

*Предложен метод расчета тепловых схем, который основан на построении модельных теплообменников. Расчет тепловой схемы состоит в итеративной процедуре. Основной операцией на итерации является решение системы линейных уравнений. Результаты решения системы уравнений используются для корректировки параметров модельных теплообменников.*

© Н.Г. Журбенко, Б.М. Чумаков,  
2009

УДК 519.8

Н.Г. ЖУРБЕНКО, Б.М. ЧУМАКОВ

## МЕТОД МОДЕЛЬНЫХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ В РАСЧЕТАХ ТЕПЛОВЫХ СХЕМ

**Введение.** Основой для выполнения многочисленных расчетов, осуществляемых при проектировании энергетических паровых котлов, является расчет тепловой схемы парового котла [1, 2]. Существующие методики теплового расчета достаточно трудоемки. В связи с этим возникает необходимость разработки быстрых методов расчета тепловых схем. В данном разделе приводится описание метода расчета тепловых схем на основе использования так называемых модельных теплообменников. Предлагаемый метод является обобщением метода, изложенного в [3].

**Формулировка задачи.** Для отражения сути предлагаемого метода расчета тепловая схема теплоэнергетического объекта будет представляться в следующем упрощенном виде.

Имеются две среды. Одна из них является активной, вторая – пассивной. В теплоэнергетическом устройстве происходит передача тепловой энергии от активной среды пассивной. Для содержательной интерпретации будем считать, что активная среда – это газ (продукты сгорания в топке парового котла), а пассивная среда – водяной пар парового тракта котла. Газ движется в газоходе котла (газовый тракт парового котла). Водяной пар циркулирует в трубопроводе (паровой тракт котла). Для простоты изложения будем считать, что тепловая схема содержит один газовый тракт и один паровой тракт. Основной элемент тепловой схемы – теплообменник, специальное техническое устройство, в котором происходит передача тепловой энергии

газа водяному пару. Теплообменник помещается в газовый тракт котла. Теплообменник будем представлять в виде некоторого преобразователя («черный ящик»), имеющего  $m + 1$  входов и  $m + 1$  выходов. Один из входов (один из выходов) определяется физическими параметрами потока газа, остальные  $m$  – пара. Важнейшие физические параметры теплотехнических расчетов – энтальпия, температура, давление, массовый расход. Будем считать, что все параметры, кроме энтальпии и температуры заданы. Заметим, что тогда температура однозначно определяется энтальпией и наоборот. Поэтому для определенности будем вести изложение в терминах температуры.  $T_1^0, T_2^0$  ( $T_1^j, T_2^j$ ) – температуры газа (пара,  $j = 1, \dots, m$ ) на входе и выходе теплообменника соответственно. Индекс 0 относится к характеристике газа (активный элемент), индекс  $j$  – характеристике пара (пассивные элементы). Пусть входные параметры  $T_1^0, T_1^j$  теплообменника заданы. Тогда расчет выходных температур  $T_2^0, T_2^j$  – достаточно сложная задача математической физики. В теплотехнике для такого расчета разработаны специальные методики приближенного решения этой задачи [1]. Алгоритм данного расчета сводится к решению системы нелинейных уравнений с небольшим числом переменных. Однако даже такой приближенный алгоритм решения задачи теплотехнического расчета теплообменника оказывается достаточно трудоемким для расчета тепловой схемы в целом, которая содержит не один, а десятки теплообменников. Ситуация существенно усложняется при решении задач оптимизации тепловой схемы. В таких задачах необходимо выполнять многократный расчет тепловой схемы (требуется десятки тысяч раз). В данной работе предлагается алгоритм расчета тепловой схемы, основанный на идее введения модельного теплообменника.

