

УДК 532.526

ВИВЧЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ КВАДРАТНИХ ЦИЛІНДРІВ, РОЗТАШОВАНИХ ТАНДЕМОМ

В. О. ГОРБАНЬ, І. М. ГОРБАНЬ

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 10.12.2007

Узагальнений вихровий метод, в якому рівняння Нав'є-Стокса розв'язуються в змінних "швидкість-завихреність", розвинуто для моделювання течії в багатозв'язній області. На цій основі виконано розрахунок ламінарної течії навколо тандему двох квадратних циліндрів. Одержано, що розвиток сліду і гідродинамічні характеристики тіл визначаються структурою потоку, який формується в області між переднім і заднім циліндрами. В залежності від довжини цієї області тут є можливими три режими течії: симетричний, з утворенням стійкої пари вихорів; несиметричний, який характеризується почерговим відривом вихорів від першого тіла; і біфуркаційний, коли є можливим різкий перехід від одного режиму течії до іншого. Досліджено вплив зовнішніх збурень на розвиток течії в різних режимах.

Обобщенный вихревой метод, который предполагает решение уравнений Навье-Стокса в переменных "скорость-завихренность", развит для моделирования течения в multiply-connected области. На этой основе выполнен расчет ламинарного течения вокруг тандема двух квадратных цилиндров. Получено, что развитие следа и гидродинамические характеристики тел определяются структурой потока, который формируется в области между передним и задним цилиндрами. В зависимости от длины этой области здесь возможны три режима течения: симметричный, при котором формируется устойчивая вихревая пара; несимметричный, который характеризуется срывом вихрей от первого тела; и бифуркационный, когда возможен резкий переход от одного режима течения до другого. Исследовано влияние внешних возмущений на развитие течения в разных режимах.

A coupled Lagrangian-Eulerian numerical scheme, in which Navier-Stokes equations are solved with the vorticity-velocity formulation, is developed for calculation of flow in a multiply-connected domain. It is used for modeling the laminar flow past two square cylinders in tandem. Results show that evolution of the flow and hydrodynamic loads on the bodies depend on the flow pattern in the region between the cylinders. Depending on the spacing between the bodies it may be symmetrical, when a stable vortex pair is there formed; non-symmetrical, with separation of large vortices from the front cylinder; and bifurcational, when a sudden jump from one flow regime to another is possible. Special attention is paid to the effect of external disturbances on flow evolution.

ВСТУП

Дослідження взаємодії потоку рідини із системою тіл є важливим як для виявлення фундаментальних особливостей такої течії, так і з точки зору практичних застосувань (аналіз течії за масивом будинків, в теплообмінниках, офшорних конструкціях тощо). При цьому тіла можуть розташовуватись:

- паралельно один до одного і симетрично відносно потоку (side by side);
- у шаховому порядку (staggered);
- один за одним (in tandem).

Більшість досліджень у цьому напрямку стосуються вивчення взаємодії потоку рідини із системою кругових циліндрів. Експериментальні дослідження показали різноманітність режимів течії в залежності від розташування циліндрів у системі [1]. Дві перші із згаданих вище конфігурацій часто розглядаються як проста модель для вивчення взаємодії вихрових слідів із різними модами (у фазі або протифазі по часові) [2].

Тандем циліндрів є більш складною системою, тому що тут нижче за потоком тіло розташова-

не в сліді верхнього і взаємодіє із нерівномірною течією, де є зсувні шари та вихрові структури. Експериментальні і теоретичні дослідження потоку, що формується навколо тандему двох циліндрів, виявили істотну залежність його структури від відстані між тілами. Хоча більшість експериментальних робіт проведено при великих числах Рейнольдса ($10^3 - 10^5$) [3–6], а чисельні розрахунки, як правило, стосуються помірних значень $Re \sim 10^2$ [7–9], всі вони вказують на те, що при обтіканні тандему циліндрів існують декілька режимів. При цьому, важливу роль у формуванні загальної картини обтікання відіграють структура і властивості течії в області між тілами. При малій ширині зазору тут генеруються два симетричних крупномасштабних вихори. Всі збурення потоку, які викликаються обтіканням першого тіла, затухають, не призводячи до дестабілізації вихрової пари. Така стійка конфігурація забезпечує стабільно низькі значення сили опору та амплітуди бокової сили в системі. Зі збільшенням відстані між тілами картина течії в зазорі змінюється. Вихрова пара втрачає стійкість, внаслідок чого вихори почергово викидаються в слід за другим тілом, дестабілізуючи його. Гідродинамічні характе-

ристки системи (опір та бокова сила) при цьому істотно погіршуються.

Експериментально встановлено, що існує діапазон відстаней, коли в області між циліндрами можуть реалізовуватись обидві моделі течії, причому, перехід від одного режиму до другого завжди відбувається несподівано, протягом короткого проміжку часу. З часу виявлення цієї особливості і дотепер більшість зусиль в експериментальних і чисельних дослідженнях спрямовані на те, щоб пояснити механізм раптової зміни режиму течії. Найбільш повне дослідження стійкості потоку в тандемі двох кругових циліндрів проведено в роботі [8]. Використовуючи лінійну теорію стійкості і пряме чисельне моделювання течії, автори показали, що при $Re = 10^2$ в певному діапазоні відстаней між тілами задача має два розв'язки, тобто, коефіцієнти сил і числа Струхала можуть з часом змінюватись по різним законам. Цей результат одержав підтвердження в експериментальній роботі [10], де досліджувався вплив передісторії течії на формування картини обтікання в тандемі двох кругових циліндрів при помірних числах Рейнольдса ($90 \div 300$). Авторами показано, що при певних відстанях між циліндрами картина течії в зазорі залежить від того, як проводиться експеримент: починаючи від близько розташованих тіл, збільшуючи відстань між ними, чи від далеко розташованих тіл, зменшуючи відстань. Такий гістерезис режимів обтікання в тандемі двох циліндрів ще не знайшов належного теоретичного пояснення.

