

УДК 532.59

СТАЦІОНАРНИЙ РУХ ВИХОРА БІЛЯ ТВЕРДОЇ СТІНКИ У СТРАТИФІКОВАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

О. Г. СТЕЦЕНКО

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 22.04.2008

Розв'язана лінійна задача про вимушений стаціонарний рух двовимірного точкового вихора біля твердої горизонтальної границі у напівнеобмеженій лінійно стратифікованій рідині. Одержано розв'язок, що відповідає руху вихрової пари у необмеженому середовищі, як це має місце у однорідному середовищі. Показано, що при слабкій стратифікації кінематична картина течії в околі вихора змінюється мало, однак з'являється гідродинамічна сила опору, обумовлена стратифікацією, яка з посиленням стратифікації має тенденцію швидко зростати.

Решена линейная задача о вынужденном стационарном движении двухмерного точечного вихря возле твердой горизонтальной границы в полубесконечной линейно стратифицированной жидкости. Получено решение, соответствующее движению вихревой пары в неограниченном пространстве, как это имеет место в однородной среде. Показано, что при слабой стратификации кинематическая картина течения в окрестности вихря изменяется мало, однако появляется гидродинамическая сила сопротивления, обусловленная стратификацией, которая с усилением стратификации имеет тенденцию быстро возрастать.

The article described a solution to the problem on forced stationary motion of a two-dimensional point vortex near a solid horizontal border in a semiunrestricted linear stratified fluid. A solution was obtained, which corresponds to the movement of a pair of vortices in a non-restricted medium, similar to that in a uniform medium. The performed calculations showed that the cinematic pattern of the fluid motion in the vortex proximity changes insignificantly for low stratification. However, stratification results in the hydrodynamic drag force which has a tendency to quickly increase as stratification grows.

ВСТУП

Вивчення вимушених рухів вихорів має як науковий, так і прикладний інтерес в силу того, що такого типу задачі є важливими в гідродинаміці руху плоских тіл, зокрема, крилових профілів, оскільки їх результати є базовими в постановці задач для плоских профілів довільної форми. Бібліографію виконаних в цьому напрямку робіт з відповідним аналізом можна знайти в [1]. У зв'язку з широким застосуванням суден на підводних крилах, глисуючих суден, а також використання крил в якості засобу маневрування для підводних об'єктів, важливе місце в даній проблемі займає дослідження впливу на гідродинамічні характеристики таких об'єктів наявності горизонтальних границь розділення середовища, якими є вільна поверхня, тверда границя або границя різкої зміни густини середовища (стрибок густини).

Стрибок густини в рідині, який моделює наявність там різкого градієнта температури або солоності, відповідає найпростішій схемі стратифікації середовища. В загальному випадку стратифіковані середовища мають неперервний розподіл густини вздовж вертикальної координати, який в окремих випадках можна замінити схемою шаруватої стратифікації, коли густина середовища змінюється стрибкоподібно на границі кожного з шарів, а всередині кожного з них вона постійна. Схе-

ми середовища з вільною поверхнею або твердою стінкою відповідають частинним випадкам шаруватої стратифікації. В першому випадку густина середовища змінюється на границі від нуля до густини рідини, а в другому – від густини рідини до нескінчено великого значення.

Дослідження стаціонарного руху вихорів та вихроджерел у стратифікованих середовищах започатковані у фундаментальних роботах М. Є. Кочина [2, 3], в яких розглянуті задачі про рух вихроджерела біля границі розділення напівнескінчених однорідних середовищ різної густини (в [2] верхній шар мав нульову густину). Найбільш повна постановка задачі для схеми шарової стратифікації виконана в роботі [4].

Перше дослідження руху двовимірного вихора у середовищі з неперервною стратифікацією у лінійній постановці здійснено в роботі [5]. Загальна постановка лінійної задачі про стаціонарний рух точкового вихора у довільному стійко стратифікованому середовищі виконана в [6]. Виведене там рівняння стаціонарного руху точкового вихора в явній формі містить характеристики вихора, що дозволяє для розв'язання задач ефективно використовувати методи інтегральних перетворень.

