Статистические особенности микрорастрескивания неупругой керамики

Г. А. Гогоци^а, Н. И. Луговой⁶, В. Н. Слюняев^а

^а Институт проблем прочности НАН Украины, Киев, Украина

⁶ Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", Киев, Украина

Рассмотрена модель разрушения, применимая к многофазным хрупким материалам, в частности к керамике. В рамках разработанной модели предпринята попытка решения физической проблемы описания неупругого поведения керамики как стохастического процесса растрескивания отдельных структурных элементов. Модель используется для описания механического поведения однофазной керамики с различным статистическим распределением размеров зерен. При этом используются понятие эффективной среды и статистическое описание процесса разрушения. Результаты теоретических расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными методом акустической эмиссии.

Ключевые слова: моделирование, хрупкое разрушение, микрорастрескивание, неупругая керамика, мера хрупкости.

Керамические материалы обладают рядом уникальных физических и химических свойств, что обусловливает их использование для многообразных инженерных и технических приложений. Однако широкое применение этих материалов в науке и технике ограничено их значительной хрупкостью. Керамические материалы – это сложные системы, характеризующиеся целым набором взаимозависимых параметров. Теоретический прогноз их механического поведения в сочетании с результатами экспериментальных исследований прочности, микро- и макроразрушения позволяет получить информацию об условиях разрушения. При этом прочность керамического материала в целом определяется прочностью его отдельных структурных элементов.

Задача настоящей работы заключалась в изучении взаимосвязи между структурой, механическими характеристиками, а также поведением неупругой керамики при разрушении, что существенно для оптимизации конструкторских решений и технологических параметров в процессе ее производства.

Для решения этой задачи разработана модель разрушения, применимая к *n*-фазным керамическим материалам. Предпринята попытка также решить физическую проблему описания механического поведения неупругой керамики как стохастического процесса растрескивания отдельных структурных элементов. Вышеуказанная модель применяется для описания механического поведения однофазной керамики с различным статистическим распределением размеров зерен. При этом используются понятие эффективной среды и статистическое описание процесса разрушения [1].

© Г. А. ГОГОЦИ, Н. И. ЛУГОВОЙ, В. Н. СЛЮНЯЕВ, 2002 48 ISSN 0556-171Х. Проблемы прочности, 2002, № 4 Статистические особенности микрорастрескивания ...

Введем понятие структурного элемента материала как его однородного объема с заданными свойствами. Этот элемент имеет поверхности раздела, т.е. поверхности, где свойства материала скачкообразно изменяются. Характеристики отдельных структурных элементов, форма их статистического распределения и параметры нагружения используются в качестве начальных данных для расчета объемной доли разрушенных структурных элементов. Принято, что произвольный структурный элемент находится в некоторой эффективной среде. Математическое ожидание объема разрушенного структурного элемента и вероятность разрушения отдельного структурного элемента вероятность разрушения отдельного структурного элемента рассчитываются с учетом локального критерия разрушения. Причем вероятность разрушения отдельного структурных элементов, а локальный критерий разрушения выбирается в соответствии с энергетической концепцией зарождения трещин [2, 3].

Важным параметром, определяющим перераспределение напряжений между структурными элементами материала, является модуль упругости E. Основным параметром нагружения в рамках модели служит плотность энергии упругих деформаций в материале $q = \sigma e/2$, где $\sigma = E(e)e$ (в общем случае модуль упругости E зависит от деформации). Параметры σ и e здесь обозначают соответственно интенсивность приложенного напряжения и деформации.

Характеристиками отдельных структурных элементов, также влияющими на перераспределение напряжений, являются модули упругости E_j и объемные доли каждого компонента материала f_j . Прочность отдельного структурного элемента определяется исходя из энергии образования единицы площади новой поверхности данного компонента γ_j (в случае растяжения этот параметр эквивалентен поверхностной энергии).

В структурных элементах каждого компонента многофазных керамических материалов существуют эффективные остаточные напряжения. В процессе охлаждения разница деформаций, обусловленная различием коэффициентов термического расширения компонент, релаксирует за счет проскальзывания при условии, что температура достаточно высока. Ниже определенной температуры, так называемой температуры "сцепления", различные компоненты становятся жестко связанными, что приводит к появлению внутренних напряжений. В каждой фазе полная деформация после спекания представляет собой сумму упругой и термической компонент.

