на вістрі вектора  $\bar{S}$ , то з урахуванням (3) [7] запишемо

$$H = S_1 \sin\beta \cos\lambda = \sqrt{2/3} \sigma_x \sin\beta \cos\lambda, \qquad (8)$$

у протилежному випадку  $\psi = 0$ . Величини у співвідношенні (5) мають такі розмірності [7]:  $\psi$ , МПа<sup>2</sup>;  $\varphi$ , 1; r, МПа<sup>2</sup>; K, с<sup>-1</sup>.

Величина H характеризує ступінь деформаційного зміцнення матеріалу. Як видно з (7), (8), чим більшим є напруження, тим більшою є відстань H, а отже, і щільність дефектів  $\psi$ . Це відображає той факт, що зі збільшенням прикладеного навантаження зростає щільність дефектів будови кристалічної гратки матеріалу, що ускладнює процес подальшого пластичного деформування, і для його продовження необхідно прикладати тим більше напруження, чим більшою є необоротна деформація.

Представлення залежності  $\varphi - \psi$  у вигляді (5) дає змогу єдиним визначальним співвідношенням описувати як пластичну деформацію, так і деформацію повзучості. Справді, при пластичному деформуванні dt = 0, і співвідношення (5) та інтеграл (4) (3 урахуванням (7), (8)) набувають такого вигляду (величинам, які стосуються пластичного деформування, присвоюватимемо індекс "0"):

$$\psi = r\varphi;$$

$$e_{10} = \frac{4\pi}{3r} \int_{\beta_{10}}^{\pi/2} \int_{0}^{\lambda_{10}} \{(\sigma_{x0} \sin\beta\cos\lambda)^2 - \sigma_S^2\} \sin\beta\cos\lambda\cos\beta\,d\lambda\,d\beta, \quad \sigma_{x0} > \sigma_S. \quad (9)$$

Якщо досліджується усталена повзучість, коли діє незмінне в часі напруження, тобто  $\dot{S}_1 = 0$ , то співвідношення (5) запишемо так:

$$r\dot{\varphi} = K\psi = \text{const},\tag{10}$$

ISSN 0556-171Х. Проблемы прочности, 2002, № 4

де  $\dot{\phi}$  – швидкість інтенсивності деформації. Таким чином, у рамках синтезної теорії деформація усталеної повзучості "виробляється" на системі нерухомих площин, які перебувають на вістрі вектора навантаження  $\vec{S}$ . Згідно з (4) і (10), швидкість деформації усталеної повзучості буде

$$\dot{e}_{1} = 2\pi \int_{\lambda} \int_{\beta} \dot{\phi} \sin\beta \cos\beta \cos\lambda \, d\lambda \, d\beta = 2\pi \frac{K}{r} \int_{\lambda} \int_{\beta} \psi \sin\beta \cos\beta \cos\lambda \, d\lambda \, d\beta =$$
$$= \frac{4\pi K}{3r} \int_{0}^{\lambda_{1}} \int_{\beta_{1}}^{\pi/2} \{(\sigma_{x} \sin\beta \cos\lambda)^{2} - \sigma_{P}^{2}\} \sin\beta \cos\beta \cos\lambda \, d\lambda \, d\beta, \quad \sigma_{x} = \text{const} > \sigma_{P}.$$

(11)

Межі інтегрування у (9) і (11) визначаються з умови  $\psi = 0$  [7]:

$$\cos \lambda_{10}(\beta) = \sigma_S / (\sigma_{x0} \sin \beta); \quad \cos \lambda_1(\beta) = \sigma_P / (\sigma_x \sin \beta)$$
(12)

та  $\lambda = 0$ :

$$\sin\beta_{10} = \sigma_S / \sigma_{x0}; \quad \sin\beta_1 = \sigma_P / \sigma_x. \tag{13}$$

При інтегруванні (9) і (11) одержимо такі результати відповідно:

$$e_{10} = a_0 \Phi(\sin(\beta_{10})); \tag{14}$$

$$\dot{e}_1 = Ka\Phi(\sin(\beta_1)),\tag{15}$$

де

$$a_0 = \pi \sigma_S^2 / (9r); \tag{16a}$$

$$a = \pi \sigma_P^2 / (9r); \tag{166}$$

$$\Phi(\xi) = \frac{1}{\xi^2} \left( 2\sqrt{1 - \xi^2} - 5\xi^2 \sqrt{1 - \xi^2} + 3\xi^4 \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right).$$
(17)