Метою цієї роботи є дослідження механізмів формування різних режимів течії в тандемі двох квадратних циліндрів, визначення гідродинамічних характеристик тіл та оцінка впливу зовнішніх збурень на динамічні властивості (зокрема, стійкість) вихрових структур, що формуються між тілами та в сліді за ними.

Для розрахунку течії навколо тандему двох квадратних циліндрів застосовано метод чисельного моделювання. Складність задачі обумовлює пошук нових підходів до описання взаємодії в'язкої рідини із системами тіл. Тут застосовується узагальнений вихровий метод, в якому поєднано використання сіток і Лагранжових вихрових частинок [11]. Система рівнянь Нав'є-Стокса розв'язується в змінних "швидкість-завихреність". Ефективність вихрових методів показана на прикладі розв'язання багатьох задач гідродинаміки відривних течій [12, 13]. Особливістю даної роботи є застосування вихрового методу для моделювання в'язкої течії в багатозв'язній області.

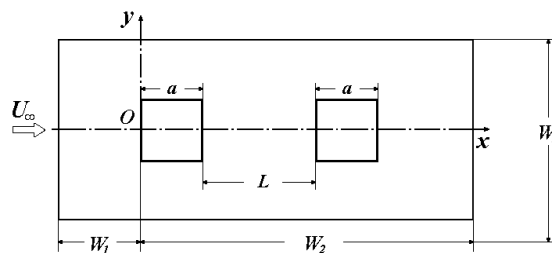


Рис. 1. Конфігурація області течії

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ЧИСЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ

Розглядається однорідна двовимірна течія в'язкої нестисливої рідини навколо системи двох однакових паралельних квадратних циліндрів (призм), розташованих тандемом. Визначальним геометричним параметром для такої конфігурації системи є відстань (зазор) між тілами (рис. 1).

Характерними параметрами задачі є довжина ребра кожного з циліндрів a і швидкість течії на нескінченності U_∞ . Відповідно безрозмірна відстань між тілами вводиться як $\bar{L} = L/a$, безрозмірний час $\bar{t} = tU_\infty/a$, число Рейнольдса $Re = aU_\infty/\nu$, де ν – кінематична в'язкість (надалі риси, що позначають безрозмірні величини, будемо пропускати).

Для моделювання течії використано узагальнений вихровий метод, розроблений на основі відомих чисельних алгоритмів [13]. Детальний опис цього методу і оцінка його точності на прикладі розв'язання задачі про обтікання квадратної призми в необмеженому потоці представлені в роботі [11]. Головні особливості цієї чисельної схеми полягають в тому, що:

- рівняння Нав'є-Стокса розв'язуються в змінних "швидкість-завихреність";
- на кожному кроці по часові задача розщеплюється на дві складові – конвективну і дифузійну, які розв'язуються послідовно; конвективний перенос завихреності моделюється рухом точкових вихорів, а рівняння в'язкої дифузії завихреності розв'язується в змінних Ейлера на ортогональній сітці, яка накладається на поле течії;
- границі тіла моделюються вихровим шаром; його інтенсивність визначається із граничних сингулярних інтегральних рівнянь, які впливають із умов непротікання і збереження циркуляції по замкненому контуру та розв'язуються методом дискретних вихорів;
- генерація завихреності визначається з умови прилипання на поверхні тіла і умови Кутта-

Жуковського в гострих кромках;

– для розрахунку поля швидкості в області течії використовується формула Біо-Савара.

Чисельна схема для розрахунку течії навколо тандему циліндрів має особливості, пов'язані з багатозв'язністю області, що розглядається. Оскільки кожне з тіл системи є джерелом завихреності, теорема про збереження циркуляції виконується окремо для кожного контуру, який включає в себе один з циліндрів і його слід. В момент часу T сумарна циркуляція, пов'язана з тілом, складається із циркуляції вихрового шару, який моделює його границю, і сумарного потоку завихреності, генерованого поверхнею цього тіла впродовж часового проміжку $[0, T]$. Якщо в момент часу $t = 0$ завихреність в області течії відсутня, умова постійності циркуляції вздовж контуру, що включає тіло і його слід, виражається інтегральним рівнянням:

$$\int_0^T \int_{L_k} \frac{\partial \omega}{\partial n} dl dt + \int_{L_k} \gamma dl = 0, \quad k = 1, 2,$$

де L_k – контур k -го тіла; γ – інтенсивність приєднаного вихрового шару; $\frac{\partial \omega}{\partial n}$ – потік завихреності від поверхні тіла.

На поверхні кожного з циліндрів задовольняється також умова непротікання $V_n = 0$. Її виконання не залежить від кількості тіл в області течії. В чисельній схемі умови непротікання і постійності циркуляції вздовж вихрового контуру використовуються для знаходження інтенсивності гранично-го вихрового шару.

Зазначимо, що тиск у цій чисельній моделі використовується лише для розрахунку гідродинамічних сил F_x, F_y , які діють на кожне з тіл:

$$F_x^k = \int_{L_k} p n_x ds, \quad F_y^k = \int_{L_k} p n_y ds, \quad k = 1, 2,$$

де $n = (n_x, n_y)$ – внутрішня нормаль до поверхні тіла; L_k – контур тіла; p – тиск на його поверхні. Поле тиску в області знаходиться за полями швидкості та завихреності інтегруванням рівнянь Нав'є-Стокса в формі Ламба [14].