В случае идеально жесткой связи между фазами полная деформация одинакова для всех фаз [4]. Тогда

$$e_j = \frac{\sigma_{rj}}{E'_j} + \alpha_{Tj} \Delta T = \text{const}, \qquad (1)$$

где σ_{rj} – остаточное напряжение в *j*-й фазе; α_{Tj} – коэффициент термического расширения *j*-й фазы; ΔT – разница между данной температурой и температурой сцепления; $E'_j = E_j / (1 - \nu_j)$; ν_j – коэффициент Пуассона *j*-й фазы.

Уравнение равновесия имеет следующий вид (в нормальных напряжениях):

$$\sum \sigma_{ij} f_j = 0. \tag{2}$$

Из уравнений (1) и (2) для двухфазного материала получаем

$$\sigma_{r1} = \frac{E_1' E_2' f_2 (\alpha_{T2} - \alpha_{T1}) \Delta T}{E_2' f_2 + E_1' f_1}$$
(3)

И

$$\sigma_{r2} = \frac{E'_2 E'_1 f_1 (\alpha_{T2} - \alpha_{T1}) \Delta T}{E'_2 f_2 + E'_1 f_1}.$$
(4)

Для многофазного материала запишем выражение

$$\sigma_{ij} = E'_j \Delta T \frac{\sum_i E'_i f_i (\alpha_{Ti} - \alpha_{Tj})}{\sum_i E'_i f_i}.$$
(5)

Проведение модельных расчетов требует определения статистического распределения размеров структурных элементов главным образом с учетом факторов, связанных с технологией производства материала. В большинстве случаев используют логарифмическое нормальное распределение, плотность которого имеет вид

$$f(l_j) = \frac{1}{l_j D_j \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left(\ln l_j - M_j\right)^2}{2D_j^2}\right),$$
(6)

где l_j – размер структурного элемента; M_j – математическое ожидание $\ln l_{mj}$; l_{mj} – средний размер элемента *j*-й фазы; D_j – дисперсия распределения. Мы же используем параметр распределения $l_{\max j}/l_{m1}$ и условие $f(l_{\max j}) = 0,0001$, где $l_{\max j}$ – эффективный максимальный размер структурного элемента *j*-й фазы. Если этот размер известен, то параметры M_j и D_j можно получить из (6).

В работе используются нормированные переменные. Нормированная плотность энергии деформации есть $q^* = \frac{ql_{m1}}{\gamma_1}$, где l_{m1} – средний размер элемента фазы с номером 1; γ_1 – поверхностная энергия этой фазы. Нормированный модуль упругости каждого элемента композита будет $E_j^* = E_j/E$, нормированное остаточное напряжение в *j*-й фазе – $\sigma_{rj}^* = \sigma_{rj} \sqrt{l_{m1}/(E\gamma_1)}$. Все размеры структурных элементов нормированы параметром l_{m1} , все напряжения нормированы в соответствии с выражением $\sigma^* = \sigma \sqrt{l_{m1}/(E\gamma_1)}$, все деформации – в соответствии с $e^* = e \sqrt{El_{m1}/\gamma_1}$.

Вероятность разрушения произвольного структурного элемента *j*-й фазы можно рассчитать исходя из плотности статистического распределения $f_{ij}(s_{ij})$ структурных параметров s_{ij} [1, 4]. Эти параметры взаимонезависимы, т.е.

$$P_{j}^{(f)} = \frac{n_{j}^{(f)}}{n_{j}} = \int_{(q_{j}^{c} < \alpha_{j}q)} f_{1j}(s_{1j}) \dots f_{kj}(s_{kj}) ds_{1j} \dots ds_{kj},$$
(7)

где k – суммарное количество параметров s_{ij} ; $n_j^{(f)}$ – число разрушенных элементов *j*-й фазы; n_j – число структурных элементов *j*-й фазы; $q_j^c < \alpha_j q$ – одна из возможных форм локального критерия разрушения (критерий разрушения отдельного зерна); q_j^c – критическая плотность энергии деформации, зависящая от структурных параметров s_{ij} ; α_j – коэффициент, характеризующий перераспределение плотности энергии деформации между элементом *j*-й фазы и эффективной средой. Обычно параметр α_j связан с перераспределением напряжений. В данной модели предполагается, что α_j в первом приближении можно аппроксимировать отношением модулей упругости материала *j*-й фазы и эффективной среды [5]. Зависимость модуля упругости от плотности микротрещин в эффективной среде получена в [6]. Для $\nu = 0,25$ эта зависимость может быть хорошо аппроксимирована выражением $E/E_j = \exp(-1,867f_f)$, где f_f – плотность микротрещин (в случае изотропной формы структурных элементов этот параметр соответствует также объемной доле разрушенных структурных элементов).