Зв'язок між компонентами вектора деформації  $e_i$  (i=1, 2, 3) та компонентами тензора деформації  $\varepsilon_{kl}$  (k, l = x, y, z) задається наступним чином [8]:

$$\varepsilon_{yy} = e_2 / \sqrt{2} - e_1 / \sqrt{6}; \quad \varepsilon_{xz} = e_3 / \sqrt{2}.$$

Тобто при розтязі

$$\varepsilon_{x0} = \sqrt{2/3} e_{10}; \quad \dot{\varepsilon}_x = \sqrt{2/3} \dot{e}_1.$$
 (18)

ISSN 0556-171Х. Проблемы прочности, 2002, № 4

95

Якщо після пластичного деформування здійснити розвантаження, яке, очевидно, призведе до припинення приросту необоротної деформації, тобто  $d\varphi = 0$ , то співвідношення (5) набуде вигляду

$$d\psi = -K\psi dt. \tag{19}$$

Це диференціальне рівняння описує процес релаксації дефектів після зняття навантаження. Розв'язок рівняння (19):

$$\psi = \psi_0 e^{-Kt} = 2/3 [(\sigma_{x0} \sin\beta\cos\lambda)^2 - \sigma_s^2] e^{-Kt}, \qquad (20)$$

де  $\psi_0$  – щільність дефектів, накопичених при пластичному деформуванні; t – час витримки у розвантаженому стані.

Із співвідношення (7) видно, що

$$H^{2} = \psi_{0} e^{-Kt} + 2/3\sigma_{S}^{2}, \qquad (21)$$

тобто після розвантаження відбувається рух площин у бік до початку координат. Цей рух для кожної площини припиниться тоді, коли вона доторкнеться до сфери (2). Із формули (21) випливає, що швидкість руху площин визначається величиною K.

3. Узагальнення синтезної теорії на випадок опису усталеної повзучості як функції попередньої пластичної деформації. Для того щоб врахувати ступінь зміцнення матеріалу після різного за величиною пластичного деформування та відпалу з однаковими параметрами, замінимо формулу (7) такою:

$$\psi(H) = H^2 - H_M^2, \qquad (22)$$

де  $H_M$  – відстань до площин після проведення механіко-термічної обробки, яка символізує стійкість сформованої при МТО структури матеріалу до рекристалізації. Із ростом  $H_M$  зменшується  $\psi$ , а значить, згідно з (10) і (11), зменшується швидкість усталеної повзучості. Якщо  $H_M = \sqrt{2/3} \sigma_P$ , то формула (22) співпадає з (7), яка відповідає випадку звичайної деформації повзучості (без попередньої обробки).

Для відображення впливу попередньої пластичної деформації на величину  $H_M$ , тобто на стійкість до рекристалізації, замінимо функцію  $K = f(\Theta, \sigma_x)$  функцією  $K_M = f(\Theta, H_{\text{max}})$ :

$$K_M = f(\Theta, H_{\max}) = K_1 e^{K_2 \Theta} H_{\max}^{K_3},$$
 (23)

де  $H_{\text{max}}$  – максимальне для даної температури значення відстані до площин за всю історію навантаження;  $K_i$  (i=1,2,3) = const. Величина  $H_{\text{max}}$  визначається із співвідношення (8), якщо у ньому покласти  $\lambda = 0$  і  $\beta = \pi/2$ , тобто  $H_{\text{max}} = \sqrt{2/3} \sigma_{x\text{max}}$ , де  $\sigma_{x\text{max}}$  – максимальне для даної температури значення напруження за всю історію навантаження. Таке представлення  $K_M$  дає змогу врахувати величину напруження при наклепу, а отже, і ступінь попередньої деформації, тобто опосередковано через  $H_{\text{max}}$ ,  $K_M = f(e_{10})$ . Справді, навіть після розвантаження продеформованого зразка, коли напруження дорівнює нулю, величина  $H_{\text{max}}$ , а значить і  $K_M$ , відмінна від нуля і несе в собі інформацію про ступінь попередньої деформації. Для розвантаженого зразка функція K з (6) дорівнює нулю. Коли ж діє навантаження (за умови, що для даного рівня температури воно прикладається вперше), то  $K_M = K$ , оскільки, згідно з (6) і (23), зникає різниця між  $K_M$  і K.