Двовимірний характер чисельної моделі зумовлює обмеження на вибір числа Рейнольдса $Re < Re^*$ (критичне значення Re^* відповідає переходу до тривимірної течії). Відомо [15], що для квадратної призми ця величина знаходиться в рамках від $Re = 190$ до $Re = 200$. Зважаючи на відсутність відповідних даних для системи цилін-

дрів, будемо спиратись на значення Re^* для одного квадратного циліндра. Вважаємо, що вибране для розрахунків значення $Re = 250$ дає можливість виявити головні фізичні явища процесів гідродинамічної взаємодії тіл і проаналізувати вплив різних параметрів. При вищих числах Рейнольдса одержані результати будуть менш релевантні до дійсності, зокрема, довжина відривної зони в розрахунках стає коротшою за істинну; значно зростає похибка при визначенні чисел Струхала.

В усіх проведених розрахунках розміри розрахункової області вибрано наступним чином: $W_1 = 3a$, $W_2 = 50a$, $W_3 = 10a$. Щоб оцінити вплив цих параметрів на точність результатів, проводились тестові розрахунки, в яких розміри області збільшувались. Вони показали, що розширення області вище вибраних значень майже не впливає на основні одержувані характеристики системи: коефіцієнти сил і числа Струхала. Кількість вихрових відрізків на одному ребрі призми дорівнювала 50, оскільки розмір елемента сітки пов'язаний з дискретизацією тіла, маємо $\Delta x = \Delta y = 0.02$. Величина кроку по часові $\Delta t = 0.01$.

На початковій стадії розрахунків течія є симетричною відносно лінії $y = 0$. Щоб досягнути швидкого переходу до несиметричної моделі з утворенням доріжки вихорів Кармана, в потік вводилось початкове збурення у вигляді пари вихорів протилежної циркуляції і з несиметричним розташуванням. Розрахунки показують, що ці вихори швидко дифундують, і після $t > 10$ не впливають на результати моделювання.

2. СТРУКТУРА ТЕЧІЇ В ТАНДЕМІ ДВОХ КВАДРАТНИХ ЦИЛІНДРІВ

Розрахунки показали, що розвиток течії навколо тандему двох квадратних циліндрів визначається структурою потоку в зазорі та істотно залежить від відстані між тілами. На рис. 2 представлено розподіл завихреності і відповідні лінії течії в системі при різних значеннях зазору L : $a - L = 0$; $b - L = 0.5$; $c - L = 1.0$; $d - L = 2.5$, режим 1; $e - L = 2.5$, режим 2; $f - L = 4.0$. При малих значеннях зазору (рис. 2, *b*) рухи рідини в області між тілами є дуже слабкими. В цьому випадку систему тіл можна розглядати як один великий об'єкт. Ширина вихрової зони і частота формування доріжки вихорів за системою тіл є близькими до відповідних параметрів сліду, який утворюється за прямокутником з відношенням сторін 1 : 2 (рис. 2, *a*). Зі збільшенням ширини щілини в області між тілами формується симетрична пара вихорів протилежної циркуляції. Ці вихори

