

УДК 532.542:532.559.3

# МЕТОД РОЗРАХУНКУ НАПІРНИХ РОЗПОДІЛЬЧИХ ТРУБОПРОВОДІВ

В. В. ЧЕРНЮК

Національний університет "Львівська політехніка"

Одержано 12.11.2007 ◊ Переглянуто 18.03.2008

Запропоновано розв'язок диференціального рівняння руху рідини змінної маси для напірних розподільчих трубопроводів (РТ) з дискретною шляховою роздачею плинного середовища. Змінні величини вихідного рівняння виражено через повний напір у РТ, під дією якого витікають струмені, і через незалежну змінну відстань. Отримані залежності придатні для проектування довгих і коротких РТ з урахуванням впливу змінних значень параметрів трубопроводу, основного потоку та струменів, що від'єднуються. Ураховується зміна вздовж потоку законів гідрравлічного опору. Значення напорів і витрат рідини усередині РТ, обчислені за отриманими формулами, практично збігаються з результатами експериментів.

Предложено решение дифференциального уравнения движения жидкости переменной массы для напорных распределительных трубопроводов (РТ) с дискретной путевой раздачей жидкости. Переменные величины исходного уравнения выражены через полный напор в РТ, под действием которого вытекают струи, и через независимое расстояние. Полученные зависимости позволяют рассчитывать длинные и короткие РТ, учитывают влияние переменных значений параметров трубопровода, основного потока и струй, которые отсоединяются. Учитываются законы гидравлического сопротивления, изменяющиеся вдоль потока. Значение напоров и расходов жидкости в полости РТ, вычисленные по полученным формулам, практически совпадают с результатами экспериментов.

The solution of the differential equation of variable mass fluid flow for enforced flow distributive pipelines (DPI) with discrete dispersion of the fluid is suggested. The variables of the initial equation are expressed in terms of complete head inside DPI (under the effect of which jets flow outside) and in terms of  $x$  – coordinate (as independent variable). The obtained relationships can be used for designing long and short DPIs and enable us to take into account the effect of variable values of pipeline parameters as well as parameters of the main stream and jets running out. The change of laws of hydraulic resistance along the stream is taken into account. The values of heads and fluid rates inside the DPI calculated by means of the obtained formulae practically coincide with the results of experiments.

## ВСТУП

Напірні трубопроводи з дискретною шляховою роздачею рідини застосовуються у різних галузях господарської діяльності людей: іригації (краплинне, внутрішньогрунтове й поверхневе зрошення); вентиляції (припливні системи); металургійній промисловості (системи охолодження); водному транспорту (розподільчі системи живлення шлюзів і великогабаритних сухих доків); водопостачанні й водовідведенні (трубчасті розподільчі системи очисних споруд, розосереджені випуски стічних вод) й ін. Розроблені різні методики розрахунку напірних розподільчих трубопроводів (РТ).

## 1. АНАЛІЗ ВІДОМИХ МЕТОДИК РОЗРАХУНКУ РТ

### 1.1. Аналітичні рівняння

1.1.1. Б.А. Дергачев і Р.Р. Чугаєв (ЛПШ, Ленінград) [1] замінили дійсний потік рідини в РТ моделлю Рейнольдса-Буссінеска. Згідно неї відгалужуванні струмені рухаються усередині РТ по па-

ралельних траєкторіях до відповідних їм отворів-випусків, не переміщуючись [2, с. 204-206]. Застосувавши рівняння Д. Бернуллі, вивели рівняння, придатне для розрахунку РТ зі змінними розмірами отворів-випусків і неоднаковим їхнім кроком. Гідрравлічний розрахунок РТ ведуть від його кінця, поетапно для кожного отвору-випуску [1, с. 9-11].

1.1.2. Є. В. Кузнєцов і Ю. А. Скобельцин (Кубанський СГІ, Краснодар) [3] рекомендують обчислювати п'єзометричний напір на ділянці РТ, яка містить  $n$  випусків, за формулою, у якій швидкість основного потоку  $V = V_{beg}$ , а гідрравлічний коефіцієнт тертя  $\lambda = \lambda_{beg}$ , тобто є такими як на початку РТ. Однак, оскільки в РТ  $V \neq const$ , то вздовж потоку можуть існувати неоднакові режими руху рідини й різні закони гідрравлічного опору, тобто  $\lambda \neq const$ .

Найдосконаліші методики розрахунку напірних РТ ґрунтуються на диференціальних рівняннях руху рідини змінної маси.

### 1.2. Диференціальні рівняння

### 1.2.1. Автори рівняння.

Творцем теорії руху тіл змінної маси є І. В. Мещерський. На основі його рівнянь, отриманих для точки змінної маси і опублікованих у 1897 р. і 1904 р., І. В. Маккавеев у 1928 р. вперше вивів загальне рівняння руху рідини змінної маси (РРРЗМ). У 1937 р. Я. Т. Ненько одержав РРРЗМ для цілого потоку і застосував його до задач з розрахунку дірчастих РТ. Ним же установлені критерії класифікації трубопроводів за довжиною. У тому ж році І. М. Коновалов отримав РРРЗМ, виходячи із закону кількості руху [4, с. 3-4].

Загальне РРРЗМ Г. А. Петров записує так [4, с. 17]:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_0}{g} V dV + d\left(\frac{p}{\gamma}\right) + dz + i_f dx + \frac{V^2}{g} d\alpha_0 + \\ + \frac{\alpha_0(V - v_1 \cos \beta)V}{g} \cdot \frac{dQ_1}{Q} + \\ + \frac{\alpha_0(v_2 \cos \varphi - V)V}{g} \cdot \frac{dQ_2}{Q} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де передостанній член відноситься до приєднання маси, а останній – до її відділення.

Г. А. Петров вважає, що “без великої помилки можна взяти значення  $\alpha_0$  постійним” [4, с. 17]. Тоді п’ятий член  $(V^2/g) d\alpha_0$  у рівнянні (1) випаде. Отож, у випадку тільки приєднання частинок, тобто для трубопроводів-збирачів (ТЗ), воно має вид [4, с. 18]:

$$\begin{aligned} d\left(\frac{\alpha_0 V^2}{2g}\right) + \frac{dp}{\rho g} + dz + i_f dx + \\ + \frac{\alpha_0(V - v \cos \beta)V}{g} \cdot \frac{dQ}{Q} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Для випадку тільки від’єднання маси, тобто для РТ, рівняння (1) запишеться так (у [4] не наводиться):

$$\begin{aligned} d\left(\frac{\alpha_0 V^2}{2g}\right) + \frac{dp}{\rho g} + dz + i_f dx + \\ + \frac{\alpha_0(v \cos \varphi - V)V}{g} \cdot \frac{dQ}{Q} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для циліндричного РТ, коли  $\omega = \text{const}$ ,  $Q = \omega V$ ,  $dQ = \omega dV$  останнє спрощується:

$$\frac{\alpha_0(v \cos \varphi - 2V)}{g} dV + \frac{dp}{\rho g} + \sin \psi \cdot dx + dh_x = 0, \quad (4)$$

де  $dz = \sin \psi \cdot dx$ ;  $i_f dx = dh_x$  – втрати напору по довжині;  $\beta$  та  $\varphi$  – кути між  $\vec{v}$  і  $\vec{V}$  відповідно у ТЗ і в РТ.

### 1.2.2. Класифікація РТ.

У роботі [5] за умови, що кут відхилення струменя  $\varphi = 90^\circ$  і значення коефіцієнта його стиснення  $\varepsilon$  є постійні, В. В. Смыслов і Н. О. Єзерський (КНУБА, Київ) отримали рівняння

$$V_{beg}/v_{beg} \approx f, \quad (5)$$

де  $v_{beg}$  – швидкість витікання струменя крізь перший від початку РТ отвір-випуск;  $f = n\varepsilon_{mid}\omega_0/\omega$  – шпаруватість РТ з  $n$  випусками;  $\omega_0 = \pi d^2/4$  – площа отвору-випуску;  $\omega = \pi D^2/4$  – те саме, поперечного перерізу РТ.

