

## Аналитическое описание скорости роста усталостной трещины в металлах при различных асимметриях цикла нагружения

**И. С. Пиняк**

Институт проблем прочности НАН Украины, Киев, Украина

*На основе экспериментальных данных, учитывающих закономерности изменения кинетических диаграмм усталостного разрушения в зависимости от различных асимметрий цикла нагружения  $R, R^*$  и явления закрытия вершины трещины, аналитически описано скорость роста усталостной трещины в металлах. Установлено эмпирическую зависимость между эффективным  $\Delta K_{eff}$  и номинальным  $\Delta K_R$  размахами коэффициентов интенсивности напряжений для асимметрий цикла нагружения  $R$  (при асимметриях  $R^*$  явление закрытия вершины усталостной трещины отсутствует) в пределах наличия закрытия вершины усталостной трещины: от критического порогового эффективного  $\Delta K_{fc1,th,R}$  до критического эффективного  $\Delta K_{fc1,R}$  размахов коэффициентов интенсивности напряжений.*

**Ключевые слова:** скорость роста усталостной трещины, закрытие вершины усталостной трещины, асимметрия цикла нагружения, кинетическая диаграмма усталостного разрушения, размах коэффициента интенсивности напряжений.

### Обозначения

$R, R^*$	– коэффициенты асимметрии цикла нагружения при наличии и отсутствии закрытия трещины (ЗТ)
$\Delta K, \Delta K_R$	– номинальный размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в цикле при одной и разных асимметриях
$\Delta K_{th}, \Delta K_{th,R}$	– пороговый размах КИН в цикле при одной и разных асимметриях
$\Delta K_{fc}, \Delta K_{fc,R}$	– критический размах КИН в цикле при одной и разных асимметриях
$\Delta K_{eff}$	– эффективный размах КИН в цикле
$\Delta K_{eff,1-2}, \Delta K_{1-2,R}, \Delta K_{2-3,R}$	– эффективный размах КИН и размахи КИН в цикле, соответствующие началу и концу второго участка кинетической диаграммы усталостного разрушения (КДУР) в эффективных и номинальных координатах при разных асимметриях
$\Delta K_{fc1}, \Delta K_{fc1,0}, \Delta K_{fc1,R}$	– критический эффективный размах КИН в цикле соответственно при одной, нулевой и других асимметриях
$\Delta K_{fc1,th,R}$	– критический пороговый эффективный размах КИН в цикле
$(da/dN)_R, (da/dN)_{R^*}$	– скорость роста усталостной трещины (РУТ) на КДУР при асимметриях цикла $R, R^*$ в случае наличия и в отсутствие закрытия вершины трещины соответственно

$(da/dN)_{I,R(R^*)}, (da/dN)_{II,R(R^*)}, (da/dN)_{III,R(R^*)}$	– скорость РУТ соответственно на первом, втором и третьем участке КДУР при разных асимметриях цикла в случае наличия и в отсутствие закрытия вершины усталостной трещины
$(da/dN)_R^*, (da/dN)_{R^*}^*, (da/dN)_{eff}^*, \Delta K_R^*, \Delta K_{R^*}^*, \Delta K_{eff}^*$	– скорости РУТ, номинальные и эффективный размахи КИН соответственно, они становятся началом смещенной системы координат при разных асимметриях цикла в случае наличия и в отсутствие закрытия вершины усталостной трещины
$C_1, C_2, n_1, n_2$	– характеристики материала
$q_1, q_2$	– натуральные числа степенной функции в смещенной системе координат (показатели степени)

**Введение.** Применение методов механики разрушения при изучении и анализе закономерностей распространения усталостной макротрещины в металлических материалах позволяет оценивать скорость ее роста в узком диапазоне действия внешнего фактора (асимметрии цикла нагружения, температуры среды и др.). Развитый подход к определению текущего раскрытия вершины усталостной трещины расширяет этот диапазон за счет введения экспериментально разработанного критерия ее роста – ограниченного эффективного размаха КИН ( $\Delta K_{fcl,th,R,T,etc.} \leq \Delta K_{eff} \leq \Delta K_{fcl,R,T,etc.}$ ) и позволяет получать текущие результаты эксперимента. Кроме того, с его помощью можно достоверно аналитически описать скорость роста усталостной макротрещины при положительных асимметриях цикла нагружения, что является важной задачей механики материалов.