Гідродинамічна сила, яка діє на рухомий точковий вихор, для шаруватої стратифікації визначається аналогічно випадку однорідного середовища з відомої формули Чаплигіна [7], або з використа-

нням теореми про зміну кількості руху для рідкого об'єму, який знаходиться всередині довільного контуру c , що охоплює вихор [8], оскільки цей контур інтегрування завжди можна вибрати в межах шару, де рухається вихор. Визначення гідродинамічної сили, що діє на вихор при його стаціонарному русі зі швидкістю U у неперервно стратифікованому середовищі з розподілом густини $\rho_0(z)$ вздовж вертикальної координати z , виконано в роботі [9]. В ній показано, що для такого класу лінійних задач має місце аналог інтегралу Бернуллі, з якого випливає зв'язок між збуреними тиском p і швидкістю $\vec{v} = [u(x, z), v(x, z)]$ у вигляді

$$p = -\rho_0(z) \left[Uu + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) \right]. \quad (1)$$

Використання цього результату та підходу [7] дозволило одержати значення гідродинамічної сили у вигляді, аналогічному випадку однорідного середовища з заміною в ньому сталої густини ρ на $\rho_0(z)$. В [8] запропоновано також альтернативний метод визначення горизонтальної складової сили опору R_x , яка визначає хвильовий опір.

В даній роботі розглянена кінематика і динаміка вимушеного стаціонарного руху вихора біля твердої горизонтальної границі напівнеобмеженого лінійно стратифікованого середовища.

1. МАТЕМАТИЧНЕ ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ

Розглядається рівномірний горизонтальний рух плоского точкового вихора інтенсивності Γ зі швидкістю U на віддалі h від твердої стінки у стійко стратифікованій рідині. Вісь вихора перпендикулярна до напрямку руху і до напрямку дії сили гравітації. Система координат xoz вибрана так, що вона рухається разом з вихором, причому додатній напрям горизонтальної вісі x направлено в сторону, протилежну напрямку вектора швидкості руху, а вісь z направлена вгору. Вводиться збурена функція течії $\psi(x, z)$ така, що для компонент поздовжньої $u(x, z)$ та вертикальної складових $w(x, z)$ збуреної швидкості

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad w = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Тоді лінеаризоване рівняння, яке описує стаціонарний рух такого середовища в наближенні Бусинеска (спрощений варіант, коли в системі рівнянь Ейлера змінність $\rho_0(z)$ враховується лише у рівнянні для збуреної густини $\rho(x, z)$), має вигляд [6]:

$$\Delta \psi + \frac{N^2}{U^2} \psi = -\Gamma \delta(x) \delta(z - h). \quad (2)$$

Тут N – частота В'айсяля-Брента,

$$N = \left(-\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$\delta(x)$, $\delta(z - h)$ – дельта-функції Дірака.

В безрозмірній формі, де в якості масштабу довжини взято h , масштабу для ψ і $\Gamma - Uh$, рівняння (2) набирає вигляду

$$\Delta \psi + \alpha^2 \psi = -\Gamma \delta(x) \delta(z - 1), \quad (3)$$

де $\alpha = Nh/U$. Граничні умови задачі випливають з умови непроникності на твердій стінці

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad z = 0, \quad (4)$$

і умови затухання збурень на нескінченості

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} \rightarrow 0 \quad z \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Необхідно виконати також умову випромінювання

$$\psi \rightarrow 0 \quad x \rightarrow -\infty. \quad (6)$$

2. РУХ ВИХОРА У ЛІНІЙНО СТРАТИФІКОВАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розглянемо випадок лінійного профілю для $\rho_0(z)$:

$$\rho_0(z) = \rho_{00}(1 - \beta z), \quad \beta > 0.$$

В цьому випадку $N^2 = \beta g$ і $\alpha = \sqrt{\beta g}/U = \text{const}$. Слід відмітити, що сформульована задача для випадків нескінченного або напівнескінченного середовища з таким профілем густини коректна лише за умови виконання співвідношення

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{g}{UN} \gg 1,$$

що означає необхідність затухання всіх збурень у напрямку вісі z на відстанях, значно менших порівняно з масштабом стратифікації $1/\beta$.