За [5] при малих значеннях  $V_{beg}/v_{beg}$  або  $f$  з формули (5) РТ мають великий гідравлічний опір і при однакових розмірах отворів і постійному їхньому кроку забезпечують практично рівномірну дискретну шляхову роздачу рідини (газу). Коли відношення  $V_{beg}/v_{beg}$  великі, то РТ створює малий опір і здійснює нерівномірну роздачу рідини. Остання оцінюється показником:  $\eta = q_m/q_{beg}$ , де  $q_m$  – максимальна або мінімальна витрата плинного середовища крізь один отвір.

РТ розподіляють на шість категорій, залежно від значення коефіцієнта опору  $\zeta_l = 1.1\lambda l/D$ . У коротких РТ ( $\zeta_l < 0.9$ ) шляхові втрати не мають значення, а максимальний тиск утворюється в кінці РТ. У проміжних РТ реалізуються п’єзометричні лінії різної форми: при  $\zeta_l = 1 \div 3$  найбільший тиск виникає у кінці РТ;  $\zeta_l = 3.5 \div 4.5$  – практично постійний тиск вздовж РТ;  $\zeta_l = 5 \div 8$  – найменший тиск є посередині РТ;  $\zeta_l = 8 \div 20$  – те ж, у кінці РТ. У довгих РТ ( $\zeta_l > 20$ ) втрати напору на відділення маси не мають значення, а мінімальний тиск установлюється у кінці РТ.

Для різних категорій РТ отримано відповідні розрахункові залежності для витрат рідини та напорів. Згідно [5] за потрібним показником  $\eta$  нерівномірності роботи РТ підбирають необхідну його шпаруватість і задаються витратою  $Q_{beg}$  основного потоку на початку РТ. Однак оскільки  $Q_{beg}$  диктується сумарним гідравлічним опором усіх складових елементів РТ, то встановлення значення  $Q_{beg}$  і його реалізація у натурі є складною задачею.

### 1.2.3. РТ з рівномірною роздачею маси.

В. В. Смыслов і Ю. М. Константинов (КНУБА, Київ) [6, 7, с. 23–35] склали диференціальне рівняння руху плинного середовища в РТ з рівномірною шляховою роздачею маси:  $q_{dist} = dQ/dx = \text{const}$ . Взявши  $\varphi = 90^\circ$ ,  $\lambda = \text{const}$  і нехтуючи втратами напору на відділення маси для довгого РТ ( $\zeta_l > 20$ ) отримали формулу для обчислення втрат на-

пору вздовж потоку

$$h_1 - h_2 = \lambda \frac{l_{1-2}}{D} \cdot \frac{Q_{tr} + Q_{tr} Q_{dist} + \frac{Q_{dist}^2}{3}}{2g\omega^2}, \quad (6)$$

де  $Q_{tr}$  – транзитна витрата рідини;  $Q_{dist} = q_{dist} l_{1-2}$  – шляхова роздача на ділянці 1-2.

Рівномірності роздачі маси досягають зміною кроку  $l$  отворів-випусків або їх розмірів [7, с. 29].

І. І. Науменко (НУВГП, Рівне) [8], застосувавши вираз (6) до РТ зі сталими геометричними характеристиками ( $l = \text{const}$ ,  $d = \text{const}$ ), при  $\lambda = \text{const}$  отримав відхилення від експериментальних даних, рівне 38%. При  $\lambda \neq \text{const}$  відхилення зменшилось до 20% [8].

**1.2.4.** В. Н. Коваленко, В. І. Бойко (ХДТУБА, Харків) [9] увели у рівняння (1) імпульс сили гідравлічного опору взаємодії основного потоку зі струменем, що відділяється, і урахували кінетичну енергію останнього. Кут  $\psi$  нахилу осі основного потоку до обрїю та нелінійністю  $dQ/dx$  знехтували. Після урахування експериментальних даних отримали вираз для обчислення втрат напору в РТ на відгалуження одного струменя і формулу, яка у неявному вигляді пов'язує витрати основного потоку  $Q$  і струменя, що від'єднується  $q$ .

**1.2.5. Методика КНУБА (Київ)** [10, 11]. Основи методики заклали О. А. Василенко і В. В. Смыслов [12], розглядаючи напірні ТЗ. Змінні величини рівняння (2) вони виразили через відносну витрату  $\bar{Q}$  основного потоку і незалежну змінну відносну відстань  $\bar{x}$ . Закон приєднання маси прийняли за Datei Claudio [13] у вигляді  $Q = ksh \alpha x$ , де  $k$  й  $\alpha$  – постійні, які характеризують ТЗ.

А. М. Кравчук [10] і Д. О. Чернишов [11] розвинули методику [12], приклавши її до розрахунку напірних РТ. Рівнянню (2) надано виду [10]:

$$-\frac{d^2 \bar{Q}}{d\bar{y}^2} \cdot \frac{d\bar{Q}}{d\bar{y}} - B\bar{Q} \frac{d\bar{Q}}{d\bar{y}} + C\bar{Q}^2 = 0. \quad (7)$$

Для турбулентного режиму руху рідини у коротких, проміжних і довгих РТ отримано неоднакові розв'язки рівняння (7). Наприклад, для довгого РТ корені рівняння (7) такі [11, с. 6]:

$$\bar{Q} = \frac{\text{sh}(k\bar{y})}{\text{sh } k}; \quad \bar{h} = \frac{k \text{ch}(k\bar{y})}{f \text{sh } k}, \quad (8)$$

де  $k$  знаходиться з виразу  $k^3 + Bk - C \text{tg}(k\bar{y}) = 0$ , ( $\bar{y} = 1 - \bar{x}$ ), або за графіком, поданим на рис. 1.

**1.2.6. Підсумок огляду праць.**

За методиками [1, 9] поетапно розраховується кожне розгалуження потоку. У [3]  $V = V_{beg}$ ,  $\lambda =$

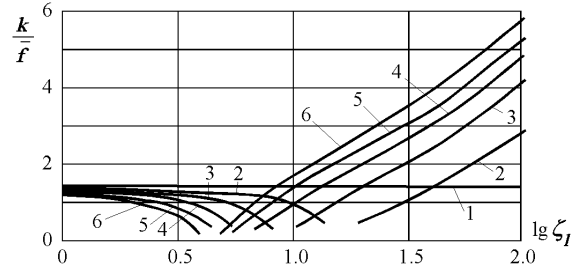


Рис. 1. Графік для визначення коефіцієнта  $k$  до формул (8) при різних значеннях  $\bar{x}$ : 1 (1); 0.8 (2); 0.6 (3); 0.4 (4); 0.2 (5); 0 (6) [11, с. 7]

$\lambda_{beg} = \text{const}$ . У способах інтегрування рівняння (1) [5-7, 10-12] значення швидкостей  $v$  струменів, що від'єднуються, приймаються часткою від швидкості  $V$  основного потоку, тобто виражаються через його витрату  $Q$ , як і інші змінні рівняння (1). Вважають, що  $m = (v \cos \varphi)/V = \text{const}$ , або приймають  $\varphi = 90^\circ$ , тоді  $m = 0$ . У природі  $m \neq \text{const}$ , а при  $v \cos \varphi/V = 0$  із рівнянь (3) і (4) випадає доданок  $\alpha_0 v \cos \varphi dV/g$ . У методах розв'язку [5, с. 55; 6; 7, с. 25; 10, с. 8; 11, с. 6; 12, с. 20] гідравлічний коефіцієнт тертя  $\lambda = \text{const}$ , однак у дійсності він змінний по довжині РТ. Методи розрахунку, що враховують змінні значення усіх параметрів РТ, основного потоку і струменів, які від'єднуються, відсутні.

**Мета роботи** – розв'язати диференціальне рівняння руху рідини змінної маси для циліндричних напірних розподільних трубопроводів з дискретною шляховою роздачею плинного середовища і на основі розв'язку розробити методику розрахунку РТ з урахуванням змінних значень параметрів РТ, основного потоку і струменів, які від'єднуються, включаючи кут  $\varphi$  відведення струменів, кут  $\psi$  нахилу осі РТ до обрїю, і зміну вздовж потоку режимів його течії та законів гідравлічного опору.