Визначимо величину  $H_M$  і проаналізуємо зроблені узагальнення у формі співвідношень (22) і (23) по мірі розгляду операцій механіко-термічної обробки та наступного випробування на повзучість, згідно з п. 1.

Попереднє пластичне деформування за кімнатної температури. Оскільки перед пластичним деформуванням поверхня (2) є огинаючою системи дотичних до неї площин, то в усіх напрямах  $H_M = \sqrt{2/3} \sigma_S$ . Значить, щільність дефектів  $\psi_0$  визначається за формулою (7), яка є окремим випадком (22). Отже, пластична деформація описується за звичайною методикою синтезної теорії, і її величина визначається за формулою (14).

Відпал наклепаного матеріалу у розвантаженому стані. У часовому інтервалі [0,  $t_{\rm B}$ ] відбувається рух площин у бік до початку координат згідно з рівнянням (21). Для того щоб оцінити вплив механіко-термічної обробки на швидкість усталеної повзучості, розглянемо повернення площин до поверхні повзучості, тобто замінимо у (21)  $\sigma_S$  на  $\sigma_P$ . Однаковість зменшення  $H^2$  в усіх напрямах (для усіх значень  $\lambda$  та  $\beta$ ) означає, що множина площин, на яких продукувалася необоротна деформація, залишиться незмінною, тобто залишаються справедливими перші співвідношення з (12) та (13). При  $t = t_{\rm B}$  відстань до площин  $H_M$ , згідно з (20) і (21), буде такою:

$$H_{M}^{2} = \frac{2}{3} \begin{cases} [(\sigma_{x0} \sin \beta \cos \lambda)^{2} - \sigma_{S}^{2}] e^{-K_{M}t_{B}} + \sigma_{P}^{2}, & \beta_{10} \le \beta \le \pi/2, & 0 < \lambda < \lambda_{10}, \\ \sigma_{P}^{2}, & -\pi/2 < \beta < \beta_{10}, & \lambda_{10} < \lambda. \end{cases}$$
(24)

Залежність  $K_M$  від  $H_{\text{max}}$  означає, що швидкість повернення площин визначається ступенем попереднього наклепу.

Розглянемо три значення попередньої пластичної деформації  $\varepsilon_{x0}^{(1)} > \varepsilon_{x0}^{(2)} > \varepsilon_{x0}^{(3)}$ . Очевидно, що чим більша деформація, тим більше напруження, а значить, і величина  $H_{\text{max}}$ :

$$H_{\max}^{(1)} > H_{\max}^{(2)} > H_{\max}^{(3)}, \qquad (25)$$

де  $H_{\text{max}}^{(i)}$  (*i*=1, 2, 3) визначаються з формули (21) при *t* = 0. Оскільки  $K_M \in$  зростаючою функцією від  $H_{\text{max}}$ , то швидкість повернення площин збільшується з ростом попередньої пластичної деформації. Тому після завершення

відпалу, тобто в момент часу  $t = t_{\rm B}$ , співвідношення між відстанями до площин по відношенню до нерівностей (25) можуть порушитися (рис. 2):

$$H_M^{(2)} > H_M^{(1)} > H_M^{(3)},$$
 (26)

де  $H_M^{(i)}$  визначаються із співвідношення (24) при  $K_M^{(i)} = K_1 e^{K_2 \Theta_B} H_{\text{max}}^{(i)K_3}$ ;  $\Theta_B$  – гомологічна температура відпалу. Із співвідношень (25) і (26), опосередковано через  $H_{\text{max}}$  і  $H_M$ , видно, що зростаючий характер зміцнення матеріалу після проведення механіко-термічної обробки зберігається зі збільшенням попередньої пластичної деформації лише до певної міри: поки добуток  $\psi_0 e^{-K_M t_B}$  збільшується із ростом попередньої пластичної деформації (оптимальне значення  $\varepsilon_{x0}$  відповідає максимуму  $\psi_0 e^{-K_M t_B}$ ). При подальшому нарощенні  $\varepsilon_{x0}$  ступінь зміцнення зменшується і при  $K_M t_B \rightarrow \infty$  прямує до нуля, тобто до рівня, що відповідає випадку, коли попередня механіко-термічна обробка не проводилася ( $H_M = \sqrt{2/3} \sigma_P$ ).