Вероятность разрушения структурного элемента размером $l_j < l$ определяется выражением

$$P_{j}^{(jl)} = \int_{\substack{\left\{q_{j}^{c} < \alpha_{jq} \\ l_{j} < l\right\}}} f_{1j}(s_{1j}) \dots f_{kj}(s_{kj}) ds_{1j} \dots ds_{kj}.$$
(8)

Очевидно, что $P_j^{(fl)} = n_j^{(fl)} / n_j$, где $n_j^{(fl)}$ – число разрушенных элементов *j*-й фазы с размером $l_j < l$. Тогда вероятность события, состоящего в том, что разрушенный элемент *j*-й фазы имеет размер $l_j < l$, есть

$$P_{j}^{(l)} = \frac{n_{j}^{(fl)}}{n_{j}^{(f)}} = \frac{n_{j}^{(fl)}}{n_{j}} \frac{n_{j}}{n_{j}^{(f)}} = \frac{P_{j}^{(fl)}}{P_{j}^{(f)}}.$$
(9)

Выражение для среднего объема разрушенного структурного элемента *j*-й фазы имеет вид [4]

$$\xi_{j} = k_{j} \int_{0}^{\infty} l^{3} \frac{\partial P_{j}^{(l)}}{\partial l} dl, \qquad (9a)$$

где k_j – коэффициент, зависящий от формы структурных элементов *j*-й фазы. Средний объем элемента *j*-й фазы будет

$$MV_j = k_j \int_0^\infty s_{1j}^3 f_{1j}(s_{1j}) ds_{1j}, \qquad (96)$$

где $s_{1j} = l_j$ [4].

Параметр q_j^c для хрупкого материала можно получить из энергетического баланса:

$$q_j^c = \frac{K_j \gamma_j}{l_j} \pm \frac{\sigma_{rj}^2}{2E_j},\tag{10}$$

где K_j – геометрический коэффициент структурных элементов ($K_j = 3$ для сферических элементов и транскристаллитных трещин, $K_j = 12$ для межзеренных трещин). Второе слагаемое в правой части уравнения (10) представляет собой упругую энергию остаточных напряжений (для однофазной керамики этот член равен нулю). Знак "плюс" используется для внешней растягивающей нагрузки и сжимающих внутренних напряжений, знак "минус" – если внутренние напряжения в этом случае растягивающие.

Объемная доля разрушенных структурных элементов (плотность микротрещин) определяется из уравнения

$$f_{f} = \sum_{j} \frac{\xi_{j} f_{j} P_{j}^{(f)}}{M V_{j}}.$$
 (11)

Если геометрический размер структурного элемента является случайным параметром, а другие структурные параметры детерминированы, то уравнение (11) может быть преобразовано к виду

$$f_{f} = \sum_{j} f_{j} \frac{\int_{j}^{\infty} l_{j}^{3} f_{j}(l_{j}) dl_{j}}{\int_{0}^{\infty} l_{j}^{3} f_{j}(l_{j}) dl_{j}},$$
(12)

где $f_j(l_j)$ – плотность статистического распределения l_j ; l_j^* – минимальный размер разрушенного элемента *j*-й фазы, определяемый из уравнений $\alpha_j q = q_j^c$ и (10) при $l_j = l_j^*$.

Зависимость нормированной плотности энергии деформации q^* от плотности микротрещины f_f для однофазного хрупкого материала при $l_{\max}/l_m = 3$ показана на рис. 1,*a* (для однофазного материала имеем