В настоящее время, согласно работам [1, 2], предложено примерно 100 формул для описания скорости роста усталостной макротрещины в металлических материалах. Вычисленные по одной из формул скорости РУТ отображаются на оси ординат кинетической диаграммы усталостного разрушения, а на оси абсцисс – эффективный  $\Delta K_{eff}$  или номинальный  $\Delta K_R$  размахи коэффициентов интенсивности напряжений ([3, 4] и рис. 1, 2).

Рассматривая эти формулы, можно в общем согласиться с оценкой, данной в работе [5], и сослаться на нее: “Эти формулы, полученные, то ли как результат математической обработки данных эксперимента, то ли умозрительно на основании более или менее обоснованных, но, как правило, весьма упрощенных схем, достаточно точно описывают определенные экспериментальные данные в ограниченном интервале КДУР, в подавляющем большинстве случаев на втором, реже – на втором и третьем или первом и втором ее участках”.

Авторы [5] предложили свою формулу для описания скорости РУТ на трех участках кинетической диаграммы усталостного разрушения. Однако в работе [6] она получила следующую оценку: “Формула справедлива только при нулевом значении коэффициента асимметрии цикла  $R = K_{\min} / K_{\max} = 0$ ” ( $K_{\min}, K_{\max}$  – соответственно КИН при минимальной и максимальной нагрузке – авт.). Указанные формулы, по мнению авторов [5, 6], справедливы в ограниченном интервале КДУР.

Ниже предлагается описывать кинетические диаграммы усталостного разрушения с помощью уравнения, учитывающего закономерности изменения КДУР в зависимости от асимметрии цикла нагружения и явления закрытия вершины усталостной трещины.

**Анализ закономерностей роста усталостной трещины и его аналитическое описание.** Полученная в [7] обобщенная закономерность роста усталостной трещины под влиянием асимметрии цикла нагружения  $R$  описана в [8] и показана на рис. 1,а.

Закономерность РУТ при одном коэффициенте асимметрии цикла  $R$  представляет собой в логарифмических координатах S-образную кривую, расположенную между пороговым номинальным размахом КИН  $\Delta K_{th}$  и его критическим значением  $\Delta K_{fc}$  [3, 4, 9, 10] (рис. 1,б).

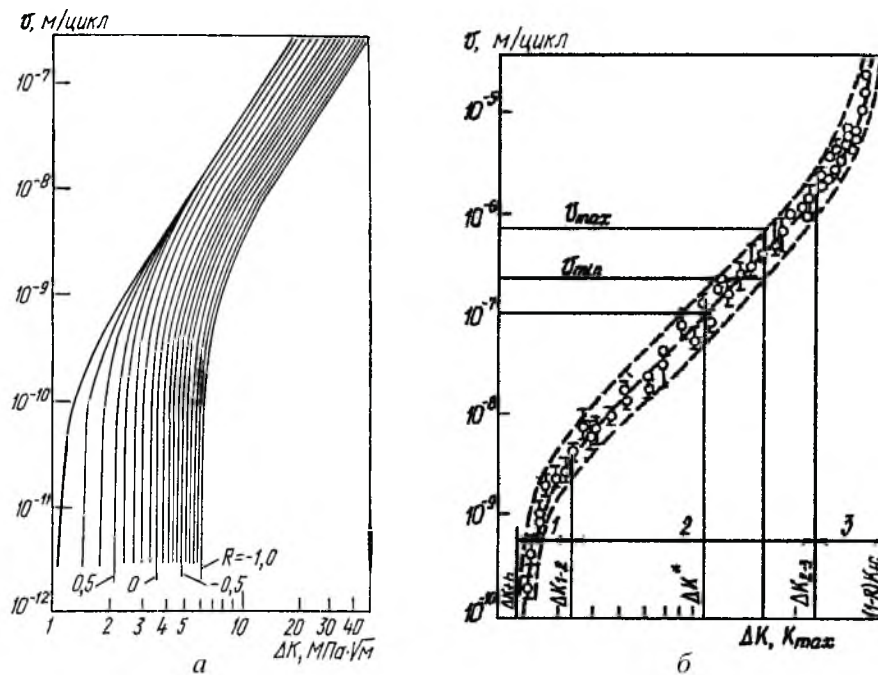


Рис. 1. Закономерность роста усталостной трещины под влиянием коэффициента асимметрии цикла нагружения (а) и ее особенность при одном коэффициенте асимметрии (б).