Рис. 2. Зменшення відстані до площин, згідно з співвідношенням (21), у залежності від величини  $K^{(i)}$  (i = 1, 2, 3):  $K^{(1)} > K^{(2)} > K^{(3)}$ .

Різна швидкість руху площин у бік до початку координат із фізичної точки зору означає наступне. Якщо величина  $H_{\rm max}$  є невеликою, то повільний зворотний рух площин характеризує незначну термоактивовану анігіляцію дефектів при домінуючому процесі їхньої перебудови у границі субзерен, які є стійкими до рекристалізації. Якщо ж величина  $H_{\rm max}$  велика, то стрімке зменшення H означає перенасичення границь субзерен дислокаціями з більш очищеними від дефектів тілами субзерен, що символізує зниження опору матеріалу до рекристалізації.

Усталена повзучість. Підставимо у (22) значення відстані до площин після механіко-термічної обробки  $H_M$  з (24) і отримаємо Аналітична залежність швидкості усталеної повзучості ...

$$\psi = \begin{cases} H^2 - H_M^2 \\ H^2 - \sigma_P^2 \end{cases} = \frac{2}{3} \begin{cases} (\sigma_x \sin\beta\cos\lambda)^2 - [(\sigma_{x0}\sin\beta\cos\lambda)^2 - \sigma_S^2]e^{-K_M t_B} - \sigma_P^2, \\ \beta_{10} \le \beta \le \pi/2, & 0 < \lambda < \lambda_{10}, \\ (\sigma_x \sin\beta\cos\lambda)^2 - \sigma_P^2, & \beta_1 \le \beta < \beta_{10}, & \lambda_{10} < \lambda \le \lambda_1. \end{cases}$$
(27)

Для визначення швидкості усталеної повзучості необхідно провести дворазове інтегрування по кутах  $\lambda$  і  $\beta$  функції  $\psi$  – формула (11). Як видно з (27), діапазон інтегрування  $[0,\lambda_1], [\beta_1,\pi/2]$  містить в собі підобласть  $[0,\lambda_{10}], [\beta_{10}, \pi/2],$  де від  $\psi$  при звичайній повзучості, тобто  $\psi = 2/3[(\sigma_x \sin\beta\cos\lambda)^2 - \sigma_P^2]$ , віднімається вираз  $2/3[(\sigma_{x0}\sin\beta\cos\lambda)^2 - \sigma_S^2]e^{-K_M t_B}$ , поява якого викликана введенням у розгляд величин  $H_M$  і який дорівнює нулю за межами підобласті, де  $\psi_0$  дорівнювало також нулю. Підставимо  $\psi$  з (27) у співвідношення (11) і отримаємо значення швидкості усталеної повзучості  $\dot{e}_{1M}$ , якій передувала механіко-термічна обробка:

$$\dot{e}_{1M} = \frac{2\pi K}{r} \int_{0}^{\lambda_1} \int_{\beta_1}^{\pi/2} \psi \sin\beta \cos\beta \cos\lambda \,d\lambda \,d\beta =$$
$$= \frac{4\pi K}{3r} \int_{0}^{\lambda_1} \int_{\beta_1}^{\pi/2} \{(\sigma_x \sin\beta \cos\lambda)^2 - \sigma_P^2\} \sin\beta \cos\beta \cos\lambda \,d\lambda \,d\beta -$$
$$-Ke^{-K_M t_B} \frac{4\pi K}{3r} \int_{0}^{\lambda_{10}\pi/2} \int_{\beta_{10}}^{\pi/2} \{(\sigma_{x0} \sin\beta \cos\lambda)^2 - \sigma_S^2\} \sin\beta \cos\beta \cos\lambda \,d\lambda \,d\beta.$$