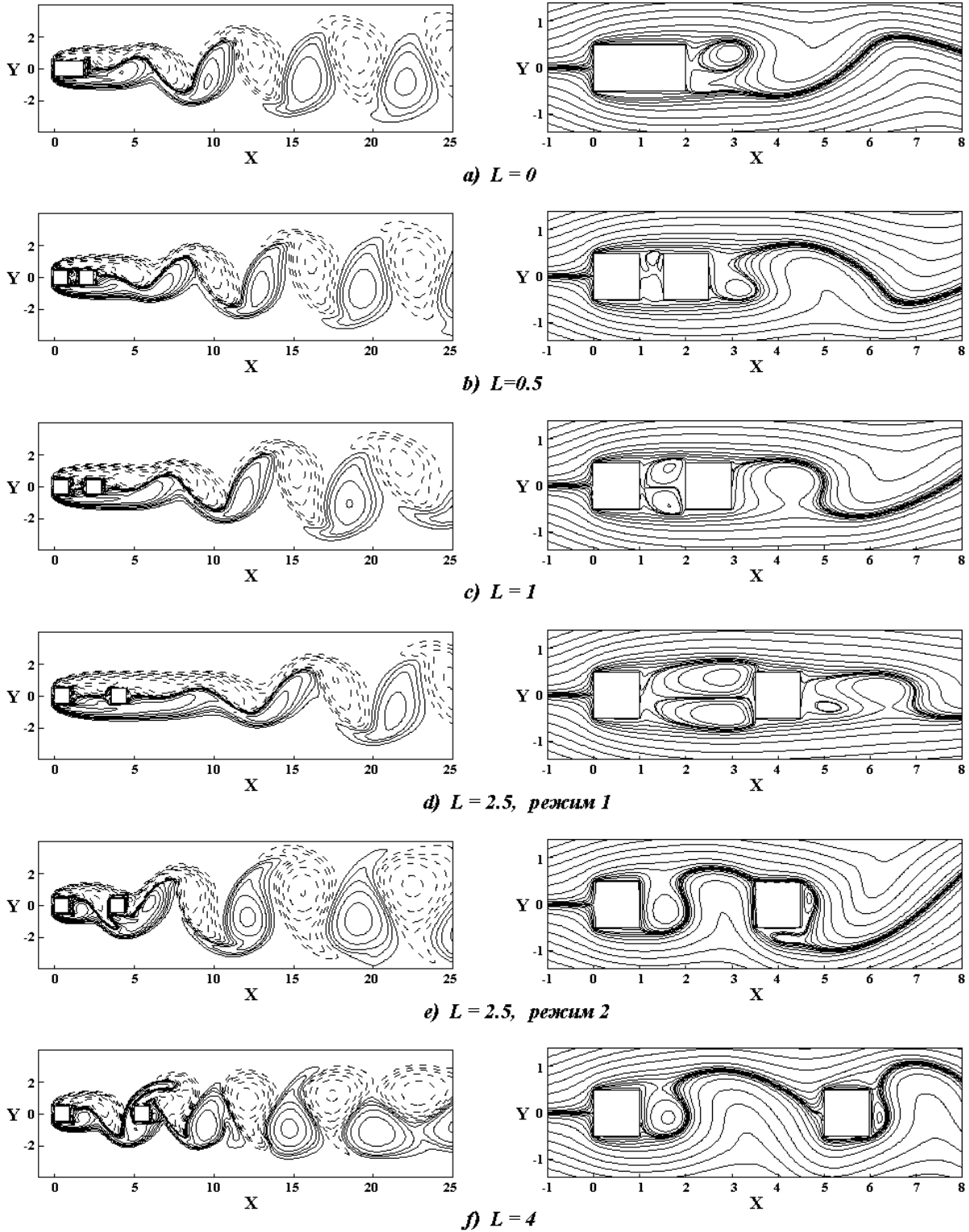


Рис. 2. Ізолінії завихреності і лінії течії в тандемі квадратних циліндрів при різних відстанях між тілами: - - - від'ємна завихреність, — додатна завихреність, $Re = 250$, $t = 50$

послаблюють інтенсивність відриву течії з ребер другого циліндра, внаслідок чого слід за ним звужується (рис. 2, *c*). Максимальне звуження сліду досягається в діапазоні $L = 2.5 \div 3.5$ (рис. 2, *d*, режим 1). Одержано, що в цьому діапазоні відстаней в області між тілами може реалізовуватись і інший режим течії (рис. 2, *e*). Він характеризується утворенням двох несиметричних вихорів, які по чергово викидаються в слід. Нестационарність вихрової течії в зазорі зумовлює зміни параметрів сліду за тандемом циліндрів (ширини, частоти відриву вихорів, їх інтенсивності). В розрахунках режими течії 1 і 2 одержано різним внесенням в потік початкової несиметрії зовнішнього потоку. Вихори, що її створюють, вносилися в розрахункову область або вище, або нижче відносно системи тіл. Одержано, що при $L \leq 2.0$ пара вихорів у зазорі залишається стійкою, незалежно від початкової несиметрії течії. При $2 < L < 4$, течія в зазорі залишається стійкою (режим 1), якщо збурення у потік вносяться нижче другого циліндра. Якщо збурення у потоці розповсюджуються із області, що розташована вище системи тіл, то в даному діапазоні спостерігається режим 2. При $L \geq 4$ течія в області між тілами завжди є нестійкою (рис. 2, *f*). При подальшому збільшенні відстані сліди за двома циліндрами розвиваються майже незалежно один від одного, тобто взаємодія між тілами стає слабкою.

3. ГІДРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТІЛ

Зі зміною поведінки вихрових структур в області між тілами та течії в цілому істотних змін зазнають і гідродинамічні характеристики циліндрів. З картин течії, показаних на рис. 2, *b – d*, випливає, що задній циліндр розташований у вихровій зоні, яка сформувалася за переднім циліндром. Це впливає на поле тиску навколо тіл і, відповідно, їхні гідродинамічні характеристики. На рис. 3 показано розподіл коефіцієнта тиску $C_p = (p - p_\infty) / \rho U_\infty^2$ в певний момент часу на поверхні переднього (крива 1), заднього (крива 2) циліндрів при $L = 2.5$, коли циркуляційна зона між тілами є стійкою (режим 1). Для порівняння приведено коефіцієнт тиску навколо окремого квадратного циліндра при $Re = 250$ (крива 3). Розрахунки свідчать, що тиск на лобовій частині поверхні заднього тіла знижується настільки, що стає меншим за донний тиск, внаслідок чого напрямок сили F_x , яка діє на це тіло, змінюється на протилежний. З іншого боку, відсутність відриву вихорів від переднього тіла сприяє вирівнюван-

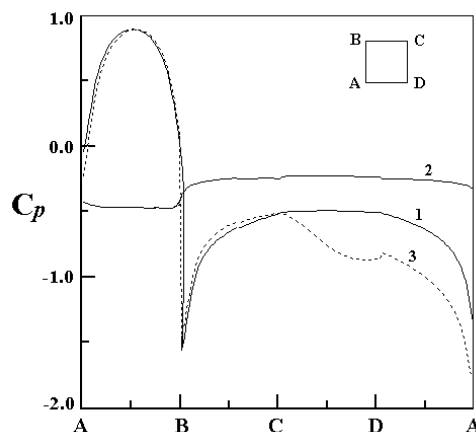


Рис. 3. Коефіцієнт тиску на поверхні квадратних циліндрів у тандемі: крива 1 – передній циліндр, крива 2 – задній циліндр, крива 3 – окремий квадратний циліндр у потоці

ню тиску на його бокових гранях, що призводить до зменшення бокової гідродинамічної сили F_y , і тому можна очікувати зниження інтенсивності гідропружних автоколиваний тіла у потоці.