Экспериментально определенная ранее [11] кинетика РУТ в координатах  $\lg da / dN - \lg \Delta K_{eff}, \lg \Delta K$  для стали 30L-1 при комнатной температуре ( $T = 293$  К) и асимметриях цикла нагружения  $R = 0,1; 0,6; 0,7$  представлена на рис. 2.

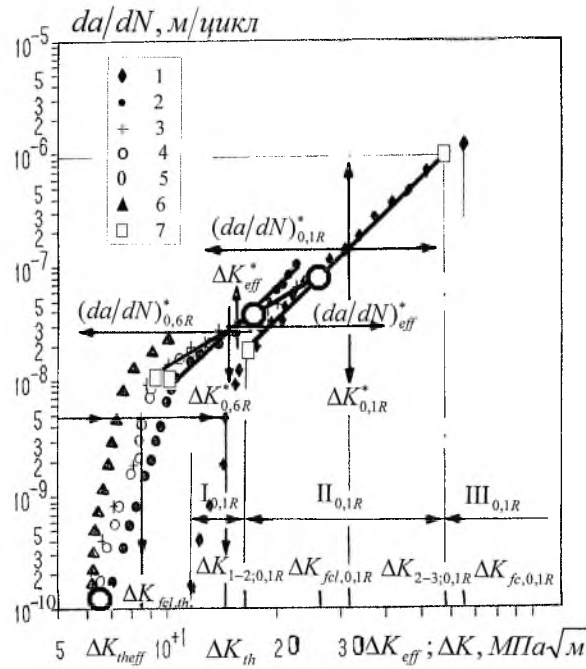


Рис. 2. Зависимость скорости роста усталостной трещины  $da/dN$  от  $\Delta K_R$  (1, 2, 6) и  $\Delta K_{eff}$  (3, 4) для стали 30L-1 при комнатной температуре и разных значениях коэффициента асимметрии цикла: 1, 3 –  $R = 0,1$ ; 2, 4 –  $R = 0,6$ ; 6 –  $R = 0,7$ ; 5 – момент исчезновения закрытия вершины усталостной трещины при исследованных асимметриях цикла  $R$  (соответствует  $\Delta K_{fc,R}$ ); 7 – начало (соответствует  $\Delta K_{1-2,R}$ ) и конец (соответствует  $\Delta K_{2-3,R}$ ) II участка на номинальной КДУР, а также его начало на эффективной КДУР (соответствует  $\Delta K_{eff,1-2}$ ) при разных асимметриях цикла нагружения  $R$ .

Видно, что для асимметрии цикла  $R = 0,1$  неполная (без III участка) S-образная кривая (КДУР) проходит через начало (пересекает ось абсцисс при значении номинального размаха КИН  $\Delta K_{0,1R}^*$ ) смещенной системы координат (стрелки в разных направлениях). Для неполной кинетической диаграммы усталостного разрушения величина  $\Delta K_R^*$ , согласно [3, 4, 10], определяется следующим образом:

$$\Delta K_R^* = \sqrt{\Delta K_{1-2,R} \cdot \Delta K_{2-3,R}},$$

для полной КДУР –

$$\Delta K_R^* = \sqrt{\Delta K_{th,R} \cdot \Delta K_{fc,R}}. \tag{1}$$

Отметим, что начало смещенных координат (величины  $\Delta K_R^*, (da/dN)_R^*$ ) для разных значений коэффициентов асимметрии цикла нагружения  $R$ ,  $R^*$  будет “плавать” на семействе КДУР (рис. 2). Последнее можно разделить на кинетические диаграммы усталостного разрушения, для которых при асимметрии цикла нагружения  $R$  явление закрытия вершины усталостной трещины имеет место, при асимметрии  $R^*$  – отсутствует [11–13].

Кинетическая диаграмма усталостного разрушения при одной асимметрии цикла  $R$  на I и III участках описывается степенной функцией с натуральным числом  $q_2$  в смещенной системе координат, на II участке – характеристикой материала  $n_2$  в существующей системе координат (см. особенности степенной функции) – рис. 1,б и рис. 2 [3, 4, 11, 14].

Согласно работам [11–14], при асимметриях цикла  $R$  вершина усталостной трещины раскрывается в каждом цикле нагружения при значении КИН  $K_{op}$ . Трещина закрывается–раскрывается в пределах определяемых характеристик циклической трещиностойкости: от критического порогового эффективного  $\Delta K_{fcl,th,R}$  до критического эффективного  $\Delta K_{fcl,R}$  размахов КИН. При асимметриях цикла нагружения  $R^*$  явление закрытия вершины усталостной трещины отсутствует.