Перший інтеграл з останньої рівності співпадає з (11) і визначає швидкість усталеної повзучості  $\dot{e}_1$  в звичайних умовах (без проведення механікотермічної обробки), другий – з (9), тобто визначає попередню пластичну деформацію  $e_{10}$ :

$$\dot{e}_{1M}(e_{10}) = \dot{e}_1 - K \exp(-K_M(e_{10})t_B)e_{10}, \qquad (28)$$

де

$$K = K_1 e^{K_2 \Theta_{\text{II}}} (\sqrt{2/3} \sigma_x)^{K_3} = \text{const};$$
  
$$K_M(e_{10}) = K_1 e^{K_2 \Theta_{\text{II}}} [\sqrt{2/3} \sigma_{x0}(e_{10})]^{K_3} = \text{var};$$

 $\Theta_{\rm n}$  – гомологічна температура при повзучості;  $\sigma_x$  – постійне напруження при повзучості.

Проаналізуємо формулу (28). Якщо попередня механіко-термічна обробка не проводилася, то  $e_{10} = 0$  і  $\dot{e}_{1M} = \dot{e}_1$ . Зі зростанням ступеня попереднього наклепу збільшуються величини  $e_{10}$  і  $K_M$ . Добуток  $\exp(-K_M t_B)e_{10}$  спочатку зростає (спадаюча ділянка на рис. 1), а при великих значеннях  $K_M$  зменшується, прямуючи до нуля (зростаюча ділянка на рис. 1).

ISSN 0556-171Х. Проблемы прочности, 2002, № 4

4. Побудова розрахункової кривої  $\varepsilon_x = f(\varepsilon_{x0})$ . Константи моделі. Щоб за формулою (28) побудувати залежність швидкості усталеної повзучості нікелю від попередньої пластичної деформації ( $\sigma_x = 20$  МПа, T = 700°C,  $T_{\rm B} = 700$ °C,  $t_{\rm B} = 1$  г), потрібно задати константи матеріалу та моделі ( $\sigma_S$ ,  $\sigma_P$ ,  $r, K_1, K_2, K_3$ ), що вимагає розгляду серії експериментальних даних.

1). Для визначення сталої r – розтяг нікелевого зразка за кімнатної температури [10]. Розрахункова діаграма розтягу будувалася за формулами (14), (16a) і (17) при  $\sigma_s = 78$  МПа [11, 12], а константа r вибиралася так, щоб розрахункова крива якомога краще наближалася до експериментальної.

2). Для визначення межі повзучості  $\sigma_P$  як функції температури – криві повзучості  $\varepsilon_x \sim t$  нікелю [12] при температурах  $T_1 = 371^{\circ}$ С,  $T_2 = 483^{\circ}$ С,  $T_3 = 649^{\circ}$ С і різних значеннях напруження. За величину межі повзучості матеріалу вибираємо значення  $\sigma_{0,2/100}^T$  [13], тобто напруження, яке викликає при температурі T протягом 100-годинного навантаження 0,2% залишкової деформації. Перебудуємо діаграми повзучості у системі координат  $\sigma_{xi} \sim \varepsilon_{xi}$  (індекс *i* відповідає температурі  $T_i$  (*i*=1, 2, 3)) для фіксованого моменту часу [14], а саме 100 г, і визначимо значення напруження, що відповідає рівневі деформації 0,2% – межа повзучості  $\sigma_{Pi}$ . Проведемо апроксимацію одержаних значень  $\sigma_{Pi}$  степеневою залежністю від температури і визначимо межу повзучості  $\sigma_P$ , яка для  $T = 700^{\circ}$ С складає 8,6 МПа.



Рис. 3. Розрахункова крива залежності швидкості усталеної повзучості  $\hat{\varepsilon}_x$  нікелю ( $\sigma_x = 20 \text{ МПа}, T_{\Pi} = 700^{\circ}\text{C}, T_B = 700^{\circ}\text{C}, t_B = 1 \text{ г}$ ) від величини попередньої деформації  $\varepsilon_{x0}$  за кімнатної температури (• – експериментальні значення [15].)