**2. ДОПОВНЕННЯ РРРЗМ (3)**

На ділянці розгалуження Г. А. Петров виділяє силу  $R_2$  (в оригіналі  $S$ ), яка заміняє дію відкинутої частини струменя, що від'єднується [4, с. 47, 52]. Сила  $R_2$  на рис. 2 рівна реакції, яку чинить плоска стінка при ударі об неї струменя [2, с. 122–123]:

$$R_2 = \alpha_0 v \rho dQ, \quad (9)$$

де  $dQ$  – витрата струменя,  $v$  – його швидкість.

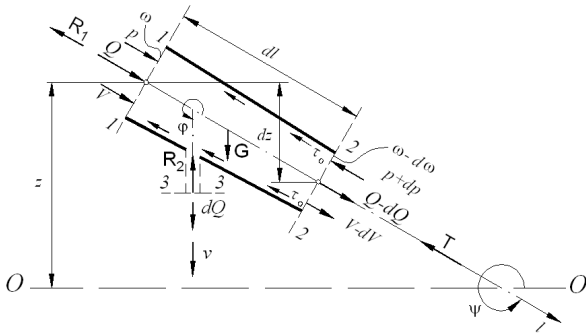


Рис. 2. Розрахункова схема потоку з відділенням маси

Уведемо силу  $R_2$  у гідрравлічне рівняння зміни кількості руху  $\Delta(KP)_l = \Sigma(IC)_l$ , яке, опираючись на розрахункову схему потоку у трубі, що звужується (рис. 2), за алгоритмом [14, с. 122–124] запишемо так

$$\begin{aligned} & [\alpha_0 \rho (Q - dQ)(V - dV)]_{(II)} + (\alpha_0 \rho v \cos \varphi dQ)_{(III)} - \\ & - (\alpha_0 \rho QV)_{(I)} = (p\omega)_{(IV)} - [(p + dp)(\omega - d\omega)]_{(V)} - \\ & - \left[ \left( p + \frac{dp}{2} \right) d\omega \right]_{(VI)} - (\alpha_0 \rho v \cos \varphi dQ)_{(VII)} - \\ & - \left[ \rho g \left( \omega - \frac{d\omega}{2} \right) \sin \psi dl \right]_{(VIII)} - \left[ \rho g \left( \omega - \frac{d\omega}{2} \right) dh_l \right]_{(IX)}, \end{aligned} \quad (10)$$

де (I), (II) – кількості руху основного потоку у перерізах 1–1 і 2–2 відповідно;  $Q$  – витрата основного потоку в перерізі 1–1;  $dQ$  – витрата струменя, що від’єднується;  $V$  – середня швидкість потоку в перерізі 1–1; (III) – проекція на вісь  $l$  основного потоку кількості руху струменя, що від’єднується; (IV), (V) – сили гідродинамічного тиску, що діють на торцеві перерізи 1–1 і 2–2 відповідно; (VI) – поздовжня складова сили нормальної реакції  $R_1$  стінок труби змінного перерізу, що діє на потік вздовж осі  $l$  на його ділянці між перерізами 1–1 і 2–2; (VII) – проекція на вісь  $l$  сили  $R_2$  (9), яка заміняє дію відкинутої частини струменя, що від’єднується; (VIII) – проекція на вісь  $l$  сили власної ваги  $G$  відсіку потоку довжиною  $dl$ ;  $\varphi$  – кут між напрямками швидкостей  $V$  і  $v$ ;  $\psi$  – кут між віссю  $l$  потоку та горизонталлю 0–0; (IX) – сила тертя;  $\tau_0$  – середнє напруження тертя на стінці,  $\tau_0 = \rho g R dh_l / dl$  [2, с. 133; 14, с. 76];  $R$  – гідрравлічний радіус.

Із співвідношення (10) одержали рівняння

$$\frac{\alpha_0 (2\nu \cos \varphi - V) V dQ}{g} - \frac{\alpha_0 V dV}{g} +$$

$$+ d \left( \frac{p}{\rho g} \right) + \sin \psi dl + dh_l = 0, \quad (11)$$

яке для циліндричних труб приймає вид

$$\frac{2\alpha_0 (\nu \cos \varphi - V) dV}{g} + d \left( \frac{p}{\rho g} \right) + \sin \psi dl + dh_l = 0. \quad (12)$$

У рівняннях (11) і (12) сила  $R_2$  урахована коефіцієнтом 2 при доданку  $\alpha_0 v \cos \varphi dV / g$  [15].

Рівняння (12) геометрично представлено на рис. 3.

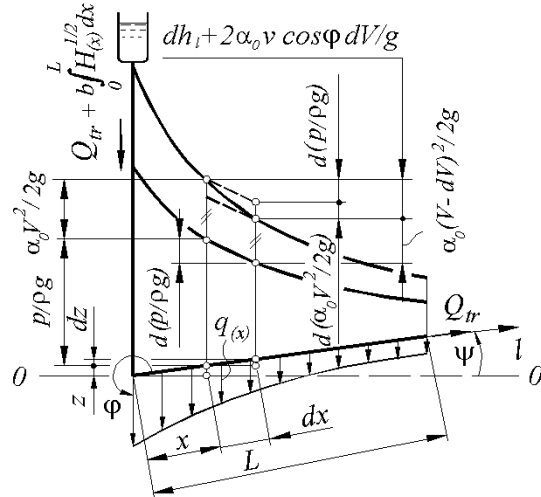


Рис. 3. Геометрична інтерпретація диференціального рівняння напірного руху рідини з відділенням маси

### 3. ПРИВЕДЕННЯ РРРЗМ (12) ДО ДВОХ ЗМІННИХ

Основний потік усередині РТ формується від’єднанням від нього окремих струменів, а  $m_{(x)} = v_{(x)} \cos \varphi / V_{(x)} \neq \text{const}$ . Виразимо змінні  $V$ ,  $dV$ ,  $v$ ,  $dp$ ,  $dh_l$ ,  $dl$  у рівнянні (12) не через витрату  $Q_{(x)}$ , як у розглянутих методиках [5–7, 10–12], а через повний напір  $H_{(x)}$ , під дією якого витікають струмені, і через незалежну змінну відстань  $x$ .

Отож, середня швидкість витікання струменів

$$v_{(x)} = \varphi \sqrt{2gH_{(x)}} = aH_{(x)}^{1/2}, \quad (13)$$

де

$$a = \varphi \sqrt{2g} = \text{const}, \quad m^{0.5}/c;$$

$\varphi$  – коефіцієнт швидкості;

$$H_{(x)} = \frac{p_{(x)} - p_{out}}{\rho g} - x \sin \psi + \frac{\alpha \cos \varphi V_{(x)}^2}{2g}, \quad (14)$$

де  $p_{out} = \text{const}$  – тиск, який діє зовні РТ.

Диференціал п'єзометричного напору

$$d\left(\frac{p(x)}{\rho g}\right) = dH_{(x)} + \sin \psi dx - \frac{\alpha \cos \varphi V_{(x)} dV_{(x)}}{g}, \quad (15)$$

де множник  $\cos \varphi$  враховує дію динамічного напору основного потоку на поверхню живого перерізу струменя на вході у випускний пристрій. Суть множника  $\cos \varphi$  зрозуміла з рис. 4.