Розв'язок задачі (3)–(6) знаходиться у вигляді інтегрального перетворення Фур'є:

$$\psi(x, z) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \bar{\psi}(k, z) dk. \quad (7)$$

Для функції-образу $\bar{\psi}(k, z)$ з рівняння (3) після підстановки туди (7) одержується звичайне диференціальне рівняння (l означає похідну по z):

$$\bar{\psi}'' + (\alpha^2 - k^2) \bar{\psi} = \delta(z - 1), \quad (8)$$

яке необхідно розв'язати з виконанням граничних умов

$$\bar{\psi} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0, \quad (9)$$

$$\bar{\psi} = 0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow \infty. \quad (10)$$

Розв'язок рівняння (8) можна одержати з використанням методу варіації сталих у вигляді

$$\bar{\psi}(k, z) = C_1 e^{Mz} + C_2 e^{-Mz} - \frac{1}{2M} H(1-z) \left[e^{M(z-1)} - e^{-M(z-1)} \right], \quad (11)$$

де C_1 і C_2 – сталі інтегрування; $H(1-z)$ – одинична функція Хевісайда; $M = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$. З граничних умов (9), (10) визначаються C_1 і C_2 . В результаті для $\bar{\psi}$ одержується наступне представлення:

а) в області $z > 1$

$$\bar{\psi}(k, z) = -\frac{1}{2M} \left[e^{-M(z-1)} - e^{-M(z+1)} \right]; \quad (12)$$

б) в області $z \leq 1$

$$\bar{\psi}(k, z) = -\frac{1}{2M} \left[e^{M(z-1)} - e^{-M(z+1)} \right]. \quad (13)$$

З порівняння представлень (12), (13) для функцій-образів з аналогічними виразами для випадку необмеженого лінійно стратифікованого середовища [6] випливає, що в даній задачі рух вихора біля стінки повністю аналогічний випадку руху двох вихорів, що складають вихрову пару, у нескінченному середовищі, коли один із вихорів інтенсивності Γ рухається на горизонті $z = 1$, а інший з інтенсивністю $-\Gamma$ рухається на горизонті $z = -1$. В такому випадку гранична умова при $z = 0$ виконується автоматично.

Враховуючи парність $\bar{\psi}(k, z)$ по k та виконуючи умову випромінювання, одержується наступний розв'язок задачі:

а) в області $z > 1, x > 0$

$$\psi(x, z) = \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^\alpha \frac{1}{M_*} \sin(M_* z) \cos(M_* x) \cos(kx) dk + \frac{\Gamma}{2\pi} \int_\alpha^\infty \frac{1}{M} \left[e^{-M(z-1)} - e^{-M(z+1)} \right] \cos(kx) dk;$$

б) в області $z > 1, x < 0$

$$\psi(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \int_\alpha^\infty \frac{1}{M} \left[e^{-M(z-1)} - e^{-M(z+1)} \right] \cos(kx) dk;$$

в) в області $0 \leq z \leq 1, x > 0$

$$\psi(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \int_0^\alpha \frac{1}{M_*} \sin(M_* z) \cos(M_* x) \cos(kx) dk + \frac{\Gamma}{2\pi} \int_\alpha^\infty \frac{1}{M} \left[e^{M(z-1)} - e^{-M(z+1)} \right] \cos(kx) dk;$$

г) в області $0 \leq z \leq 1, x < 0$

$$\psi(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \int_\alpha^\infty \frac{1}{M} \left[e^{M(z-1)} - e^{-M(z+1)} \right] \cos(kx) dk.$$

Тут $M_* = \sqrt{\alpha^2 - k^2}$. При $z = 1$ значення $\psi(x, 1)$ в обох виразах співпадають.