**Модельный теплообменник** вводится следующим образом. Для широкого класса (насколько нам известно, для всех) теплообменников, используемых в теплоэнергетических устройствах, выполняются такие условия:

$$T_2^0 \in [T_1^0, \min\{T_1^j, j = 1, m\}], T_2^j \in [T_1^0, T_1^j]. \quad (1)$$

Здесь и далее предполагается  $T_1^0 \geq T_1^j$ . Заметим, что в ситуации передачи тепловой энергии без использования преобразования ее в другие виды энергии, выполнение этих соотношений очевидно из термодинамических соображений. Для построения модельного теплообменника полезно принять следующую интерпретацию (разумеется искусственную) процесса теплообмена.

1. Пассивный элемент взаимодействует ("получает тепло") с  $\lambda_j$ -й частью потока активного элемента.
2. Тепловой обмен  $\lambda_j$ -й части активного элемента и пассивного элемента потока  $j$  происходит до их теплового равновесия (т.е. на выходе их темпера-

туры равны).

3. Выходной поток активного элемента является смесью  $\lambda_j$ -х частей потока (участвующих во взаимодействии с пассивными элементами) и  $(1 - \sum_{j=1}^m \lambda_j)$ -й части, не участвующей в процессе теплового обмена.

Пусть заданы значения ("ориентировочные значения") входных температур  $\tilde{T}_1^j, j = \overline{0, n}$ . Для этих входных температур в результате теплового расчета получены значения выходных температур  $\tilde{T}_2^j, j = \overline{0, n}$ . Для краткости модель теплообменника, соответствующую тепловому расчету, будем называть "физическим" теплообменником. Цель – построение модельного теплообменника на основе расчета физического теплообменника. Будем говорить, что такой модельный теплообменник соответствует ориентировочным температурам  $\tilde{T}_1^j$ . В модельном теплообменнике температуры на его выходе определяются следующим образом:

$$T_2^j = \sum_{k=0}^m \mu_{jk} T_1^k, \quad j = \overline{0, m}. \quad (2)$$

$$\sum_{k=0}^m \mu_{jk} = 1; \quad \mu_{jk} \geq 0, \quad j = \overline{0, m}. \quad (3)$$

Теплоемкость массы среды потока, проходящей через его сечение за единицу времени (как газа, так и пара)  $c_j(T)$ , вообще говоря, зависит от ее температуры  $T$ . Введем понятие "эффективной" теплоемкости  $\tilde{c}_j$ , не зависящей от температуры среды. Содержательный смысл эффективных теплоемкостей и алгоритм их определения будет уточнен далее. Потребуем, чтобы модель (2)–(3) удовлетворяла следующим требованиям:

$$\tilde{T}_2^j = \sum_{k=0}^m \mu_{jk} \tilde{T}_1^k, \quad j = \overline{0, m}; \quad (4)$$

$$\sum_{k=0}^m c_j(\tilde{T}_2^k - \tilde{T}_1^k) = 0. \quad (5)$$

Условие (4) соответствует требованию равенства выходных температур модельного и физического теплообменников для входных температур  $\tilde{T}_1^j$ . Условие (5) отражает закон сохранения тепловой энергии: значение  $c_j(\tilde{T}_2^j - \tilde{T}_1^j)$  являет-

ся изменением величины энтальпии потока  $j$ . Равновесная температура  $T_2^{*j}$   $\lambda_j$ -й части потока активного элемента и потока пассивного элемента  $j$  определяется, очевидно, следующим образом (в соответствии с законом сохранения тепловой энергии):

$$T_2^j = T^{*j} = (\lambda_j c_0 T_1^0 + c_j T_1^j) / (\lambda_j c_0 + c_j), \quad j = \overline{1, m}. \quad (6)$$

Из соотношений (2), (6) следует (для  $j = \overline{1, m}$ ):

$$\mu_{jk} = 0, k \neq 0, j; \mu_{j0} = \lambda_j c_0 / (\lambda_j c_0 + c_j); \mu_{jj} = c_j / (\lambda_j c_0 + c_j). \quad (7)$$