**Кинетические диаграммы усталостного разрушения при асимметрии цикла нагружения  $R$  в случае закрытия трещины.** С учетом вышеизложенного отметим, что скорость роста усталостной трещины на трех участках КДУР  $(da/dN)_R$  – рис. 2 в смешанной системе координат определяется следующим образом:

$$(da/dN)_R = \begin{cases} (da/dN)_R^* \begin{cases} -(\Delta K_R^* - \Delta K_R)_{I,R}^{q_2} & \text{при } \Delta K_{th,R} \leq \Delta K_R \leq \Delta K_{1-2,R}; \\ (\Delta K_R - \Delta K_R^*)_{III,R}^{q_2} & \text{при } \Delta K_{2-3,R} \leq \Delta K_R \leq \Delta K_{fc,R}; \end{cases} \\ (da/dN)_{II,R} & \text{при } \Delta K_{1-2,R} \leq \Delta K_R \leq \Delta K_{2-3,R}. \end{cases} \quad (2)$$

Скорость роста усталостной трещины в начале смещенной системы координат  $(da/dN)_R^*$  в соответствии с работами [11, 14] и формулой (1) для полной кинетической диаграммы усталостного разрушения в случае наличия закрытия вершины усталостной трещины описывается соотношением

$$(da/dN)_R^* = \frac{C_1 (\Delta K_{th,R} \Delta K_{fc,R})^{n_2/2}}{\Delta K_{fcl,R}^{n_2-n_1}},$$

при отсутствии закрытия трещины (асимметриях цикла нагружения  $R^*$ ) –

$$(da/dN)_{R^*}^* = C_2 (\Delta K_{th,R^*} \Delta K_{fc,R^*})^{n_2/2},$$

при эффективном размахе КИН –

$$(da/dN)_{eff}^* = C_1 (\Delta K_{eff,1-2} \Delta K_{fcl,0})^{n_1/2}. \quad (3)$$

С учетом (1), (3), полученных ранее данных [11, 14] и свойств степенной функции относительно смещенного начала координат  $(\Delta K_R^*, (da/dN)_R^*)$  уравнение (2) для полной кинетической диаграммы усталостного разрушения в смешанной системе координат примет вид

$$(da/dN)_R = \begin{cases} \frac{C_1(\Delta K_{th,R}\Delta K_{fc,R})^{n_2/2}}{\Delta K_{fcl,R}^{n_2-n_1}} \left\{ \begin{array}{l} -(\sqrt{\Delta K_{th,R}\Delta K_{fc,R}} - \Delta K_R)^{q_2} \quad \text{при } \Delta K_{th,R} \leq \Delta K_R \leq \Delta K_{1-2,R}; \\ (\Delta K_R - \sqrt{\Delta K_{th,R}\Delta K_{fc,R}})^{q_2} \quad \text{при } \Delta K_{2-3,R} \leq \Delta K_R \leq \Delta K_{fc,R}; \end{array} \right. \\ \frac{C_1\Delta K_R^{n_2}}{\Delta K_{fcl,R}^{n_2-n_1}} \quad \text{при } \Delta K_{1-2,R} \leq \Delta K_R \leq \Delta K_{2-3,R}. \end{cases} \quad (4)$$

Установленная ранее [11] связь между эффективным размахом КИН  $\Delta K_{eff}$  и номинальным размахом КИН  $\Delta K_R$  на II участке КДУР описывается соотношением

$$\Delta K_{eff} = n_1 \sqrt{\frac{\Delta K_R^{n_2}}{\Delta K_{fcl,R}^{n_2-n_1}}} \quad \text{при } \Delta K_{1-2,R} \leq \Delta K_R \leq \Delta K_{fcl,R}. \quad (5)$$

Стрелки, нанесенные на I участке КДУР (рис. 2), указывают на то, что одной скорости РУТ соответствуют разные значения  $\Delta K_{eff}$  и  $\Delta K_R$ . Таким образом, скорость РУТ на этом участке равна

$$\begin{aligned} (da/dN)_{I,R} &= (da/dN)_R^* (\Delta K_R^* - \Delta K_R)^{q_2} = \\ &= (da/dN)_{eff}^* (\Delta K_{eff}^* - \Delta K_{eff})^{q_1}. \end{aligned} \quad (6)$$