Рис. 4 демонструє розвиток по часові коефіцієнтів гідродинамічного опору C_x і бокової сили C_y , що діють на кожен з циліндрів при $L = 2.5$, коли течія в зазорі між тілами є стійкою (режим 1). Крива 1 на кожному з цих рисунків відповідає першому тілу, крива 2 – другому тілу. Для порівняння приведено аналогічні криві для окремої квадратної призми у потоці (криві 3).

Ці результати підтверджують, що сила опору заднього циліндра при такому зазорі змінює напрямок дії на протилежний напрямку зовнішньої течії, тобто, замість сили опору маємо силу тяги. Зменшується також і гідродинамічний опір переднього тіла (приблизно на 15 %). Зменшення коливаний коефіцієнта C_x свідчить про стабілізацію сліду за системою тіл (зниження інтенсивності вихрових структур в сліду та звуження сліду). З рис. 4, *b* випливає, що амплітуда коливаний бокової сили, яка діє на кожен з циліндрів тандему, є значно меншою, ніж у випадку окремої квадратної призми. Це пояснюється відсутністю відриву крупномасштабних вихорів з переднього тіла і послабленням інтенсивності вихрової системи за тандемом. Майже нульові значення функції $C_y(t)$ для переднього циліндра вказує на відсутність його автоколиваний у випадку пружного закріплення в потоці. Загалом криві, представлені на рис. 4, *a, 4, b*, підтверджують, що в даному режимі обтікання спостерігається сильна взаємодія між тілами в

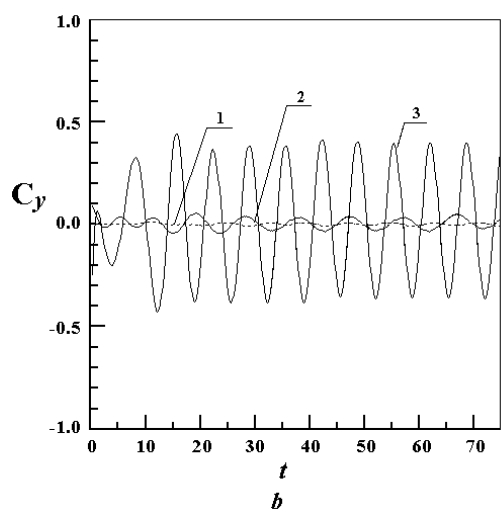
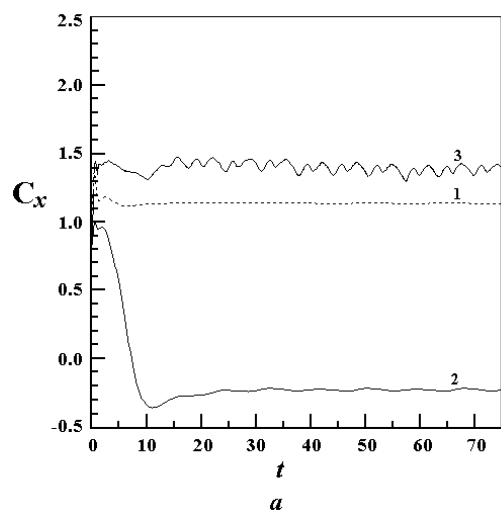


Рис. 4. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при $L = 2$, $Re = 250$, (режим 1):
1 – передній циліндр, 2 – задній циліндр,
3 – окрема квадратна призма

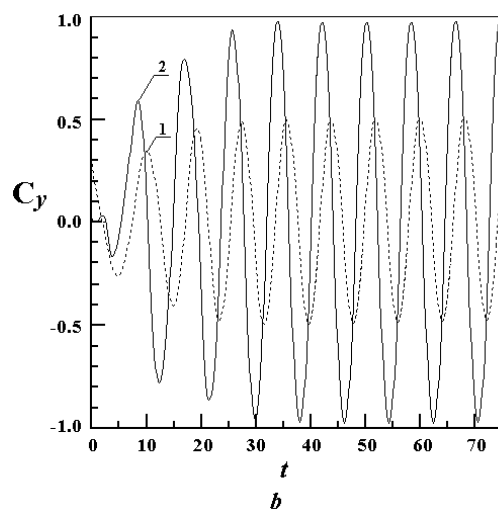
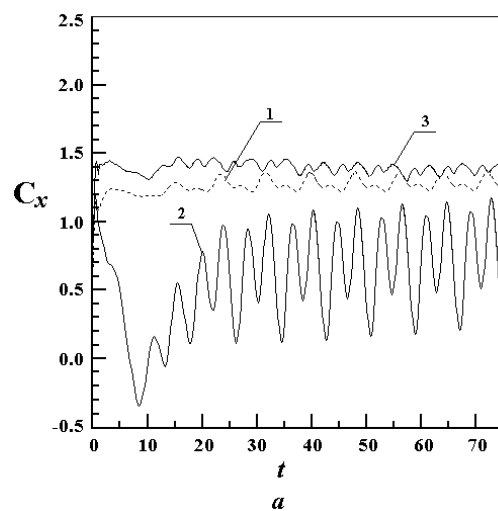


Рис. 5. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при $L = 2$, $Re = 250$, (режим 2):
1 – передній циліндр, 2 – задній циліндр,
3 – окрема квадратна призма

системі, при якій істотно змінюються характеристики не лише заднього, а й переднього циліндрів.