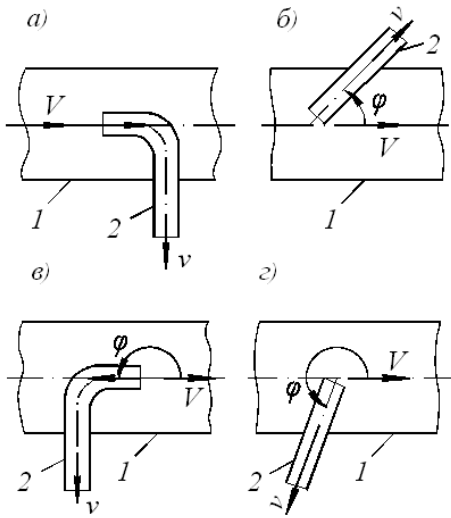


Рис. 4. Схема дії динамічного напору основного потоку на вхідний переріз випускного пристрою при різних значеннях кута  $\varphi$ : а –  $0^\circ$ ; б –  $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ ; в –  $180^\circ$ ; г –  $180^\circ \leq \varphi \leq 270^\circ$

Диференціал шляхової роздачі рідини з РТ:

$$dQ_{dist(x)} = n\mu\omega_0 \sqrt{2gH_{(x)}} dx = bH_{(x)}^{1/2} dx, \quad (16)$$

де  $n$  – кількість отворів, яка припадає на одиницю довжини РТ,  $m^{-1}$ ;  $\mu$  – коефіцієнт витрати отвору-випуску;  $\omega_0$  – площа одного отвору-випуску,  $\omega_0 = \pi d^2/4$ ;

$$b = n\mu\omega_0 \sqrt{2g} = \text{const}, m^{1.5}/c. \quad (17)$$

Диференціал витрати рідини, яка переміщується усередині РТ:

$$dQ_{(x)} = -dQ_{dist(x)} = -bH_{(x)}^{1/2} dx. \quad (18)$$

Диференціал середньої швидкості потоку в РТ визначається з (18):

$$dV_{(x)} = dQ_{(x)}/\omega = -bH_{(x)}^{1/2} dx/\omega, \quad (19)$$

де  $\omega$  – площа поперечного перерізу РТ,  $\omega = \pi D^2/4$ .

Витрата рідини, що транспортується в РТ:

$$Q_{(x)} = Q_0 - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx, \quad (20)$$

де  $Q_{(0)}$  – витрата рідини на вході в РТ, у загальному випадку для РТ довжиною  $L$  (рис. 3)

$$Q_0 = Q_{tr} + b \int_0^L H_{(x)}^{1/2} dx, \quad (21)$$

де  $Q_{tr}$  – транзитна витрата.

Середня швидкість потоку в РТ:

$$V_{(x)} = Q_{(x)}/\omega = \left(Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx\right)/\omega. \quad (22)$$

Диференціал втрат напору на нескінченно короткій ділянці довжиною  $dx$  циліндричного РТ з достатнім ступенем точності можна визначити так само, як при рівномірному русі з формули Дарсі-Вайсбаха [14, с. 124]:

$$dh_{l(x)} = \frac{l}{2g\omega^2 D} d\left[\lambda_{(x)} \left(Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx\right)^2 x\right], \quad (23)$$

де  $D$  – діаметр розподільного трубопроводу.

Підставивши вирази (13), (15), (19), (22) і (23) у (12) одержали нелінійне інтегро-диференціальне рівняння напірного руху рідини з дискретною шляховою роздачею маси для циліндричного РТ відносно невідомої функції  $H_{(x)}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2g\omega^2 D} d\left[\lambda_{(x)} \left(Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx\right)^2 x\right] + dH_{(x)} + \\ & + \frac{2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi}{g\omega^2} \left(Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx\right) b H_{(x)}^{1/2} dx - \\ & - \frac{2\alpha_0}{g\omega} ab \cos \varphi H_{(x)} dx + 2 \sin \psi dx = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

У рівнянні (24), порівняно з роботою [16], додатково ураховано швидкісний напір основного потоку та, порівняно з [17], його дію на вхідний переріз випускного пристрою залежно від кута  $\varphi$  (див. вираз (15) і рис. 4).

#### 4. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯННЯ (24)

4.1. Ламінарний режим течії

Диференціюючи перший доданок із (24), у загальному випадку отримуємо вираз для  $dh_{l(x)}$ :

$$dh_{l(x)} = \frac{1}{2g\omega^2 D} \left[ \lambda_{(x)} \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 dx + 2\lambda_{(x)} x \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right) \left( -b H_{(x)}^{1/2} dx \right) + \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 x d\lambda_{(x)} \right]. \quad (25)$$

Коефіцієнт Дарсі  $\lambda_{(x)} = f(\bar{\Delta}; Re_{(x)})$ . Для ламінарної течії з урахуванням виразу (22) за формулю Пуазейля  $\lambda_{(x)}$  записується так:

$$\lambda_{(x)} = \frac{64\omega\nu}{\left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right) D}, \quad (26)$$

а його диференціал має вигляд

$$d\lambda_{(x)} = \frac{\lambda_{(x)} b H_{(x)}^{1/2} dx}{\left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)}, \quad (27)$$

де у (26)

$$\frac{D}{\omega\nu} \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right) = Re_{(x)}, \quad (28)$$

$Re_{(x)}$  – критерій Рейнольдса, а  $\nu$  – кінематична в'язкість. Підставляючи рівняння (26) і (27) у (25), отримали вираз

$$dh_{l(x)} = \frac{\lambda_{(x)}}{2g\omega^2 D} \left[ \left( b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 dx + Q_{(0)}^2 dx + x b H_{(x)}^{1/2} dx b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 2Q_{(0)} b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx dx - x Q_{(0)} b H_{(x)}^{1/2} dx \right]. \quad (29)$$

Внісши вираз (29) замість (23) під знак диференціала у рівняння (24) і помноживши отриманий многочлен на  $2g\omega^2 D$  та поділивши його на  $dx$ , одержали рівняння:

$$\lambda_{(x)} b^2 \left( \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 + \lambda_{(x)} x b^2 H_{(x)}^{1/2} \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 2D(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) b^2 H_{(x)}^{1/2} \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 2\lambda_{(x)} Q_{(0)} b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - \lambda_{(x)} x Q_{(0)} b H_{(x)}^{1/2} + 2D(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) b Q_{(0)} H_{(x)}^{1/2} - 4\alpha_0 \omega a b D \cos \varphi H_{(x)} + 2g\omega^2 D \frac{dH_{(x)}}{dx} + \lambda_{(x)} Q_{(0)}^2 + 4g\omega^2 D \sin \psi = 0. \quad (30)$$

Уводимо в останнє заміну

$$y = \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx, \quad (31)$$

тоді

$$y' = H_{(x)}^{1/2}, \quad H_{(x)} = (y')^2, \quad dH_{(x)}/dx = 2y'y''. \quad (32)$$

Постійні при змінних  $y, y', y''$  у рівнянні (30) заміняємо коефіцієнтами  $a_1, \dots, a_{10}$ :

$$\begin{aligned} a_1 &= b^2, a_2 = b^2, a_3 = 2(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) b^2 D, \\ a_4 &= 2bQ_{(0)}, a_5 = bQ_{(0)}, a_6 = 2(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) b D Q_{(0)}, \\ a_7 &= 4\alpha_0 a b D \omega \cos \varphi, a_8 = 2g\omega^2 D, \\ a_9 &= Q_{(0)}^2, a_{10} = 4g\omega^2 D \sin \psi. \end{aligned} \quad (33)$$

Отож, рівняння (30) звели до вигляду:

$$\begin{aligned} a_1 \lambda_{(x)} y^2 + a_2 \lambda_{(x)} y y' x - a_3 y y' - a_4 \lambda_{(x)} y - \\ - a_5 \lambda_{(x)} y' x + a_6 y' + a_7 (y')^2 + 2a_8 y' y'' + \\ + a_9 \lambda_{(x)} + a_{10} = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Наші експерименти показали, що невідома функція  $y = \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx$  має параболічний вид. Беручи це до уваги, уводимо у (34) заміну:

$$y = Ax + Bx^2, \quad (35)$$

тоді

$$y' = A + 2Bx, \quad y'' = 2B. \quad (36)$$

Підставивши вирази (35) і (36) у рівняння (34), отримали

$$\begin{aligned} & a_1 \lambda_{(x)} (Ax + Bx^2)^2 + a_2 \lambda_{(x)} (Ax + Bx^2) \times \\ & \times (A + 2Bx)x - a_3 (Ax + Bx^2) (A + 2Bx) - \\ & - a_4 \lambda_{(x)} (Ax + Bx^2) - a_5 \lambda_{(x)} (A + 2Bx)x + \\ & + a_6 (A + 2Bx) - a_7 (A + 2Bx)^2 + \\ & + 2a_8 (A + 2Bx)2B + a_9 \lambda_{(x)} + a_{10} = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Для знаходження невідомих коефіцієнтів  $A$  і  $B$  використовуємо додаткові рівняння (31) і (35). Із (31) маємо  $y' = H_{(x)}^{1/2}$  (рівняння (32)), а із (35) отримали  $y' = A + 2Bx$  (рівняння (36)). Таким чином:

$$H_{(x)}^{1/2} = A + 2Bx. \quad (38)$$

Для спрощення сумісного розв'язку (37) і (38) скористаємось граничними умовами для початку РТ:  $x = 0$ . Тоді із (38) отримуємо:  $A = H_{(0)}^{1/2}$ . Після підстановки  $x = 0$  і  $A = H_{(0)}^{1/2}$  у рівняння (37) останнє зведено до виду:

$$a_6 H_{(0)}^{1/2} - a_7 H_{(0)} + 2a_8 H_{(0)}^{1/2} B + a_9 \lambda_{(x)} + a_{10} = 0. \quad (39)$$