Одержаний розв'язок є одним із двох рівноправних розв'язків задачі стаціонарного руху системи точкових вихорів у необмеженому середовищі [6]. Для розрахунку картини обтікання вихора потоком при великих значеннях x доцільніше, з точки зору швидкості обчислення інтегралів, використувати другу форму розв'язку, одержану в [6], з якої мають місце такі представлення:

а) в області $x > 0$

$$\psi(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left\{ -2 \int_0^\alpha \frac{\sin(M_* x)}{M_*} \left\{ \cos[k(z-1)] - \cos[k(z+1)] \right\} dk + \int_\alpha^\infty \frac{e^{-Mx}}{M} \left\{ \cos[k(z-1)] - \cos[k(z+1)] \right\} dk \right\}; \quad (14)$$

б) в області $x < 0$

$$\psi(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \int_\alpha^\infty \frac{e^{Mx}}{M} \left\{ \cos[k(z-1)] - \cos[k(z+1)] \right\} dk. \quad (15)$$

В представленому розв'язку можна явно виділити складову, яка відповідає обтіканню системи вихорів однорідним потоком. Справді, якщо ввести достатньо велике число k_* таке, що з заданою точністю

$$M(k_*) = \sqrt{k_*^2 - \alpha^2} \approx k_*,$$

то

$$\int_\alpha^\infty \frac{e^{-Mx}}{M} \left\{ \cos[k(z-1)] - \cos[k(z+1)] \right\} dk = \int_\alpha^{k_*} \frac{e^{-Mx}}{M} \left\{ \cos[k(z-1)] - \cos[k(z+1)] \right\} dk +$$

$$+ \int_0^{\infty} \frac{e^{-kx}}{k} \left\{ \cos[k(z-1)] - \cos[k(z+1)] \right\} dk - \\ - \int_0^{k_*} \frac{e^{-kx}}{k} \left\{ \cos[k(z-1)] - \cos[k(z+1)] \right\} dk.$$

Друга складова у правій частині попереднього виразу якраз і відповідає функції течії для двох точкових вихорів, які складають вихрову пару при її русі у однорідному середовищі. Інші складові у цьому виразі описують вклад стратифікації у розв'язок задачі.

Таким чином, виконавши вищенаведену процедуру у представленому розв'язку (14)–(15), одержимо шуканий розв'язок у вигляді:

а) в області $x > 0$

$$\psi(x, z) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \ln \left[\frac{x^2 + (z-1)^2}{x^2 + (z+1)^2} \right] + \\ + \frac{\Gamma}{\pi} \int_{\alpha}^{k_*} \frac{e^{-Mx}}{M} \sin(kz) \sin(k) dk - \\ - \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^{k_*} \frac{e^{-kx}}{k} \sin(kz) \sin(k) dk - \\ - \frac{2\Gamma}{\pi} \int_0^{\alpha} \frac{\sin(M_*x)}{M_*} \sin(kz) \sin(k) dk; \quad (16)$$

б) в області $x < 0$

$$\psi(x, z) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \ln \left[\frac{x^2 + (z-1)^2}{x^2 + (z+1)^2} \right] + \\ + \frac{\Gamma}{\pi} \int_{\alpha}^{k_*} \frac{e^{Mx}}{M} \sin(kz) \sin(k) dk - \\ - \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^{k_*} \frac{e^{kx}}{k} \sin(kz) \sin(k) dk. \quad (17)$$

3. ГІДРОДИНАМІЧНА СИЛА, ЩО ДІЄ НА РУХОМИЙ ВИХОР

Для визначення гідродинамічної сили реакції (горизонтальна R_x та вертикальна R_z -складові) середовища на стаціонарний рух вихора застосуємо до рідкого об'єму, який знаходиться всередині кола нескінченно малого радіуса, що оточує центр вихора, теорему про зміну кількості руху. Тоді, враховуючи (1), в роботі [9] одержано наступні безрозмірні вирази для складових сили через складові збудованої швидкості (масштабом для R_x і R_z