При наявності зовнішніх збурень у потоці ($2 < L < 4$) або при більших значеннях величини зазору L ($L \geq 4$) в області між тілами спостерігається відрив крупномасштабних вихрових структур (рис. 2, *e, f*), відповідно змінюються і гідродинамічні характеристики циліндрів у системі. На рис. 5 показано розвиток по часові коефіцієнтів опору і бокової сили кожного з циліндрів при $L = 2.5$ (режим 2). Найбільш помітною є зміна гідродинамічних характеристик заднього тіла. Зростають як величина його коефіцієнта опору, так і амплітуда флуктуацій бокової сили. Остання стає значно більшою, ніж у випадку окремої квадратної

призми. Це свідчить про зростання рівня гідродинамічних автоколивань тіла у потоці. Гідродинамічні характеристики переднього тіла наближаються до відповідних величин для окремої квадратної призми.

Були розраховані також інтегральні характеристики течії: число Струхала $St = fa/U_\infty$, де f – частота відриву вихорів, середня за період величина коефіцієнта опору тіл у тандемі \bar{C}_x і амплітудне значення коефіцієнта бокової сили C_y^{max} . На рис. 6 показано залежність числа Струхала системи двох квадратних циліндрів від ширини зазору між тілами L . Зазначимо, що одержана в проведених розрахунках величина числа Струхала для окремої квадратної призми складає ≈ 0.148 , а для

прямокутника з відношенням сторін $1 : 2 - 0.145$, що узгоджується з експериментальними даними роботи [16]. При тих параметрах течії, коли в області між тілами формується стійка вихрова пара, число Струхалія, яке характеризує частоту утворення вихорів у сліді, розраховувалося за періодом коливань коефіцієнта бокової сили заднього циліндра. На рис. 6 ці дані позначено заповненими кружечками. З одержаних результатів випливає, що при збільшенні відстані між тілами в стійкому режимі 1 частота генерації вихорів у сліді системи падає. З переходом до нестійкої течії в зазорі (режим 2), коли вихори стають несиметричними і по чергово відриваються, необхідно розглядати флуктуації коефіцієнта C_y на обох тілах. Виявилось, що вони мають однаковий період і відрізняються лише фазою. На рис. 6 ці дані наведено пустими кружечками. Очевидно, що збільшення ширини зазору у випадку нестійкої течії призводить до зростання частоти зриву вихорів з кожного тіла: число Струхалія повільно наближається до значення, яке властиве доріжці вихорів, що формується за квадратною призмою.

Особливість результатів, наведених на рис. 6, полягає в тому, що в певному діапазоні відстаней між тілами ($2 < L < 4$) характеристики обтікання (C_x , C_y , St) можуть приймати одне з двох значень відповідно до режиму течії в системі. Якщо течія в області між тілами є стійкою, функція $St(L)$ змінюється вздовж кривої 1. Втрата течією стійкості позначає перехід параметру до нового значення, яке лежить на кривій 2. На рис. 6 наведені також числа Струхалія, одержані в фізичному експерименті [17]. Вони показують, що при $L > 2$ стійкого режиму течії в зазорі не спостерігається. Це може бути пов'язане з тим, що в досліді велику роль відіграють збурення потоку та рівень турбулентності. Порівняння експериментальних та розрахункових даних свідчить про якісну відповідність результатів чисельного моделювання даним експериментальних досліджень. Певне кількісне розходження даних пов'язане як з точністю розрахунків та вимірів, так і з тим, що число Рейнольдса в фізичному експерименті було $\approx 10^4$, що передбачає повністю турбулентний режим течії і наявність тривимірних збурень.

На рис. 7 представлені середні за період значення коефіцієнтів опору \bar{C}_x квадратних призм у тандемі, що відповідають різній ширині зазору L . Маємо дві залежності: для переднього тіла (квадратики) і для заднього тіла (кружечки). Отримані залежності відрізняються за характером течії (режим 1 – заповнені маркери, режим 2 – пусті маркери).

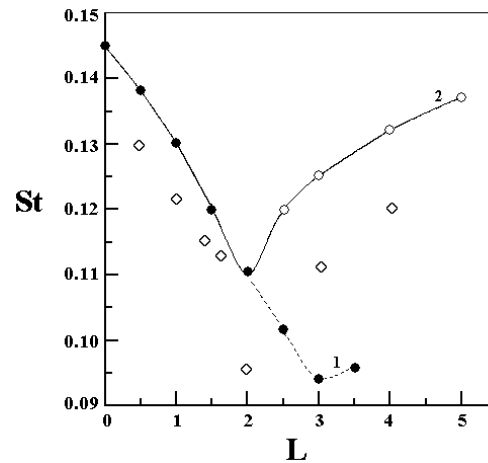


Рис. 6. Залежність числа Струхалія від ширини зазору L для тандему квадратних циліндрів при $Re = 250$: ● – режим 1, ○ – режим 2, ◇ – експеримент [17]

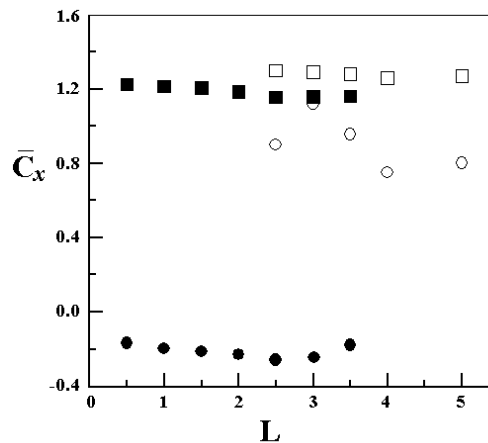


Рис. 7. Залежність середнього коефіцієнту опору \bar{C}_x від відстані L при $Re = 250$: ■ – передній циліндр (режим 1), □ – передній циліндр (режим 2), ● – задній циліндр (режим 1), ○ – задній циліндр (режим 2)