 $l_{\max 1} = l_{\max}$, $l_1 = l$, $l_{m1} = l_m$). Расчеты выполняли для поликристаллического материала, в котором l_{m1} представляет собой наиболее вероятный размер зерна. Кривая на рис. 1,а относится к материалу, свободному от внутренних напряжений. Предполагается, что разрушение структурных элементов происходит по телу зерен, в то время как разрушение по поверхности раздела между ними отсутствует. Указанная кривая определяет потенциальный барьер в пространстве f_f-состояний для перехода из неразрушенного состояния материала в полностью разрушенное. Если разрушенные структурные элементы существуют изначально в материале, то параметр f_f не будет содержать их объемной доли. Максимум на кривой соответствует предельному состоянию материала под нагрузкой. Наибольшая величина плотности энергии деформации представляет собой критическую плотность энергии деформации Q_c , соответствующая нормированная величина есть Q_c^* = $=Q_c l_m / \gamma_1, f_c$ – объемная доля разрушенных элементов в предельном состоянии. Стабильное состояние отмечается при $f_f < f_c$, нестабильное соответствует условию $f_f > f_c$. Существует плотность энергии деформации, со-ответствующая началу микрорастрескивания q_0 , нормированная величина этой плотности – $q_0 = q_0 l_m / \gamma_1$. Спонтанное растрескивание структурных элементов происходит при выполнении условия $q_0 = 0$.



Рис. 1. Критические параметры процесса микрорастрескивания: a – зависимость нормированной энергии деформации от плотности микротрещин; δ – диаграмма деформации материала с локальным стохастическим микрорастрескиванием (1 – нагружение без микрорастрескивания; 2 – рассеянное микрорастрескивание; 3 – стабильное локализованное микрорастрескивание; 4 – нестабильное (катастрофическое) разрушение).

Исходя из вышеизложенного можно заключить, что имеют место однозначные зависимости $q(f_f)$ и $E(f_f)$, которые могут быть рассчитаны предлагаемыми методами. Следовательно, существует также однозначная зависимость E(q). С учетом того, что $q = \sigma e/2$, а $\sigma = E(q)e$, можно получить зависимости $\sigma = \sqrt{2} E(q)q$ и $e = \sqrt{2} q/E(q)$. А значит, можно считать определенной диаграмму нагружения $\sigma(e)$ соответствующего материала.

Зависимость нормированного напряжения от нормированной деформации для однофазного материала при $l_{\text{max}}/l_m = 3$ показана на рис. 1, б. При одноосном растяжении имеют место четыре стадии процесса. Первая стадия

Г. А. Гогоци, Н. И. Луговой, В. Н. Слюпяев

представляет собой нагружение без микрорастрескивания. Вторая стадия характеризуется стабильным нелокализованным микрорастрескиванием (рассеянное микрорастрескивание). Третья стадия – это стабильное локализованное микрорастрескивание после максимума напряжения. Четвертая стадия – нестабильное (катастрофическое) разрушение. Как результат локализации разрушения в условиях растяжения, когда в каждый данный момент времени в сечениях образца поддерживается фиксированное напряжение, третья и четвертая стадии происходят в течение очень короткого периода времени. Следовательно, при условии внешнего фиксированного напряжения эти стадии на практике не проявляются. На рис. 1, а стадии стабильного нелокализованного и стабильного локализованного микрорастрескивания расположены до максимума плотности энергии деформации, стадия нестабильного разрушения - после максимума. Отметим, что процесс микрорастрескивания при изгибе, если выполняется условие фиксированной деформации локальных объемов, имеет некоторые особенности. Во-первых, третья стадия разрушения в этом случае отсутствует. Во-вторых, вторая стадия простирается вплоть до стадии катастрофического разрушения.

Важным параметром, характеризующим неупругое поведение керамических материалов, является их мера хрупкости $\chi \leq 1$ [7]. Эта величина определяет характер зависимости напряжение–деформация и определяется следующим образом:

$$\chi = \frac{A_1}{A_1 + A_2 + A_3},$$

где A_1, A_2 и A_3 – площади отдельных участков диаграммы деформирования, показанные на рис. 2,*а*.



Рис. 2. Схемы расчета меры хрупкости: *a* – обычный вариант; *б* – точный расчет в рамках предложенной модели.