взято $\rho_{00}U^2H$, для $u(x, z)$ і $w(x, z) - U$):

$$R_x = - \oint_c (u \cos \theta + w \sin \theta) ds - \\ - \oint_c \left[\frac{1}{2}(u^2 - w^2) \cos \theta + uw \sin \theta \right] ds; \quad (18)$$

$$R_z = \oint_c (u \sin \theta - w \cos \theta) ds + \\ + \oint_c \left[\frac{1}{2}(u^2 - w^2) \sin \theta - uw \cos \theta \right] ds. \quad (19)$$

На підставі розв'язку (16), (17):

а) в області $x > 0$

$$u(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left[-\frac{z-1}{x^2 + (z-1)^2} + \frac{z+1}{x^2 + (z+1)^2} \right] + \\ + \frac{\Gamma}{\pi} \int_{\alpha}^{k_*} \frac{ke^{-Mx}}{M} \cos(kz) \sin(k) dk - \\ - \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^{k_*} e^{-kx} \cos(kz) \sin(k) dk - \\ - \frac{2\Gamma}{\pi} \int_0^{\alpha} \frac{k \sin(M_*x)}{M_*} \cos(kz) \sin(k) dk, \quad (20)$$

$$w(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left[\frac{x}{x^2 + (z-1)^2} - \frac{x}{x^2 + (z+1)^2} \right] + \\ + \frac{\Gamma}{\pi} \int_{\alpha}^{k_*} e^{-Mx} \sin(kz) \sin(k) dk - \\ - \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^{k_*} e^{-kx} \sin(kz) \sin(k) dk + \\ + \frac{2\Gamma}{\pi} \int_0^{\alpha} \cos(M_*x) \sin(kz) \sin(k) dk; \quad (21)$$

б) в області $x < 0$

$$u(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left[-\frac{z-1}{x^2 + (z-1)^2} + \frac{z+1}{x^2 + (z+1)^2} \right] + \\ + \frac{\Gamma}{\pi} \int_{\alpha}^{k_*} \frac{ke^{-Mx}}{M} \cos(kz) \sin(k) dk - \\ - \frac{\Gamma}{\pi} \int_{\alpha}^{k_*} e^{kx} \cos(kz) \sin(k) dk, \quad (22)$$

$$w(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left[\frac{x}{x^2 + (z-1)^2} - \frac{x}{x^2 + (z+1)^2} \right] + \frac{\Gamma}{\pi} \int_{\alpha}^{k_*} e^{Mx} \sin(kz) \sin(k) dk - \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^{k_*} e^{kx} \sin(kz) \sin(k) dk. \quad (23)$$

На колі нескінченно малого радіуса, центр якого співпадає з центром вихора ($x \rightarrow 0, z \rightarrow h$), з наведених виразів має місце таке представлення для u і w , справедливе для всіх x :

$$u(x, z) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \left[\frac{z-1}{x^2 + (z-1)^2} + \Delta - \frac{1}{2} \right], \quad (24)$$

$$w(x, z) = \frac{\Gamma}{2\pi} \left[\frac{x}{x^2 + (z-1)^2} + \alpha - \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \right], \quad (25)$$

де

$$\Delta = \int_0^{k_*} \sin(2k) dk - \int_0^{\sqrt{k_*^2 - \alpha^2}} \sin(2\sqrt{k_*^2 + \alpha^2}) dk.$$

Виконуючи у виразах (18), (19) інтегрування по колу нескінченно малого радіуса і використовуючи (24), (25), для складових гідродинамічної сили можна одержати

$$R_x = \frac{\Gamma^2}{2\pi} \left[\alpha - \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \right],$$

$$R_z = -\Gamma + \frac{1}{2\pi} \Gamma^2 \left(\Delta - \frac{1}{2} \right).$$

Перехід до однорідної рідини, що відповідає $\beta \rightarrow 0, N \rightarrow 0, \alpha \rightarrow 0, \Delta \rightarrow 0$ дає в цьому випадку

$$R_x = 0, R_z = -\Gamma - \frac{1}{2\pi} \Gamma^2,$$

що співпадає з класичним результатом для однорідного середовища [11]. Порівняння одержаної величини R_x біля стінки і у випадку необмеженого середовища, де $R_x = \frac{1}{2\pi} \alpha \Gamma^2$ ([9]) вказує на помітну відмінність. Наявність стінки зменшує величину R_x . В той же час, додаткова складова, обумовлена стратифікацією, з'являється у виразі для R_z саме за наявності стінки, чого не було у випадку нескінченного середовища.

4. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНИХ РОЗРАХУНКІВ

Для ілюстрації одержаних результатів виконані розрахунки поля течії для різних режимів руху

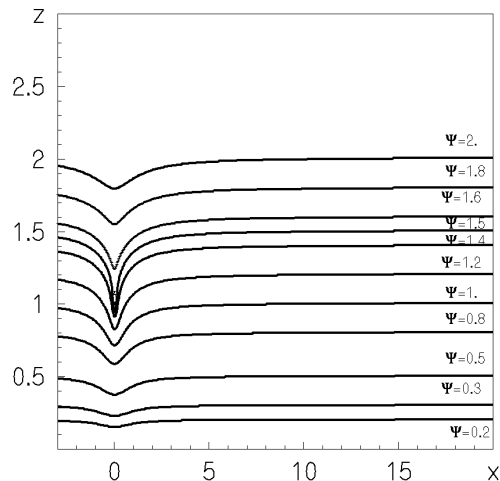


Рис. 1. Картина ліній течії при $\Gamma = 1$ і $\alpha = 0.1$

вихора при $\Gamma = 1, \Gamma = -1, \Gamma = 4$ і $\Gamma = -4$ для $\alpha = 0.01$ і $\alpha = 0.1$, а також визначені додаткові складові сил гідродинамічного опору, обумовлені стратифікацією і наявністю стінки в діапазоні $0 < \alpha < 0.1$. Вибраний діапазон зміни α відповідає реальній стратифікації з $N = 10^{-3} - 10^{-2}$ 1/с, швидкості руху U порядку метрів за секунду і h порядку метрів. Картина обтікання вихора біля стінки представлена на рис. 1–4 лініями течії $\Psi = z + \psi(x, z)$. На рис. 1 і 2 наведена картина ліній течії для $\alpha = 0.1$ і двох значень Γ : $\Gamma = 1$ на рис. 1 і $\Gamma = 4$ на рис. 2 для області $-3 < x < 20$. В цілому, в обох випадках картина течії дуже близька до випадку обтікання вихорової пари однорідною рідиною, хоча порівняння зміщення ліній течії в околі вихора дозволяє виявити незначну зміну цієї величини порівняно з випадком $\alpha = 0$. Для всіх $\Gamma > 0$ характер течії навколо вихора подібний наведеним на рис. 1–2, коли нульова лінія течії співпадає з віссю x . У випадку $\Gamma < 0$ (рис. 3 і 4), в залежності від співвідношення величин $|\Gamma|/\pi U$ і h можливі дві реалізації кінематичної картини [12]. Для випадку $|\Gamma|/\pi U > h$ реалізується картина течії типу представленої на рис. 4 для $\Gamma = -4$ і $\alpha = 0.01$, коли мають місце дві критичні точки на вісі x , що визначають межі спільної атмосфери вихорової пари, утвореної нульовими лініями течії. Для випадку $|\Gamma|/\pi U < h$ реалізується картина течії типу представленої на рис. 3 для $\Gamma = -1$, коли кожен вихор має свою атмосферу з відповідною масою. Дослідження конфігурації відповідних атмосфер як для одного вихора, так і для вихорової пари у потоці однорідної рідини виконані