Із (39) маємо

$$B = (a_7 H_{(0)} - a_6 H_{(0)}^{1/2} - a_9 \lambda_{(x)} - a_{10}) / (2a_8 H_{(0)}^{1/2}). \quad (40)$$

З урахуванням позначень (33)

$$\begin{aligned} B = & \frac{\alpha_0 ab H_{(0)}^{1/2} \cos \varphi}{2g\omega} - \frac{(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) Q_{(0)} b}{4g\omega^2} - \\ & - \frac{\lambda_{(x)} Q_{(0)}^2}{8g\omega^2 D H_{(0)}^{1/2}} - \frac{\sin \psi}{2H_{(0)}^{1/2}}. \end{aligned} \quad (41)$$

Увівши  $A = H_{(0)}^{1/2}$  і  $B$  із (41) у рівняння (35) й урахувавши (31) та  $v_{(0)} = a H_{(0)}^{1/2}$  (13), отримали:

$$\begin{aligned} & b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx = b H_{(0)}^{1/2} x + \\ & + \frac{b^2 x^2}{2g\omega} \left( \alpha_0 v_{(0)} \cos \varphi - \frac{2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi}{2} V_{(0)} \right) - \\ & - \frac{bx}{4H_{(0)}^{1/2}} \left( \lambda_{(x)} \frac{x}{D} \frac{V_{(0)}^2}{2g} + 2x \sin \psi \right), \end{aligned} \quad (42)$$

де  $b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx$  – шляхова роздача рідини з РТ.

#### 4.2. Ділянка гідравлічно гладких труб

За формулою Блазіуса для ділянки гідравлічно гладких труб з урахуванням виразів (22) і (28) коефіцієнт  $\lambda_{(x)}$  і його диференціал записуються так:

$$\lambda_{(x)} = \frac{0.3164(\omega\nu)^{0.25}}{\left[ \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right) D \right]^{0.25}}, \quad (43)$$

$$d\lambda_{(x)} = \frac{\lambda_{(x)} b H_{(x)}^{1/2} dx}{4 \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)}. \quad (44)$$

Підставивши (43) і (44) у (25), отримали

$$\begin{aligned} dh_{l_{(x)}} = & \frac{\lambda_{(x)}}{2g\omega^2 D} \left[ \left( b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 dx + Q_{(0)}^2 dx + \right. \\ & + 1.75 b^2 H_{(x)}^{1/2} x dx \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - \\ & \left. - 2Q_{(0)} \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx dx - 1.75 Q_{(0)} b H_{(x)}^{1/2} x dx \right]. \end{aligned} \quad (45)$$

Підставивши вираз (45) замість (23) у рівняння (24) і помноживши отриманий многочлен на  $2g\omega^2 D$  та поділивши його на  $dx$ , одержали рівняння:

$$\begin{aligned} & \lambda_{(x)} b^2 \left( \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 + \\ & + 1.75 \lambda_{(x)} x b^2 H_{(x)}^{1/2} \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - \\ & - 2D(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) b^2 H_{(x)}^{1/2} \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - \\ & - 2\lambda_{(x)} Q_{(0)} b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 1.75 \lambda_{(x)} x Q_{(0)} b H_{(x)}^{1/2} + \\ & + 2D(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) b Q_{(0)} H_{(x)}^{1/2} - \\ & - 4\alpha_0 \omega ab D \cos \varphi H_{(x)} + 2g\omega^2 D \frac{dH_{(x)}}{dx} + \\ & + \lambda_{(x)} Q_{(0)}^2 + 4g\omega^2 D \sin \psi = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Застосовуємо до рівняння (46) заміну (31) і залежності (32), а постійні при змінних  $y, y', y''$  у (46) заміняємо коефіцієнтами  $a_1, \dots, a_{10}$ :

$$\begin{aligned} a_1 &= b^2, & a_2 &= 1.75b^2, \\ a_3 &= 2(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi)b^2D, \\ a_4 &= 2bQ_{(0)}, & a_5 &= 1.75bQ_{(0)}, \\ a_6 &= 2(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi)bDQ_{(0)}, & (47) \\ a_7 &= 4\alpha_0abD\omega \cos \varphi, & a_8 &= 2g\omega^2D, \\ a_9 &= Q_{(0)}^2, & a_{10} &= 4g\omega^2D \sin \psi. \end{aligned}$$

Рівняння (46) звели до вигляду:

$$\begin{aligned} a_1\lambda_{(x)}y^2 + a_2\lambda_{(x)}yy'x - a_3yy' - a_4\lambda_{(x)}y - \\ - a_5\lambda_{(x)}y'x + a_6y' + a_7(y')^2 + 2a_8y'y'' + \\ + a_9\lambda_{(x)} + a_{10} = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

Увівши у (48) заміни (35) і (36), отримали:

$$\begin{aligned} a_1\lambda_{(x)}(Ax + Bx^2)^2 + a_2\lambda_{(x)}(Ax + Bx^2) \times \\ \times (A + 2Bx)x - a_3(Ax + Bx^2)(A + 2Bx) - \\ - a_4\lambda_{(x)}(Ax + Bx^2) - a_5\lambda_{(x)}(A + 2Bx)x + \\ + a_6(A + 2Bx) - a_7(A + 2Bx)^2 + \\ + 2a_8(A + 2Bx)2B + a_9\lambda_{(x)} + a_{10} = 0. \end{aligned} \quad (49)$$

Рівняння (49) ідентичне рівнянню (37), отож його розв'язком також є вираз (42).

### 4.3. Перехідна ділянка

Коефіцієнт  $\lambda_{(x)}$  для ділянки доквадратичного опору з урахуванням виразів (22) і (28) записується за формулою А. Д. Альтшуля так:

$$\lambda_{(x)} = 0.11 \left[ \frac{\Delta}{D} + \frac{68\omega\nu}{\left(Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx\right) D} \right]^{0.25}. \quad (50)$$

Його диференціал

$$d\lambda_{(x)} = \frac{0.11^4}{\lambda_{(x)}^3} \frac{17\omega\nu b H_{(x)}^{1/2} dx}{\left(Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx\right)^2 D}. \quad (51)$$

Підставивши вирази (50) і (51) у (25) отримали вираз для  $dh_{l_{(x)}}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2g\omega^2D}{\lambda_{(x)}}\right) dh_{l_{(x)}} = \left(b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx\right)^2 dx + \\ + 2b^2 H_{(x)}^{1/2} x dx \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 2Q_{(0)}b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx dx + \\ + 17 \left(\frac{0.11}{\lambda_{(x)}}\right)^4 \frac{\omega\nu b H_{(x)}^{1/2} x dx}{D} - \\ - 2Q_{(0)}b H_{(x)}^{1/2} x dx + Q_{(0)}^2 dx. \end{aligned} \quad (52)$$

Підставивши (52) замість (23) під знак диференціала у рівняння (24), одержали

$$\begin{aligned} \lambda_{(x)}b^2 \left(\int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx\right)^2 + \\ + 2\lambda_{(x)}b^2 H_{(x)}^{1/2} x \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - \\ - 2(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi)b^2 D H_{(x)}^{1/2} \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - \\ - 2\lambda_{(x)}Q_{(0)}b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 2\lambda_{(x)}Q_{(0)}b x H_{(x)}^{1/2} + \\ + 2(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi)bDQ_{(0)}H_{(x)}^{1/2} + \\ + 17 \frac{0.11^4 b\nu\omega x H_{(x)}^{1/2}}{\lambda_{(x)}^3 D} - 4\alpha_0abD\omega \cos \varphi H_{(x)} + \\ + 2Dg\omega^2 \frac{dH_{(x)}}{dx} + \lambda_{(x)}Q_{(0)}^2 + 4Dg\omega^2 \sin \psi = 0. \end{aligned} \quad (53)$$