Приближенная мера хрупкости, более удобная для практического использования, может быть записана в виде

$$\chi' \approx \frac{A_1}{A_1 + A_2} = \frac{\sigma_m / 2E}{\sigma_m / 2E^*} = \frac{E^*}{E},$$
 (13)

где σ_m – напряжение, соответствующее максимуму на диаграмме напряжение-деформация; E^* – эффективный модуль упругости при разрушении. В рамках описанной модели разрушения можно предложить более строгое определение меры хрупкости, основанное на расчетных критических параметрах разрушения:

$$\omega_0 = \sigma_0^* / \sigma_m^* \quad \text{if } \quad \omega_m = \sigma_m^* / \varepsilon_m^*, \tag{14}$$

где σ_0^* – нормированное напряжение начала микрорастрескивания; σ_m^* – нормированное максимальное напряжение; ε_m^* – нормированная деформация, соответствующая максимуму напряжения. Из (13), (14) очевидно, что

$$\chi' = \frac{E^*}{E} = \frac{\sigma_m^*}{\varepsilon_m^*} = \omega_m.$$

Схема точного расчета меры хрупкости, равной отношению площади *DBE* к площади *OABE*, показана на рис. 2,*б*. Таким образом, легко получить следующее выражение для меры хрупкости:

$$\chi = \omega_m \frac{1}{1 + \omega_0 (1 - \omega_m)}.$$

Из этого выражения видно, что если $\omega_0 \rightarrow 0$, то $\chi \rightarrow \omega_m$.

В настоящей работе исследована промышленная керамика на основе Al_2O_3 с добавкой ZrO_2 , характеристики которой приведены ранее [8]. Размеры структурных элементов соответствуют нескольким сотням микрон. Статистическое распределение размеров зерен представлено на рис. 3. Оно может быть легко аппроксимировано соответствующим логарифмическим нормальным распределением (6) при $l_m = 0.357$ мм, $l_{max} = 2.5$ мм и $l_{max}/l_m = 7$.



Рис. 3. Статистическое распределение нормированных размеров структурных элементов в керамических материалах: *1* – логарифмическое нормальное распределение; *2* – экспериментальные данные.

Г. А. Гогоци, Н. И. Луговой, В. Н. Слюняев

Нормирование критических параметров разрушения выполнено на основе экспериментально определенного модуля упругости керамики. Однако необходимо отметить, что истинные напряжения в структурных элементах выше, чем номинальные, вследствие наличия начальной пористости и некоторой плотности микротрещин в исходном состоянии.

Поскольку для исследуемой керамики характерно наличие крупноразмерных структурных элементов, для экспериментальных исследований были выбраны образцы с поперечным сечением 15×15 мм и длиной 110 мм. Образцы испытывали при комнатной температуре с помощью приспособления для трехточечного изгиба, оснащенного высокочувствительным прогибомером LVDT (расстояние между поддерживающими нагружающими роликами составляло 100 мм). Диаграммы нагрузка–прогиб регистрировались двухкоординатным потенциометром и затем использовались для расчета диаграмм номинальное напряжение–деформация (рис. 4). Из рис. 4 видно, что керамика относительно хрупкая [7] с мерой хрупкости $\chi < 1$. Кроме того, в процессе нагружения образцов проводили контроль сигналов акустической эмиссии (АЭ), что позволило получить зависимость акустической эмиссии от времени испытания. Соответствующие кривые, необходимые для анализа результатов, показаны на рис. 5.



Рис. 4. Номинальная (1), истинная (2) и расчетная (3) диаграммы напряжение-деформация керамики.

Рис. 5. Изменение напряжения σ (1), деформации ε (2) и скорости счета акустической эмиссии N (3) при изгибе керамики.

Напряжения и деформации во внешних слоях образца в условиях четырехточечного изгиба определяются как

$$\sigma_{nr} = \frac{2a}{bh^2} \left(P + \frac{\delta}{2} \frac{dP}{d\delta} \right),$$
$$\varepsilon = \frac{4h}{L^2} \delta,$$

где P – приложенная нагрузка; δ – величина прогиба; b, h – ширина и высота образца соответственно; a – расстояние между опорами; L – база прогибо-

мера. С помощью этих выражений можно определить истинные напряжения во внешних слоях образца в случае изгиба при нелинейной диаграмме образца из-за микрорастрескивания.

Диаграмма истинное напряжение-деформация во внешнем слое может быть сопоставлена с диаграммой номинальное напряжение-деформация, где

$$\sigma_N = \frac{3a}{bh^2} P.$$

Тогда истинное и номинальное напряжения определяются следующим уравнением:

$$\sigma_{tr} = \frac{2}{3}\sigma_N + \frac{1}{3}\frac{d\sigma_N}{d\varepsilon}\varepsilon.$$

Последнее выражение, связывающее номинальное напряжение с истинным, справедливо также в случае трехточечного изгиба. При этом номинальное напряжение определяется выражением

$$\sigma_N = \frac{3Pl}{2bh^2},$$

где *l* – база испытания.