В результате решения равенства (6) относительно  $\Delta K_{eff}$  с учетом (1), (3) и значения  $\Delta K_{eff}^* = \sqrt{\Delta K_{eff,1-2}\Delta K_{fcl,0}}$  получим зависимость между  $\Delta K_{eff}$  и  $\Delta K_R$  на I участке кинетической диаграммы усталостного разрушения:

$$\begin{aligned} \Delta K_{eff} &= \sqrt{\Delta K_{eff,1-2}\Delta K_{fcl,0}} - \\ &- q_1 \sqrt{\frac{(\sqrt{\Delta K_{th,R}\Delta K_{fc,R}} - \Delta K_R)^{q_2} (\Delta K_{th,R}\Delta K_{fc,R})^{n_2/2}}{\Delta K_{fcl,R}^{n_2-n_1} (\Delta K_{eff,1-2}\Delta K_{fcl,0})^{n_1/2}}} \\ &\quad \text{при } \Delta K_{th,R} \leq \Delta K_R \leq \Delta K_{1-2,R}. \end{aligned} \quad (7)$$

Показатель степени  $q_2$  определяется при сравнении скорости РУТ в конце I и начале II участков номинальной КДУР, что соответствует значению номинального размаха КИН  $\Delta K_{1-2,R}$ :

$$(da/dN)_{1-2,R} = (da/dN)_R^* (\Delta K_R^* - \Delta K_{1-2,R})^{q_2} = \frac{C_1\Delta K_{1-2,R}^{n_2}}{\Delta K_{fcl,R}^{n_2-n_1}}. \quad (8)$$

Решение (8) относительно  $q_2$  имеет вид

$$q_2 = \frac{2 \lg(n_2 \Delta K_{1-2,R})}{\lg(\sqrt{\Delta K_{th,R} \Delta K_{fc,R}} - \Delta K_{1-2,R}) \lg(\Delta K_{th,R} \Delta K_{fc,R})}. \quad (9)$$

Показатель степени  $q_1$  определяется при сравнении скорости РУТ в конце I и начале II участков эффективной КДУР, что соответствует значению эффективного размаха КИН  $\Delta K_{eff,1-2}$ :

$$(da/dN)_{eff,1-2} = (da/dN)_{eff}^* (\Delta K_{eff}^* - \Delta K_{eff,1-2})^{q_1} = C_1 (\Delta K_{eff,1-2})^{q_1}. \quad (10)$$

Решение равенства (10) для  $q_1$  таково:

$$q_1 = \frac{2 \lg(n_1 \Delta K_{eff,1-2})}{\lg(\sqrt{\Delta K_{eff,1-2} \Delta K_{fcl,0}} - \Delta K_{eff,1-2}) \lg(\Delta K_{eff,1-2,R} \Delta K_{fcl,0})}. \quad (11)$$

**Кинетические диаграммы усталостного разрушения при асимметриях цикла нагружения  $R^*$  в случае отсутствия закрытия трещины.** Скорость роста усталостной трещины в смешанной системе координат с учетом (1)–(3) и свойств степенной функции для полной КДУР описывается следующим образом:

$$(da/dN)_{R^*} = \begin{cases} C_2 (\Delta K_{th,R^*} \Delta K_{fc,R^*})^{n_2/2} \begin{cases} -(\sqrt{\Delta K_{th,R^*} \Delta K_{fc,R^*}} - \Delta K_{R^*})^{q_2} & \text{при } \Delta K_{th,R^*} \leq \Delta K_{R^*} < \Delta K_{1-2,R^*}; \\ (\Delta K_{R^*} - \sqrt{\Delta K_{th,R^*} \Delta K_{fc,R^*}})^{q_2} & \text{при } \Delta K_{2-3,R^*} < \Delta K_{R^*} \leq \Delta K_{fc,R^*}; \end{cases} \\ C_2 (\Delta K_{R^*})^{n_2} & \text{при } \Delta K_{1-2,R^*} \leq \Delta K_{R^*} \leq \Delta K_{2-3,R^*}. \end{cases} \quad (12)$$

Показатель степени  $q_2$  вычисляется по формуле (9). Эффективный размах КИН  $\Delta K_{eff}$  отсутствует, поскольку усталостная трещина не закрывается.