Застосовуємо до рівняння (53) заміну (31) і залежності (32), а постійні при змінних  $y, y', y''$  у (53) заміняємо коефіцієнтами  $a_1, \dots, a_{11}$ :

$$\begin{aligned} a_1 &= b^2, & a_2 &= 2b^2, & a_3 &= 2(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi)b^2D, \\ a_4 &= 2bQ_{(0)}, & a_5 &= 2bQ_{(0)}, \\ a_6 &= 2(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi)bDQ_{(0)}, \\ a_7 &= 17 \cdot 0.11^4 b\nu\omega / D, & (54) \\ a_8 &= 4\alpha_0abD\omega \cos \varphi, & a_9 &= 2Dg\omega^2, & a_{10} &= Q_{(0)}^2, \\ a_{11} &= 4Dg\omega^2 \sin \psi. \end{aligned}$$



Рівнянню (53) надали такого вигляду:

$$a_1\lambda_{(x)}y^2 + a_2\lambda_{(x)}yy'x - a_3yy' - a_4\lambda_{(x)}y - a_5\lambda_{(x)}y'x + a_6y' + a_7\lambda_{(x)}^{-3}y'x - a_8(y')^2 + 2a_9y'y'' + a_{10}\lambda_{(x)} + a_{11} = 0. \quad (55)$$

Увівши у (55) заміни (35) і (36), маємо

$$a_1\lambda_{(x)}(Ax + Bx^2)^2 + a_2\lambda_{(x)}(Ax + Bx^2)(A + 2Bx)x - a_3(Ax + Bx^2)(A + 2Bx) - a_4\lambda_{(x)}(Ax + Bx^2) - a_5\lambda_{(x)}(A + 2Bx)x + a_6(A + 2Bx) + a_7\lambda_{(x)}^{-3}(A + 2Bx)x - a_8(A + 2Bx)^2 + 2a_9(A + 2Bx)2B + a_{10}\lambda_{(x)} + a_{11} = 0. \quad (56)$$

Рівняння (56) відрізняється від відповідних йому виразів (37) для ламінарних потоків і (49) для ділянки гладкостінного опору наявністю додаткового члена  $a_7\lambda_{(x)}^{-3}(A + 2Bx)x$ , де  $a_7 = 17 \cdot 0.11^4 b\omega\nu/D$  (див. (54)).

Для знаходження коефіцієнтів  $A$  і  $B$  використовуємо рівняння (31) і (35). Із (31)  $y' = H_{(x)}^{1/2}$ , а із (35)  $y' = A + 2Bx$ . Взяти до уваги (38) і граничні умови для початку РТ  $x = 0$  із (38), отримуємо:  $A = H_{(0)}^{1/2}$ . Після підстановки  $x = 0$  і  $A = H_{(0)}^{1/2}$  у рівняння (56) останнє зведено до вигляду:

$$a_6H_{(0)}^{1/2} - a_8H_{(0)} + 4a_9H_{(0)}^{1/2}B + a_{10}\lambda_{(x)} + a_{11} = 0. \quad (57)$$

Із (57) випливає

$$B = \frac{a_8H_{(0)} - a_{(6)}H_{(0)}^{1/2} - a_{10}\lambda_{(x)} - a_{11}}{4a_9H_{(0)}^{1/2}}. \quad (58)$$

З урахуванням позначень (54)

$$B = \frac{\alpha_0 abH_{(0)}^{1/2} \cos \varphi}{2g\omega} - \frac{(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) Q_{(0)} b}{4g\omega^2} - \frac{\lambda_{(x)} Q_{(0)}^2}{8g\omega^2 D H_{(0)}^{1/2}} - \frac{\sin \psi}{2H_{(0)}^{1/2}}. \quad (59)$$

Увівши  $A = H_{(0)}^{1/2}$  і вираз для  $B$  із (59) у рівняння (35), а також з урахуванням (31) та  $v_{(0)} = aH_{(0)}^{1/2}$  (див. (13)), отримали формулу:

$$b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx = bH_{(0)}^{1/2} x +$$

$$+ \frac{b^2 x^2}{2g\omega} \left( \alpha_0 v_{(0)} \cos \varphi - \frac{2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi}{2} V_{(0)} \right) - \frac{bx}{4H_{(0)}^{1/2}} \left( \lambda_{(x)} \frac{x}{D} \frac{V_{(0)}^2}{2g} + 2x \sin \psi \right). \quad (60)$$

Формула (60) ідентична виразу (42) для ламінарних потоків і співпадає з розв'язком рівняння (49) для ділянки гідравлічно гладких труб турбулентного режиму течії (див. пояснення до (49)).

#### 4.4. Ділянка гідравлічно шорстких труб

Для ділянки квадратичного опору коефіцієнт  $\lambda_{(x)}$  обчислюється за формулою Б. Л. Шифрінсона

$$\lambda_{(x)} = 0.11 \left( \frac{\Delta}{D} \right)^{0.25}. \quad (61)$$

За незмінних значень  $\Delta$  на розрахунковому відрізку РТ коефіцієнт  $\lambda_{(x)} = \text{const}$ , а його диференціал  $d\lambda_{(x)} = 0$ . Вираз (25) для диференціалу втрат напору спроститься до

$$dh_{l_{(x)}} = \frac{1}{2g\omega^2 D} \left[ \lambda_{(x)} \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 dx + 2\lambda_{(x)} x \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right) \left( -b H_{(x)}^{1/2} dx \right) + \left( Q_{(0)} - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 x d\lambda_{(x)} \right]. \quad (62)$$

Підставивши (62) в (24), одержали рівняння

$$\lambda_{(x)} b^2 \left( \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 + 2\lambda_{(x)} x b^2 H_{(x)}^{1/2} \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 2D(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) b^2 H_{(x)}^{1/2} \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 2\lambda_{(x)} Q_{(0)} b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx - 2\lambda_{(x)} x Q_{(0)} b H_{(x)}^{1/2} + 2D(2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi) b Q_{(0)} H_{(x)}^{1/2} - 4\alpha_0 \omega ab D \cos \varphi H_{(x)} + 2g\omega^2 D \frac{dH_{(x)}}{dx} +$$

$$+\lambda(x)Q_{(0)}^2 + 4g\omega^2 D \sin \psi = 0,$$

яке відрізняється від рівняння (30) наявністю коефіцієнтів 2 перед другим і п'ятим доданками. З розв'язків відповідних рівнянь (30), (46) і (53) бачимо, що перші п'ять доданків цих рівнянь в процесі подальших розв'язувань випадають з проміжних рівнянь і на кінцевий результат не впливають. Таким чином, розв'язком рівняння (63) є вираз (60). Останній є справедливим для ламінарного й турбулентного режимів течій.

### 5. МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ РТ

Розрахунок РТ доцільно вести ходом проти потоку від його кінця до голови (рис. 5). Для цього формулі (60) надаємо вид:

$$b_{i-k} \int_{x_i}^{x_k} H_{(x)}^{1/2} dx = b_{i-k} x_{i-k} \left[ H_{(x_i)}^{1/2} + \frac{b_{i-k} x_{i-k}}{2g\omega(x_i)} \times \left( \frac{2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi(x_i)}{2} V_{(x_i)} - \alpha_0 v_{(x_i)} \cos \varphi(x_i) \right) \right] + \frac{b_{i-k} x_{i-k}}{4H_{(x_i)}^{1/2}} \left( \frac{\lambda(x_i) x_{i-k}}{D(x_i)} \frac{V_{(x_i)}^2}{2g} + 2x_{i-k} \sin \psi(x_i) \right), \quad (64)$$

де  $V_{(x_i)} = Q_{(x_i)}/\omega$ ,  $v_{(x_i)} = \varphi \sqrt{2gH_{(x_i)}}$ .