З одержаних результатів випливає, що характер течії між тілами впливає насамперед на коефіцієнт опору заднього циліндра. В стійкому режимі 1 ця характеристика істотно зменшується, аж до від'ємних значень, що свідчить про зміну напрямку дії сили. Якщо врахувати, що коефіцієнт опору квадратної призми при $Re = 250$ складає ≈ 1.4 [18], то в режимі 1 зменшується опір і переднього тіла тандему. Як для першого, так і для другого циліндра мінімального значення коефіцієнт \bar{C}_x досягає при $L = 2.5$. Аналіз експериментальних даних [17] та отриманих у розрахунках

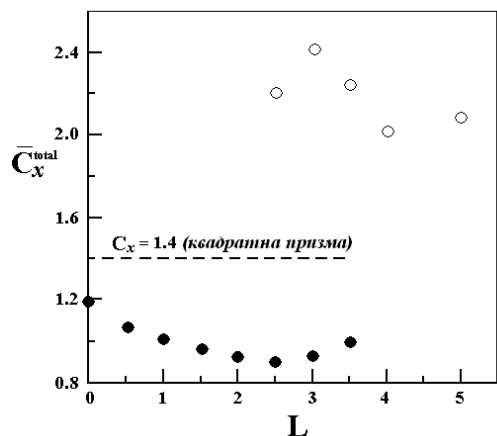


Рис. 8. Загальний коефіцієнт опору \bar{C}_x^{total} в тандемі двох квадратних циліндрів при різних значеннях відстані L , $Re = 250$:
 ● – режим 1, ○ – режим 2

результатів показує, що течія в зазорі при цьому значенні L є нестійкою, і при наявності збурень у потоці переходить до режиму 2. Зі зміною режиму течії змінюються і коефіцієнти опору тіл. Для передньої призми збільшення коефіцієнта опору є незначним, в той час як для задньої призми величина C_x змінюється кардинально. Найбільшої величини коефіцієнт C_x досягає при перехідних значеннях L ($2 < L < 4$), тобто, коли можливі обидва режими течії.

На рис. 8 показано сумарний коефіцієнт сили опору \bar{C}_x^{total} системи двох квадратних циліндрів. Порівнюючи одержані в розрахунках значення \bar{C}_x^{total} з коефіцієнтом опору окремої квадратної призми, бачимо, що формування стійкої вихрової пари в області між тілами сприяє суттєвому зниженню опору тіл. Виявляється, що сумарний коефіцієнт опору двох квадратних призм, розташованих послідовно, при певних значеннях відстані між ними може бути значно меншим за коефіцієнт опору однієї такої призми. З переходом до нестійкого режиму течії в зазорі \bar{C}_x^{total} різко зростає, набуваючи найбільших значень у перехідній зоні, при $2 < L < 4$. Розрахунки проводились до значення $L = 5$. При подальшому збільшенні L коефіцієнт \bar{C}_x^{total} наближається до подвоєного коефіцієнта опору окремої квадратної призми, а течія за кожним з тіл розвивається незалежно.

Важливою гідродинамічною характеристикою є флуктуація бокової сили. Вони, зокрема, визначають рівень гідропружних автоколивань конструкції у потоці. На рис. 9 наведені значення максимальної амплітуди коливань коефіцієнта бокової

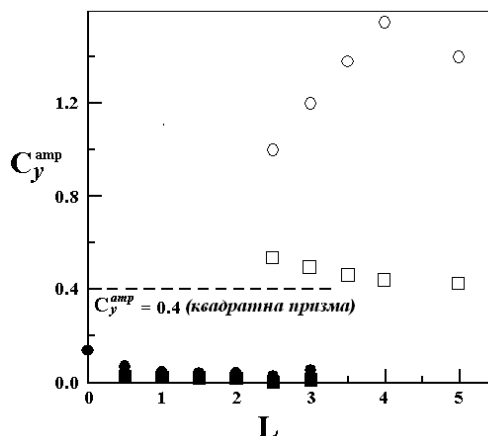


Рис. 9. Залежність амплітуди коливань підйомної сили C_y^{amp} від відстані L при $Re = 250$:
 ■ – передній циліндр (режим 1), □ – передній циліндр (режим 2), ● – задній циліндр (режим 1), ○ – задній циліндр (режим 2)

сили C_y^{amp} для кожного з тіл при різних відстанях L . Одержані залежності свідчать про низький рівень коливань бокової гідродинамічної у випадку режиму 1, коли в області між тілами формується стійка симетрична вихрова пара. З переходом течії до нестационарного режиму 2, амплітуда коливань коефіцієнта C_y^{amp} зростає в кілька разів. Зазначимо, що в цьому випадку сила на переднє тіло коливається в режимі, близькому до окремої квадратної призми, а C_y^{amp} заднього тіла значно перевищує відповідну характеристику квадратної призми. Причому, встановлення течії відбувається дуже повільно, час переходу (встановлення) є пропорційним відстані L .

В цілому, одержані в розрахунках результати узгоджуються з даними експериментальних досліджень, зокрема, і фізичний експеримент, і розрахунки свідчать, що при певній критичній відстані між тілами відбувається раптова зміна режиму течії, а також усіх гідродинамічних характеристик системи [5, 6]. Зважаючи на те, що експерименти проводились при великих числах Рейнольдса, а результати чисельного моделювання одержані для набагато менших значень цього параметру, можна стверджувати, що загальні властивості течії слабо залежать від числа Рейнольдса і зберігаються при переході від ламинарного режиму течії до турбулентного.