Нетрудно видеть, что из (2), (4) и (7) следует (для  $j = \overline{1, m}$ ):

$$T_2^j = (1 - \tilde{\mu}_j) T_1^j + \tilde{\mu}_j T_0^j, \quad (8)$$

где

$$\tilde{\mu}_j = (\tilde{T}_2^j - \tilde{T}_1^j) / (\tilde{T}_1^0 - \tilde{T}_1^j) = \tilde{\mu}_j = c_j / (\lambda_j c_0 + c_j). \quad (9)$$

В формуле (9) предполагается, что  $\tilde{T}_1^0 - \tilde{T}_1^j \neq 0$ . Если  $\tilde{T}_1^0 - \tilde{T}_1^j = 0$ , то  $\tilde{\mu}_j$ , строго говоря, не определено. В этом случае значение  $\tilde{\mu}_j$  может быть произвольным числом из интервала  $[0, 1]$ . Для определенности примем  $\tilde{\mu}_j = 1$ .

Из соотношений (3) следует, что должно выполняться условие  $\tilde{\mu}_j \in [0, 1]$ .

Это приводит к следующим требованиям к физическому теплообменнику:

$$\tilde{T}_1^0 > \tilde{T}_1^j \Rightarrow \tilde{T}_2^j > \tilde{T}_1^j; \tilde{T}_2^j < \tilde{T}_1^0; \quad (10)$$

$$\tilde{T}_1^0 < \tilde{T}_1^j \Rightarrow \tilde{T}_2^j < \tilde{T}_1^j; \tilde{T}_2^j > \tilde{T}_1^0; \quad (11)$$

$$\tilde{T}_1^0 = \tilde{T}_1^j \Rightarrow \tilde{T}_2^j = \tilde{T}_2^0 = \tilde{T}_1^0. \quad (12)$$

Условия (10)–(12) физически корректны, они действительно должны выполняться для реального теплообменника. Кроме выполнения условий (10)–(12), будем предполагать, что для физического теплообменника выполняется сохранение тепловой энергии:

$$\tilde{J}_1^0 - \tilde{J}_2^0 = \sum_{j=1}^m \tilde{J}_2^j - \tilde{J}_1^j, \quad (13)$$

где  $\tilde{J}_1^j, \tilde{J}_2^j$  – энтальпии потоков соответственно на входе и выходе теплообменника. Введенные выше "эффективные" теплоемкости определяются на основании входных и выходных значений энтальпий и температур физического теплообменника

$$c_j(\tilde{T}_2^j - \tilde{T}_1^j) = \tilde{J}_2^j - \tilde{J}_1^j, \quad j = \overline{0, m}. \quad (14)$$

Коэффициенты  $\mu_{0j}$  модельного теплообменника (2)–(3) определим на основании баланса тепловой энергии для модельного теплообменника (5). Из формул

$$(5) \text{ и } (8) \text{ получаем } \sum_{j=1}^m c_j(T_2^j - T_1^j) = \sum_{j=0}^m c_j \tilde{\mu}_j (T_1^0 - T_2^0) = c_0(T_1^0 - T_2^0).$$

Отсюда следует

$$T_2^0 = (1 - (1/c_0) \sum_{j=1}^m c_j \tilde{\mu}_j) T_1^0 + (\sum_{j=0}^m (c_j \tilde{\mu}_j / c_0) T_1^j). \quad (15)$$

$$\text{Сравнивая (15) и (2), получаем } \mu_{00} = (1 - (1/c_0) \sum_{j=1}^m c_j \tilde{\mu}_j); \quad \mu_{0j} = c_j \tilde{\mu}_j / c_0.$$

Построение модельного теплообменника закончено: все его параметры определены. Существенным фактором при построении модельного теплообменника является задание значений входных температур  $\tilde{T}_1^0, \tilde{T}_1^j$  ("ориентировочные температуры"). Параметры модельного теплообменника однозначно определяются результатом теплового расчета физического теплообменника. Модельный теплообменник является линейным преобразователем. Для входных температур  $\tilde{T}_1^0, \tilde{T}_1^j$  выходные температуры модельного теплообменника в точности соответствуют их значениям теплотехнического расчета. Разумеется, что при других значениях входных температур такого соответствия уже не будет: модельный теплообменник будет давать некоторую погрешность. Однако численное исследование величины этой погрешности показало, что модельный теплообменник обеспечивает относительную погрешность не более 10 % для достаточно широкого диапазона значений входных температур.