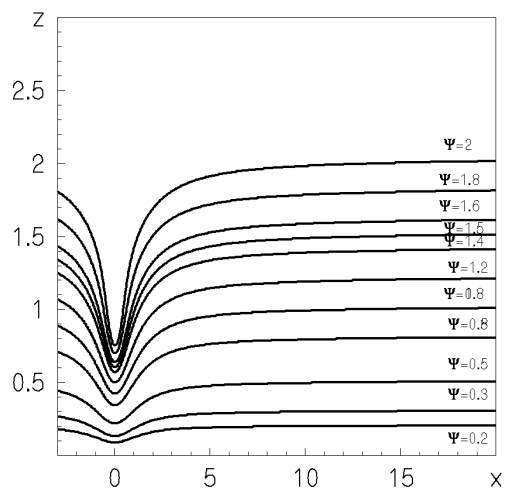
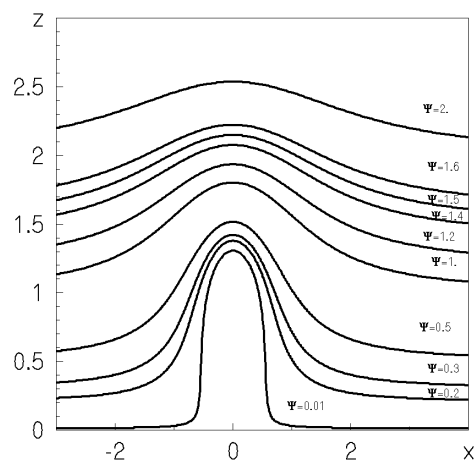
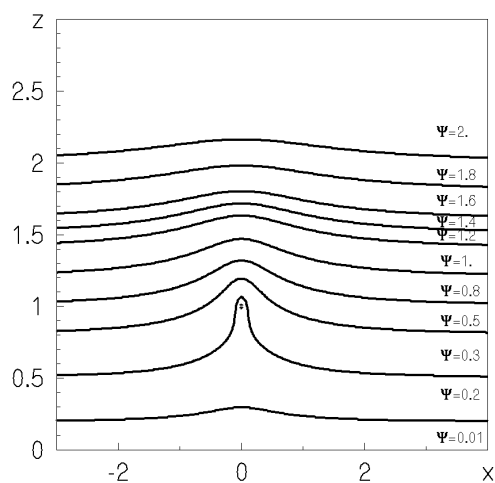
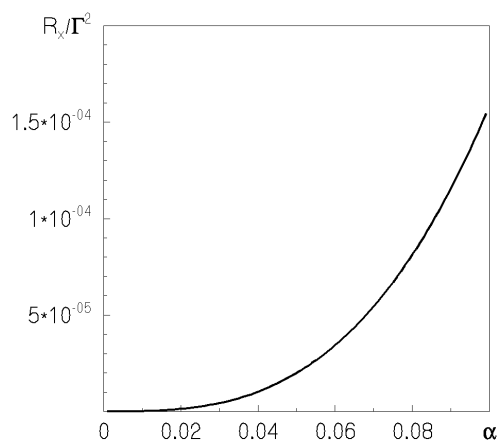
Рис. 2. Картина ліній течії при $\Gamma = 4$ і $\alpha = 0.1$ Рис. 4. Картина ліній течії при $\Gamma = -4$ і $\alpha = 0.01$ Рис. 3. Картина ліній течії при $\Gamma = -1$ і $\alpha = 0.01$ 

Рис. 5. Горизонтальна складова сили опору

зображено у [12, 13].

Представляє інтерес оцінка впливу стратифікації на динамічні характеристики вихора. На рис. 5 показаний характер залежності R_x від α , а на рис. 6 – аналогічна залежність для ΔR_z . Як видно, для розглянутого діапазону α добавки, обумовлені стратифікацією, незначні, але зі збільшенням α має місце тенденція їх зростання. У зв'язку з цим слід очікувати, що горизонтальна складова опору R_x може стати значною для середовищ з неперервною сильною стратифікацією, коли відповідні частоти Брента-В'яйсяля N складатимуть величини порядку одиниці.