**Заключение.** На основе экспериментальных данных аналитически описано скорость роста усталостной трещины в металлических материалах под влиянием различных асимметрий цикла нагружения и явления закрытия вершины усталостной трещины. Установлено эмпирическую зависимость между эффективным размахом КИН  $\Delta K_{eff}$  и номинальным размахом КИН  $\Delta K_R$  для асимметрий цикла нагружения  $R$  (при асимметриях  $R^*$  явление ЗТ отсутствует) в пределах наличия закрытия вершины трещины: от критического порогового эффективного  $\Delta K_{fcl,th,R}$  до критического эффективного  $\Delta K_{fcl,R}$  размахов КИН.

## Резюме

На основі експериментальних даних з урахуванням закономірностей зміни кінетичних діаграм втомного руйнування в залежності від додатніх асиметрій циклу навантажування  $R$ ,  $R^*$  та явища закриття вістря втомної тріщини аналітично описано швидкість росту втомної тріщини в металах. Встановлено емпіричну залежність між ефективним  $\Delta K_{eff}$  і номінальним  $\Delta K_R$  розмахами коефіцієнтів інтенсивності напружень для асиметрій циклу навантаження  $R$  (за асиметрій  $R^*$  явище закриття вістря втомної тріщини відсутнє) в межах наявності закриття тріщини: від критичного порогового ефективного  $\Delta K_{fcl,th,R}$  до критичного ефективного  $\Delta K_{fcl,R}$  розмахів коефіцієнтів інтенсивності напружень.

1. Ромвари П., Том Л., Надь Д. Анализ закономерностей распространения усталостных трещин в металлах // Пробл. прочности. – 1980. – № 12. – С. 18 – 28.
2. Tot L. and Krasovsky A. J. Material characterization for the reliability assessment of cyclically loaded engineering structures // Reliability Assessment of Cyclically Loaded Engineering Structures / Ed. R. A. Smith. – London: Kluwer Academic Publishers, NATO ASY Series High Technology. – 1997. – 39. – P. 225 – 272.
3. Методы механических испытаний материалов. Определение характеристик трещиностойкости при циклическом нагружении. Методические указания. Сер.: Проблемы прочности, долговечности и надежности продукции машиностроения. – М.: МНТК “Надежность машин”, 1993. – 56 с.
4. Механика катастроф. Определение характеристик трещиностойкости конструкционных материалов: Методические рекомендации / Под ред. К. В. Фролова. – М.: МИБ СТС, 1995. – 359 с.
5. Ярема С. Я., Микитишин С. И. Аналитическое описание диаграммы усталостного разрушения материалов // Физ.-хим. механика материалов. – 1975. – № 6. – С. 47 – 54.
6. Карзов Г. П., Марголин Б. З., Швецова В. А. Разрушение тел с трещинами: моделирование развития трещин при различных видах нагружения // Физико-механическое моделирование процессов разрушения. – СПб.: Политехника, 1993. – С. 188 – 268.
7. Sasaki E., Ohta A., and Kosuge M. Fatigue crack propagation rate and stress intensity threshold level of several structural materials at varying stress ratios ( $-1 \sim 0,8$ ) // Trans. Nat. Res. Inst. Metals. – 1977. – 19, No. 4. – P. 183 – 199.
8. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие / Под ред. В. В. Панасюка. – Киев: Наук. думка, 1990. – Т. 4. – 680 с.
9. Knott J. F. Assessment of fatigue in high-duty engineering components // Reliability Assessment of Cyclically Loaded Engineering Structures / Ed.



- R. A. Smith. – London: Kluwer Academic Publishers, NATO ASY Series High Technology. – 1997. – **39**. – P. 137 – 164.
10. *Panasyuk V. V. and Yarema S. Ya.* General features of fatigue fracture diagrams of metals // Пробл. прочности. – 1996. – № 1. – С. 30 – 35.
  11. *Піняк І. С.* Рівняння другої ділянки кінетичної діаграми втомного руйнування за різних додатніх асиметрій циклу навантаження // Там же. – 2000. – № 2. – С. 75 – 80.
  12. *Піняк І. С.* Текущее значение раскрытия вершины трещины усталости как экспериментально обоснованный критерий ее роста // Там же. – 1998. – № 1. – С. 25 – 33.
  13. *Піняк І. С.* Влияние закрытия трещины на определяемые характеристики циклической трещиностойкости сталей // Там же. – № 2. – С. 161 – 171.
  14. *Піняк І. С.* О достоверном уравнении второго участка кинетической диаграммы усталостного разрушения // Там же. – 1999. – № 3. – С. 83 – 87.

Поступила 15. 10. 99