Для линейной зависимости напряжения от деформации истинная и номинальная диаграммы совпадают. В области нелинейности истинное напряжение существенно ниже, чем номинальное.

Экспериментальная диаграмма истинное напряжение–деформация и расчетная диаграмма напряжение–деформация представлены на рис. 4. Диаграммы находятся в хорошем соответствии вплоть до максимума напряжения. Далее с увеличением деформации их характер несколько различается. Одним из вариантов объяснения различий может быть предположение о фазовом превращении под напряжением в частицах диоксида циркония. Этот процесс приводит к дополнительной диссипации упругой энергии деформации, вследствие чего снижается интенсивность микрорастрескивания и повышается деформация, достигаемая во внешних слоях образца. В нашем модельном расчете дополнительная энергия диссипации не учитывалась.

Процесс деформирования относительно хрупкой керамики является процессом накопления трещин в ее структуре, что сопровождается увеличением как суммарной длины трещин, так и их числа. Подобный механизм деформации характерен также для такого сравнительно хрупкого материала, как бетон, для которого длина трещин была определена в [9]. Что касается керамики на основе тугоплавких соединений, то для таких материалов аналогичных сведений в литературе авторам найти не удалось.

Пластинки для исследования микротрещин были получены с помощью разрезания низкоскоростной алмазной пилой (чтобы не допустить повреждения структуры) фрагментов разрушенных образцов вдоль их оси. Поверх-

Г. А. Гогоци, Н. И. Луговой, В. Н. Слюняев

ности разрезов изучали с использованием микроскопа "Cambridge Stereoscan S4-10". В процессе исследования определяли число трещин на поверхностях разреза. С этой целью исследуемую область в каждом из образцов (рис. 6) разбивали на 20 частей, которые, в свою очередь, состояли из двух зон (A_1 – A_{20} и B_1 – B_{20}). Количество микротрещин на единичной площади определяли при увеличении ×36. При подсчете принимали во внимание трещины размером не менее 100 мкм. Зависимость числа трещин в растянутой части образца (зоны A_1 – A_{20}) единичной площади от напряжения в соответствующей зоне представлена на рис. 7. Согласно этой зависимости, число трещин растет с увеличением напряжения. Приведенные данные тем самым подтверждают факт накопления разрушения в сравнительно хрупкой керамике при ее нагружении.



Рис. 6. Схема разреза образца керамики: 1-4 – место разреза, $A_1 - B_{20}$ – зоны поверхностей первого разреза.

Среднее значение числа трещин на единичной площади показано на рис. 7 линией AB, которая находится в области существования исходных трещин, где процесс микрорастрескивания при нагружении не происходит. Уровень напряжения, соответствующий началу микрорастрескивания (линия CD на рис. 7), определяли по данным акустической эмиссии (рис. 5), а также с использованием диаграммы напряжение–деформация керамики (рис. 4). Линия CD определяет область на поверхности образца, где имеет место микрорастрескиваниие (в направлении более высоких напряжений).

В рамках вышеописанной модели было выполнено моделирование механического поведения керамики в условиях растяжения (экспериментальные результаты получены в растянутой области образца при испытании на изгиб, т.е. сравнение расчетных характеристик при растяжении и экспериментальных данных в этом случае вполне оправданно). Вышеуказанные структурные параметры, а также статистическое распределение размеров зерен использовались как начальные данные для дальнейших расчетов. Процесс моделирования упрощает определение зависимости числа микротрещин на единичной площади от уровня приложенных напряжений. Объем разрушенных структурных элементов (или плотность микротрещин f_f) может быть выражен как произведение разрушенных структурных элементов в единице объема N и математического ожидания объема разрушенного структурного элемента ξ .



Рис. 7. Зависимость числа трещин на единичной площади поверхности разреза образца от напряжений, влияющих на растянутую поверхность в момент разрушения: *АВ* – среднее значение числа трещин на единичной площади и зона начальных трещин; *CD* – уровень напряжения, соответствующего началу микрорастрескивания.