ВИСНОВКИ

Проведені дослідження дозволили встановити, що гідродинаміка руху вихора біля стінки у лінійно стратифікованому середовищі має ряд особливостей. Це відповідність одержаного розв'язку випадку руху вихрової пари у необмеженому середовищі з такою ж стратифікацією, що аналогічно тому, як це має місце у випадку однорідного середовища. Наявність горизонтальної границі помітно зменшила величину горизонтальної складової сили опору, але в той же час вона спричинила появу додаткової складової у виразі для вертикальної складової опору, обумовленої власне стратифікацією.

В діапазоні зміни α , розглянутому у робо-

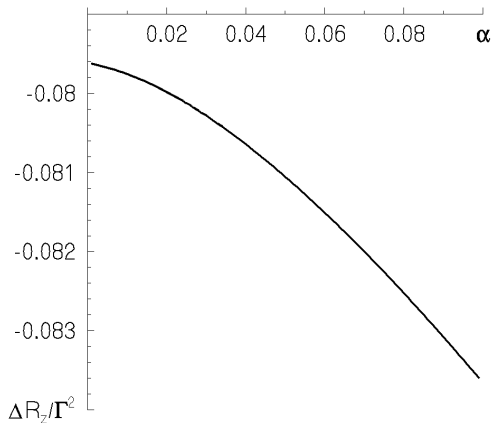


Рис. 6. Додаток до вертикальної складової опору, обумовлений стінкою і стратифікацією

ті, який відповідає руху вихора в середовищі з $N \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ зі швидкістю $U > 0.1$ м/с, характер гідродинамічно картини обтікання вихора мало відрізняється від випадку однорідного середовища, хоч відмінність і присутня. Незначною за величиною є і додаткова горизонтальна складова опору, але характерною особливістю є її помітне зростання зі збільшенням α , тобто, з посиленням стратифікації.

Розгляд руху вихорів у середовищах з сильною стратифікацією може бути пов'язаний з істотними змінами як кінематичної, так і динамічної картини обтікання вихора.

1. Степаняц Ю.А., Стурова И.В., Теодорович А.В. Линейная теория поверхностных и внутренних волн // Итоги науки и техники, МЖГ.– М.: ВИНТИ.– 1987.– 21.– С. 92–179.
2. Кочин Н.Е. О волновом сопротивлении и подъемной силе погруженного в жидкость тела.– Собр. соч.– М., Л.: Из-во АН СССР, 1949.– т. 2.– С. 105–182.
3. Кочин Н.Е. О влиянии рельефа земли на волны на поверхности раздела двух жидкостей разной плотности (статья вторая).– Собр. соч.– М.: Из-во АН СССР, 1949.– т. 1.– С. 467–477.
4. Горлов С.И. Решение линейных задач о равномерном движении вихреисточника в многослойной жидкости // Изв.АН СССР, МЖГ.– 1995.– №31.– С. 127–132.
5. Janowitz G.S. Line singularities in inbound stratified fluid // J.Fluid Mech.– 1974.– 66, 3.– Р. 455–464.
6. Стеценко О.Г. Лінійна задача про стаціонарний рух вихора у стратифікованому середовищі // ПГМ.– 1986.– 6(78),№1.– С. 62–68.
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, т. 1.– М.: Физматгиз, 1963.– 583 с.
8. Повх И.Л. Техническая гидромеханика.– Л.: Машиностроение, 1969.– 524 с.
9. Стеценко О.Г. Динаміка стаціонарного руху вихорджерела у стратифікованому середовищі // ПГМ.– 2006.– 8(80), № 4.– С. 66–77.
10. Прудников А.П., Брачков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды.– М.: Наука, ГРФМЛ, 1981.– 798 с.
11. Басин М.А., Шадрин И.П. Гидроаэродинамика крыла вблизи границы раздела сред.– Л.: Судостроение, 1980.– 304 с.
12. Беляев С.Т., Краснов Ю.К. О собственной массе сингулярной вихревой нити // ДАН СССР.– 1989.– 306,№3.– С. 566–570.
13. Беляев С.Т., Краснов Ю.К. О движении сингулярного вихря и его массе // ДАН СССР.– 1989.– 305, №4.– С. 808–811.