**Расчет тепловой схемы.** Метод теплового расчета на основе использования модельных теплообменников состоит в следующем. Пусть заданы ориентировочные значения входных температур для всех теплообменников. Отметим, что ориентировочные значения этих температур проектировщику тепловой схемы известны. Генерируем ориентируемые на эти температуры модельные теплообменники. Расчет тепловой схемы с модельными теплообменниками сводится к решению системы линейных уравнений. Решение этой системы определяет расчетные значения входных и выходных температур, соответствующие выбранным ориентировочным значениям. Если расчетные значения с достаточной точностью равны их ориентировочным значениям, то расчет схемы выполнен. В противном случае выполняем коррекцию ориентировочных значений. Новые значения определяются, например, как среднее арифметическое расчетных и предыдущих ориентировочных значений. После этого итеративно выполняем описанную процедуру до получения заданной точности решения задачи.

Разумеется, описанный метод теплового расчета можно рассматривать как

метод линеаризации применительно к решению системы нелинейных уравнений. Однако заметим, что формальное использование метода линеаризации функционалов системы (на основе их дифференциалов) не всегда приводит к успеху. Дело в том, что полученные таким образом модельные теплообменники, вообще говоря, не обеспечивают условия выполнения условия (1). Это связано с тем, что система уравнений, на основе которых выполняется расчет выходных температур в теплотехнике, хотя и обеспечивает вычисление выходных температур с приемлемой точностью, но лишь приближенно отражает физический процесс теплообмена.

На основе использования модельных теплообменников разработаны не только алгоритм расчета тепловых схем паровых котлов, но и алгоритм вычисления производных для выходных температур теплообменников по различным его конструктивным параметрам (вычисление производных сводится к решению систем линейных уравнений). На основе описанного алгоритма разработано программное обеспечение задачи расчета достаточно сложных тепловых схем паровых котлов. Применение алгоритма к решению практических задач показало его достаточно высокую эффективность: для обеспечения относительной точности решения  $\gamma \approx 0.01$  требуется  $\approx 15$  итераций алгоритма.

*М.Г. Журбенко, Б.М. Чумаков*

#### МЕТОД МОДЕЛЬНИХ ТЕПЛООБМІННИКІВ У РОЗРАХУНКУ ТЕПЛОВИХ СХЕМ

Запропоновано метод розрахунку теплових схем, який ґрунтується на формуванні модельних теплообмінників. Розрахунок теплової схеми є ітеративною процедурою. Основна операція на ітерації – розв’язання системи лінійних рівнянь. Розв’язок системи рівнянь використовується для корекції параметрів модельних теплообмінників. Алгоритм використаний при розробці програмного забезпечення задач оптимального проектування парових котлів.

*N.G.Gurbenko, B.M.Chumakov*

#### METHOD OF MODEL HEAT-EXCHANGERS IN CALCULATIONS OF THE THERMAL SCHEMES

A method for calculation the thermal schemes is proposed. The method is based on the construction of model heat-exchangers. Calculation of thermal schemes consists of the iterative procedure. The main iteration operation is the solution of system of linear equations. The results of solving the system of equations are used to adjust the parameters of the model heat exchangers. The algorithm is used for software engineering of the tasks of optimum projection of steam boiler

1. *Тепловой расчет котельных агрегатов (нормативный метод).* – М.: Энергия, 1973.–295 с.
2. *Тепловые схемы котлов / А.А. Паршин, В.В. Митор, А.Н. Безгрешнов и др.* – М.: Машиностроение, 1987.–222 с.
3. *Журбенко Н.Г., Лаптин Ю.П.* Об одном методе расчета тепловых схем // Теорія оптимальних рішень. – К.: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2006. – № 5. – С. 120–125.

Получено 31.03.2009