3). Для визначення сталих  $K_1, K_2, K_3$  – графіки залежності  $\mathring{\varepsilon}_{xi} = f(\sigma_{xi})$ нікелю при значеннях температури  $T_i$  [12]. Розрахункові графіки будувалися за формулами (15), (16б) і (17). Стала  $K_2$  регулює зміну швидкості деформації повзучості від температури,  $K_3$  – від прикладеного напруження,  $K_1$  – масштабний коефіцієнт. Константа r у (16б) повинна бути такою, як і при побудові діаграми пластичності. Це пояснюється тим, що у рамках синтезної теорії деформація пластичності (14) і повзучості (15) виводиться з одного визначального співвідношення (5). З огляду на те, що співвідношення (28) одержано також із (5), випливає, що визначені з експериментів на пластичність і на звичайну повзучість константи повинні фігурувати у співвідношенні, яке описує залежність  $\dot{\varepsilon}_x$  від величини  $\varepsilon_{x0}$ , яка входить до складу попередньої механіко-термічної обробки. Ця розрахункова залежність представлена на рис. З при таких значеннях сталих моделі:  $K_1 = 2 \cdot 10^{-4} (\text{ c} \cdot \text{MIIa}^{K_3})^{-1}$ ;  $K_2 = 2,83$ ;  $K_3 = 1,95$ ;  $r = 2,3 \cdot 10^6 (\text{MIIa})^2$  (усі розрахунки проводилися за допомогою програмного пакету MathCad7 Professional). Видно, що розрахункова крива добре узгоджується з експериментальними даними [15], що свідчить не лише про якісну, але й кількісну вірогідність залежності (28).

Висновок. Запропоновано математичну модель, за допомогою якої виводиться залежність швидкості усталеної повзучості від величини попередньої пластичної деформації. Модель побудовано шляхом узагальнення синтезної теорії пластичності і повзучості з урахуванням процесів, що відбуваються у матеріалі при проведенні механіко-термічної обробки, та їхнього впливу на швидкість усталеної повзучості. Одержано просте співвідношення, яке пов'язує швидкість усталеної повзучості металу з величиною попередньої пластичної деформації.

## Резюме

Предложена математическая модель, с помощью которой аналитически выводится зависимость скорости установившейся ползучести от величины пластической деформации при проведении предварительной механикотермической обработки. Модель построена путем обобщения синтезной теории пластичности и ползучести с качественным отображением процессов, происходящих при предварительном наклепе и отжиге материала.

- 1. Иванова И. И. Механико-термическая обработка как средство повышения жаропрочности металлов и сплавов. – М.: Науч.-техн. об-во машиностроит. пром-сти, 1964. – 28 с.
- 2. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
- Козырский Г. Я., Кононенко В. А. Исследование ползучести предварительно деформированного легированного никеля // Физика металлов и металловедение. – 1966. – 22, вып. 1. – С. 108 – 111.
- 4. Новиков И. И. Теория термической обработки металлов. М.: Металлургия, 1974. 400 с.
- Козырский Г. Я., Петрунин Г. А. Влияние полигонизации и рекристаллизации при ползучести никеля // Вопр. физики металлов и металловедения. – 1963. – № 17. – С. 89 – 97.
- 6. *Розенберг В. М.* Влияние субструктуры на ползучесть никеля // Физика металлов и металловедение. 1961. 11, вып. 6. С. 899 909.
- 7. Андрусик Я. Ф., Русинко К. Н. Пластическая деформация упрочняющихся материалов при нагружении в трехмерном подпространстве пятимерного пространства девиаторов // Механика твердого тела. 1993. № 2. С. 78 83.

- 8. Ильюшин А. А. Пластичность. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 273 с.
- 9. *Русинко К. Н.* Особенности неупругой деформации твердых тел. Львов: Вища шк., 1986. 152 с.
- Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1976. – 416 с.
- 11. *Физико-химические* свойства элементов. Справочник / Под ред. Г. В. Самсонова. Киев: Наук. думка, 1965. 808 с.
- 12. Корнилов Н. И. Никель и его сплавы. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 330 с.
- Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов / Отв. ред. Г. С. Писаренко. – 2-е перераб. и доп. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.
- 14. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Справочное пособие. Киев: Наук. думка, 1981. 496 с.
- 15. Козырский Г. Я., Окраинец П. Н., Петрунин Г. А. Особенности структур никеля с повышенным сопротивлением ползучести // Вопр. физики металлов и металловедения. 1964. № 2. С. 42 51.

Поступила 06. 09. 2001