Как обнаружено, в первом приближении число микротрещин на единичной площади N_s равно числу микротрещин в единице объема. В этом случае $N_s(\sigma) = N(\sigma) = f_f(q(\sigma))/\xi(q(\sigma))$, где $q(\sigma) = \sigma^2/2E$. Эта зависимость показана на рис. 8. Поскольку основное внимание уделяется микротрещинам, возникающим в процессе нагружения, экспериментальные данные о количестве изученных микротрещин (рис. 7) в рамках модели должны быть скорректированы с учетом числа начальных микротрещин. Для оценки количества исходных микротрещин может быть принято среднее число трещин на единичной площади в зоне, где микрорастрескивание не имеет места (линия *AB* на рис. 7). Экспериментальные точки на рис. 8 соответствуют экспериментальным точкам на рис. 7, уменьшенным на среднее количество микротрещин в зоне, где микрорастрескивание отсутствует. Из вышепроведенного анализа становится очевидным, что результаты теоретических расчетов находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

Таким образом, рассмотрена модель разрушения, которая может быть применима к многофазным хрупким материалам (в частности, к керамике). Авторами предпринята попытка решения физической проблемы описания разрушения микронеоднородного твердого тела как стохастического процесса растрескивания отдельных структурных элементов. С помощью разработанной модели описано механическое поведение однофазной керамики с различными статистическими распределениями размеров зерен.

Модель позволяет прогнозировать изменение критических параметров разрушения для одно- и многофазных твердых тел с неоднородностью в зависимости от характеристик их микроструктуры, а также механического поведения нагруженных структурных элементов.



Рис. 8. Экспериментальная (точки) и расчетная (линия) зависимости числа микротрещин на единичной площади поверхности разреза образца, образованных в процессе разрушения, от уровня напряжения.

С помощью усовершенствованного метода расчета меры хрупкости неупругого керамического материала можно учесть напряжение начала микрорастрескивания. Результаты моделирования микрорастрескивания керамики находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. Это свидетельствует о том, что модель, а также полученные на ее основе выводы корректны. Предлагаемый метод позволяет теоретически прогнозировать механическое поведение перспективных керамических материалов с различной микроструктурой с учетом ее статистического характера.

Резюме

Розглянуто модель руйнування стосовно багатофазних крихких матеріалів, зокрема кераміки. У рамках розробленої моделі зроблено спробу розв'язання фізичної проблеми опису непружної поведінки кераміки як стохастичного процесу розтріскування окремих структурних елементів. Модель використовується для опису механічної поведінки однофазної кераміки з різним статистичним розподілом розмірів зерен. При цьому використовуються поняття ефективного середовища і статистичний опис процесу руйнування. Результати теоретичних розрахунків добре узгоджуються з експериментальними даними, одержаними методом акустичної емісії.

- 1. Podrezov Yu. N., Lugovoy N. I., Slyunyaev V. N., and Minakov N. V. Statistical failure model of materials with micro-inhomogeneity // Theor. Appl. Fract. Mech. 1997. **26**. P. 35 40.
- 2. Davidge R. W. and Green T. J. The strength of two-phase ceramic/glass materials // J. Mater. Sci. 1968. **3**. P. 629 634.
- 3. Lange F. F. Composite Materials // Fracture and Fatigue / Ed. L. J. Broutman. New York: Academic Press, 1974. Vol. 5. P. 1 44.

- Lugovy M., Orlovskaya N., Berroth K., and Kubler J. Microstructural engineering of ceramic-matrix layered composites: Effect of grain size dispersion on single-phase ceramic strength // Comp. Sci. Techn. – 1999. – 59, No. 2. – P. 283 – 289.
- Schultrich B. Mechanical properties of brittle materials // Modern Theories and Experimental Evidence. – Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Festkörperphysik und Werkstofforschung, 1986. – No. 32. – S. 229 – 266.
- 6. *Салганик Р. Л.* Механика твердых тел с большим числом микротрещин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1973. – № 4. – С. 149 – 158.
- 7. Gogotsi G. A. Deformation behavior of ceramics // J. Europ. Ceram. Soc. 1991. 7. P. 87 92.
- 8. *Gogotsi G. A.* The significance of non-elastic deformation in the thermal shock fracture of heterogeneous ceramic materials // Thermal Shock and Thermal Fatigue Behavior of Advanced Ceramics / Eds. G. A. Schneider and G. Pettzov. New York: Kluwer Academic Publisher, 1993. P. 279 291.
- 9. *Shan S. P. and Chandra S.* Critical stress, volume change and microcracking of concrete // J. Am. Concr. Inst. 1968. **65**, No. 9. P. 770 781.

Поступила 21. 02. 2001