За (64) обчислюється витрата рідини, транспортованої усередині РТ. Вона зростає у напрямку до початку РТ на величину, яка чисельно дорівнює шляховій роздачі рідини з РТ на цій же розрахунковій ділянці  $x_{i-k}$ .

Залежність для покрокового обчислення напору  $H_{(x_k)}$ , під дією якого витікає струмінь у перерізі  $k$  (рис. 5), отримано диференціюванням виразу (60), переписаного з урахуванням ходу проти потоку. Застосування заміни (35) спричинило введення емпіричного коефіцієнта  $\kappa$  у розрахункову формулу (65) перед усіма доданками, окрім першого  $H_{(x_i)}^{1/2}$ :

$$H_{(x_k)} = \left[ H_{(x_i)}^{1/2} + \frac{\kappa \cdot b_{i-k} x_{i-k}}{g\omega(x_i)} \times \left( \frac{2\alpha_0 + \alpha \cos \varphi(x_i)}{2} V_{(x_i)} - \alpha_0 v_{(x_i)} \cos \varphi(x_i) \right) + \frac{\kappa}{2H_{(x_i)}^{1/2}} \left( \frac{\lambda(x_i) x_{i-k}}{D(x_i)} \frac{V_{(x_i)}^2}{2g} + 2x_{i-k} \sin \psi(x_i) \right) \right]^2, \quad (65)$$

де у (64) і (65)  $b_{i-k}$  – коефіцієнт, постійний на розрахунковій ділянці  $i-k$ , обчислюється за (17);  $x_i -$

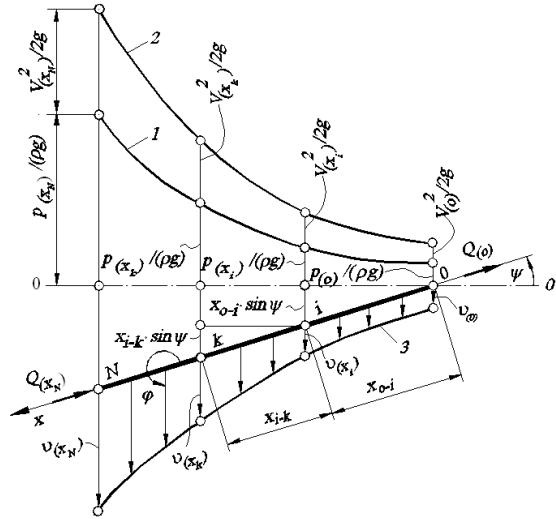


Рис. 5. Схема для розрахунку РТ ходом проти потоку: 1 – п'єзометрична лінія; 2 – лінія повного напору; 3 – епюра швидкостей струменів, які від'єднуються;  $x$  – вісь РТ

індекс при символах параметрів РТ, потоку і струменів, який вказує на їх належність до початку розрахункової ділянки  $i-k$ .

Емпіричний коефіцієнт  $\kappa$  у (65) враховує також зменшення гідравлічного опору РТ при малій відстані між отворами-випусками. Наприклад, для РТ, описаного нижче у розділі 6,  $\kappa = 0.6$ . Ймовірно, що для розподільчих трубопроводів  $\kappa \leq 1$ .

Коефіцієнт  $\lambda(x)$  для РТ, обчислюють за формулами:

при  $Re_{(x_i)} \leq 2320$  (ламінарний режим течії)

$$\lambda(x_i) = \frac{64}{Re_{(x_i)}}, \quad (66)$$

для  $Re_{(x_i)} \frac{\Delta(x_i)}{D(x_i)} < 10$  (ділянка гідравлічно гладких труб)

$$\lambda(x_i) = \frac{0.3164}{Re_{(x_i)}^{0.25}}. \quad (67)$$

При  $10 \leq Re_{(x_i)} \frac{\Delta(x_i)}{D(x_i)} \leq 500$  (перехідна ділянка)

$$\lambda(x_i) = 0.11 \left[ \frac{\Delta(x_i)}{D(x_i)} + \frac{68}{Re_{(x_i)}} \right]^{0.25}, \quad (68)$$

для  $Re_{(x_i)} \frac{\Delta(x_i)}{D(x_i)} > 500$  (ділянка гідравлічно шорстких труб)

$$\lambda(x_i) = 0.11 \left( \frac{\Delta(x_i)}{D(x_i)} \right)^{0.25}, \quad (69)$$

а значення критерію Рейнольдса для основного потоку в РТ встановлюють за формулою

$$Re_{(x_i)} = \frac{Q_{(x_i)} D_{(x_i)}}{\omega_{(x_i)} \nu_{(x_i)}}, \quad (70)$$

де  $\nu_{(x_i)}$  – кінематична в'язкість;  $v_{(x_i)}$  – швидкість струмини (13);  $\varphi$  – коефіцієнт швидкості;  $\varphi_{(x_i)}$  й  $\psi_{(x_i)}$  – кути, відраховуються проти годинникової стрілки, як це показано на рис. 2, 3 і 5.

Коефіцієнт витрати отвору- або насадку-випуску  $\mu_{(x_i)} = f(Re_{or(x_i)}, l/d)$ , де  $l$  – товщина стінки РТ, або довжина насадка-випуску;  $d$  – діаметр отвору- або насадка-випуску;  $Re_{or(x_i)}$  – критерій Рейнольдса для струменя, який витікає крізь отвір- або насадок-випуск, у перерізі  $x_i$  РТ,  $Re_{or(x_i)} = f(H_{(x_i)})$ . Зокрема, для циліндричного насадка-випуску при  $Fr_{(x_i)} > 10$ ,  $We_{(x_i)} > 200$ , досконалому повному стисненні й гострих вхідних кромках значення коефіцієнта  $\mu_{(x_i)}$  можна обчислити за емпіричними формулами, отриманими за даними З. І. Геллера, Ю. А. Скобельцина [19, с. 68-71]. Одна з цих залежностей для співвідношень  $l/d = 1 \dots 1.5$ ,  $Re_{th(x_i)} = 10^3 \dots 10^5$ , або  $l/d = 2 \dots 5$ ,  $Re_{th(x_i)} = 50 \dots 15 \cdot 10^4$ , або  $l/d = 10 \dots 50$ ,  $Re_{th(x_i)} = 80 \dots 15 \cdot 10^4$  має такий вигляд [19, с. 69]

$$\mu_{(x_i)} = \frac{1}{1.23 + \frac{58l}{Re_{th(x_i)} d}}, \quad (71)$$

де  $Re_{th(x_i)} = \sqrt{2gH_{(x_i)}} d / \nu$  – критерій Рейнольдса для струменя при “теоретичній швидкості витікання” [19, с. 61].

На виході із РТ у перерізі  $x = 0$  (рис. 5) витрата рідини рівна  $Q_{(0)} = Q_{tr}$ , а робочий напір  $H_{(x)} = H_{(0)}$ . Останній обчислюють з формули

$$q_{(0)} = \mu \omega_0 \sqrt{2gH_{(0)}},$$

у яку підставляють те значення витрати рідини  $q_{(0)}$  через останній отвір-випуск, яке хочуть реалізувати.

## 6. ПОРІВНЯННЯ З ІНШИМИ ДАНИМИ

Значення напорів і витрат води, обчислені за формулами (64) і (65), практично співпадають з експериментальними даними (рис. 6, вісь  $x$  направлена зустрічно основному потоку в РТ).

Експериментальний РТ з діаметром  $D = 8.21$  мм мав одинадцять насадків-випусків з довжинами кожного по 25 мм і внутрішнім діаметром  $d =$

3.2 мм і дванадцять штуцерів такої самої конструкції для підключення п'єзометрів. Ті й другі розташовані з кроком, кратним  $10d$ , але неоднаковим на окремих ділянках РТ (див. положення експериментальних точок 1 на рис. 6, або схему РТ у [18]). Шпаруватість РТ  $f = n\omega_0/\omega = 1.469$ , довжина його перфорованої частини  $L = 2.644$  м,  $\varphi = 90^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ .

При розрахунку РТ за методикою [10, 11] необхідно задаватись вихідним значенням витрати основного потоку на початку РТ. Оскільки його значення невідоме, то взято експериментально отримане  $Q_{beg} = 160.2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с. За методикою [10, 11] обчислюється лише п'єзометричний робочий напір (без урахування швидкісного напору та при  $\psi = 0^\circ$ ) і тільки за умови рівномірного розташування насадків-випусків. З метою коректного порівняння методик, додатково за формулами (64)–(71) отримано криві 4 для постійного кроку насадків-випусків.

Методика автора статті враховує зміну вздовж РТ значень коефіцієнта гідравлічного тертя і коефіцієнта витрати насадка-випуску. За цією методикою необхідно задаватись вихідним значенням напору на останньому насадку-випуску, тобто в кінці РТ, що є досить простим (див. пояснення, подані у кінці розділу 5). Взято експериментальне значення  $H_{(0)} = 0.104$  м. Коефіцієнт  $\lambda_{(x)}$  обчислювали за формулами (66) і (65), а коефіцієнт  $\mu_{(x)}$  – за (71). Залежності (64)–(71) придатні для розрахунків довгих, проміжних і коротких РТ, що також підтверджено дослідями.

## ВИСНОВКИ

Розрахункові залежності, що одержані унаслідок розв'язання диференціального рівняння руху рідини змінної маси для напірних розподільних трубопроводів, практично співпадають з експериментальними даними. Вони відносно прості і на відміну від інших методик дозволяють урахувати вплив постійних або змінних значень геометричних параметрів РТ, кінематичних і динамічних характеристик основного потоку і струменів, які від'єднуються, включаючи кут  $\varphi$  відведення струменів, кут  $\psi$  нахилу осі РТ до обрію та зміну вздовж потоку режимів течії та законів гідравлічного опору. Виведені залежності є придатними для проектування довгих, проміжних і коротких РТ.

Автор висловлює вдячність вченим Національного університету “Львівська політехніка” докт. фіз.-матем. наук, проф. М. А. Сухорольському за

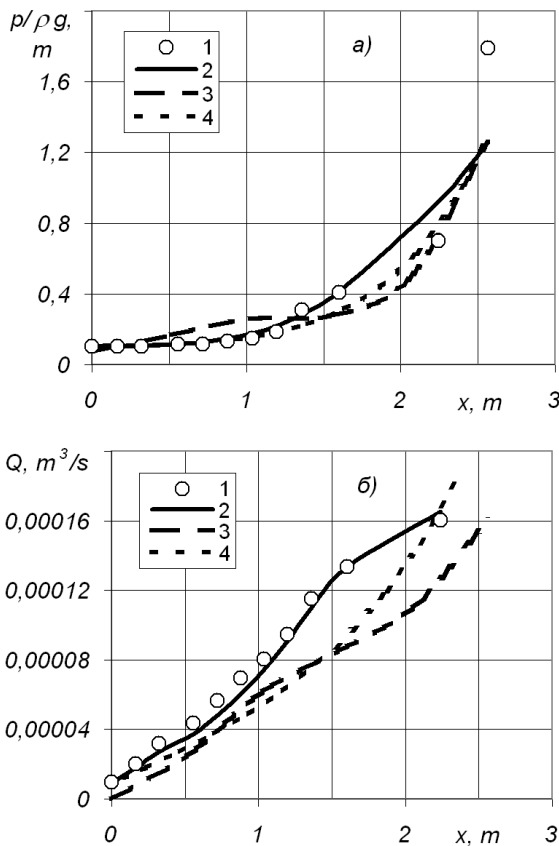


Рис. 6. Порівняння результатів обчислень:  
 а – п'єзометричний напір усередині РТ;  
 б – те саме, витрата води;  
 1 – дані експерименту  
 ( $H_{(0)} = 0.104$  м,  $Q_{tr} = 0$ );  
 2 – криві, отримані за формулами (64)–(71),  
 $\kappa = 0.6$ ;  
 3 – те саме, за методикою [10, 11]  
 за умови рівномірного розташування  
 насадків-випусків;  
 4 – те саме, за (64)–(71)

консультації, надані при розв'язуванні рівняння (24), та канд. техн. наук В. І. Орлу за допомогу в експериментальній перевірці формул (64) і (65).

1. Дергачёв Б. А. Движение жидкости в трубопроводе с дискретным изменением расхода по длине: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.14.09 / Ленингр. политехн. ин-т. – Л.: 1974. – 20 с.
2. Чугаев Р. Р. Гидравлика. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 672 с.
3. Кузнецов Е. В. Гидравлические параметры трубопроводов закрытых оросительных систем и способы их расчёта: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.14.09 / Моск. гидромелиорат. ин-т. – М., 1985. – 21 с.
4. Петров Г. А. Гидравлика переменной массы (Движение жидкости с изменением расхода вдоль пути). – Харьков: ХГУ, 1964. – 224 с.

5. Смыслов В. В., Езерский Н. О. Гидравлический расчет перфорированных цилиндрических трубопроводов с раздачей расхода // Гидравлика и гидротехника: Науч.-техн. сб. – Вып. 30. – К.: Техника. – 1980. – С. 52-59.
6. Смыслов В. В., Константинов Ю. М. К расчёту дырчатых труб с раздачей расхода вдоль пути // Гидравлика и гидротехника: Науч.-техн. сб. – Вып. 12. – К.: Техника. – 1971. – С. 47-52.
7. Константинов Ю. М. Специальные вопросы гидравлики систем водоснабжения и водоотведения: Учебное пособие. – К.: КИСИ, 1981. – 96 с.
8. Науменко И. И. Гидравлический расчет поливных трубопроводов капельного орошения // Гидравлика и гидротехника: Науч.-техн. сб. – Вып. 30. – К.: Техника. – 1980. – С. 70-77.
9. Коваленко В. Н., Бойко В. И. Об уравнении установившегося напорного движения жидкости в цилиндрической трубе с отделением расхода вдоль пути // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. – 1989. – № 4. – С. 84-87.
10. Кравчук А. М. Гідравліка змінної маси напірних трубопроводів технічних систем: Автореф. дис. докт. техн. наук: 05.23.16 / Київ. нац. ун-т будівництва і архітектури. – К., 2004. – 35 с.
11. Чернюков Д. О. Вплив гідродинаміки потоку на характеристики роботи розподільчих трубопроводів: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.23.16 / Київ. нац. ун-т будівництва і архітектури. – К., 2005. – 20 с.
12. Василенко А. А., Смыслов В. В. Анализ уравнения движения жидкости в горизонтальном цилиндрическом трубопроводе с присоединением расхода вдоль пути // Гидравлика и гидротехника: Науч.-техн. сб. – Вып.17. – К.: Техника. – 1973. – С. 19-24.
13. Claudio D. Icondotti emyngenti da un serbatoio. Atti e men. Accad. patav. sci lettere ed arti. – 1961-1962. – 74, Parte 2.
14. Константинов Ю. М. Гидравлика: Учебник. – К.: Вища школа, 1988. – 398 с.
15. Чернюков В. В. Диференціальне рівняння руху рідини зі змінною масою з урахуванням реакції на зміну витрати // Вісн. Укр. держ. ун-ту водн. госп. та природокорист. – Рівне: УДУВГП. – 2002. – Вып. 5 (18). – С. 196-201.
16. Чернюков В. В. Рівняння руху рідини змінної маси для циліндричних трубопроводів // Промислова гідравліка і пневматика. – 2003. – № 1. – С. 25-28.
17. Чернюков В. В. Розв'язок диференціального рівняння руху рідини змінної маси для напірних розподільчих трубопроводів // Гідромеліорація та гідротехнічні споруди: Зб. наук. пр. Вып. 31. – Рівне: Нац. ун-т водн. госп. та природокорист., 2006. – С. 293-302.
18. Чернюков В. В., Орел В. І. Вплив додатків поліакриламідю на нерівномірність дискретної шляхової роздачі води з напірного трубопроводу // Промислова гідравліка і пневматика. – 2006. – № 4(14). – С. 37-40.
19. Степанов М. П., Овчаренко И. Х., Скобелъцин Ю. А. Справочник по гидравлике для мелиораторов. – М.: Колос, 1984. – 207 с.