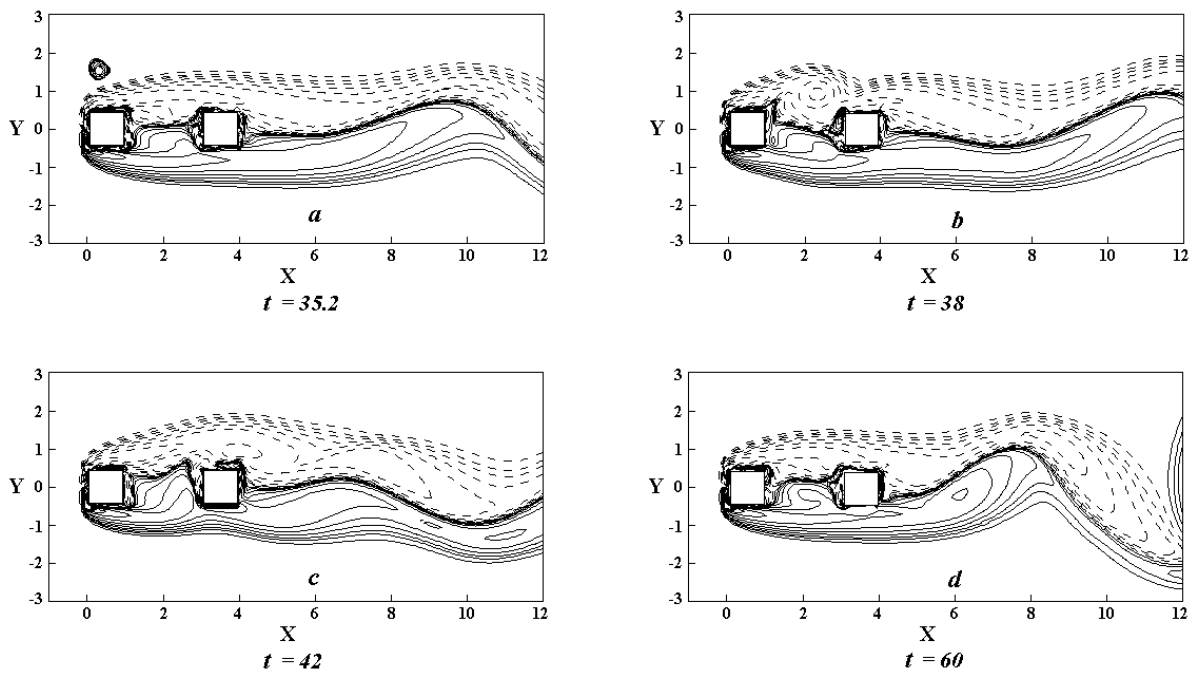


Рис. 10. Взаємодія течії навколо тандему квадратних циліндрів із зовнішнім вихором при $L = 2$, $Re = 250$: - - - ізолінії від'ємної завихреності, — ізолінії додатної завихреності

4. ВИХОРИ В НАВІГАЮЧОМУ ПОТОЦІ І БІФУРКАЦІЯ РЕЖИМІВ ТЕЧІЇ В ЗАЗОРИ МІЖ ЦИЛІНДРАМИ

В попередніх розділах нами було показано, що в певному діапазоні ширини зазору між циліндрами в тандемі задача має два розв'язки. В залежності від зовнішніх умов, течія розвивається за однією з двох можливих схем, відповідно змінюються гідродинамічні характеристики системи. Таку біфуркацію розв'язків можна пояснити залежністю структури течії від перехідних процесів: якщо для отримання заданого значення L в експериментах збільшувати величину зазору, то можемо одержати режим 1, якщо зменшувати – режим 2 [10].

Розглянемо, як на стійкість течії в зазорі між тілами впливають нестационарні збурення, зумовлені рухом зовнішніх вихорів у потоці. Ситуації, коли конструкція взаємодіє із незалежними зовнішніми вихороутвореннями, часто зустрічаються у практиці, причому, параметри вихорів можуть бути близькими до параметрів відривних зон поблизу тіла.

При чисельному моделюванні "зовнішні вихори" вводились у потік перед системою тіл у момент часу, коли структура течії навколо тандему циліндрів уже сформувалась. Внаслідок дифузії

розміри вихрової плями збільшуються, а конвективні процеси викликають її рух за напрямком течії. Розглядаються два випадки: $L = 2$ і $L = 3$. В обох випадках безрозмірна циркуляція зовнішнього вихору дорівнює 0.25. Оцінки показують, що це складає приблизно 25% від сумарної інтенсивності вихорів, сформованих в області між тілами, при $L = 2$ і приблизно 15% при $L = 3$. Виконані розрахунки свідчать, що внаслідок взаємодії вихрових структур, сформованих у зазорі, із зовнішнім вихором, відбувається перебудова течії в області між циліндрами. Це впливає на розвиток сліду і величину гідродинамічних сил. У кожному з розглянутих випадків ($L = 2$ і $L = 3$) зміни, що відбуваються, мають різний характер.

Еволюцію течії при $L = 2$ показано на рис. 10. У даному випадку збурення течії вихором мають лише локальну дію, яка проявляється у коливаннях вихрових структур у зазорі (рис. 10, b). Там формується вихор, який з часом відривається (рис. 10, c). Збурення течії в зазорі поступово згасають, і вона знову стає симетричною (рис. 10, d). Такий розвиток процесів підтверджують залежності коефіцієнтів гідродинамічних сил від часу, які відображені на рис. 12. Розрахунки показують, що після внесення зовнішнього вихору в потік усі гідродинамічні характеристики системи

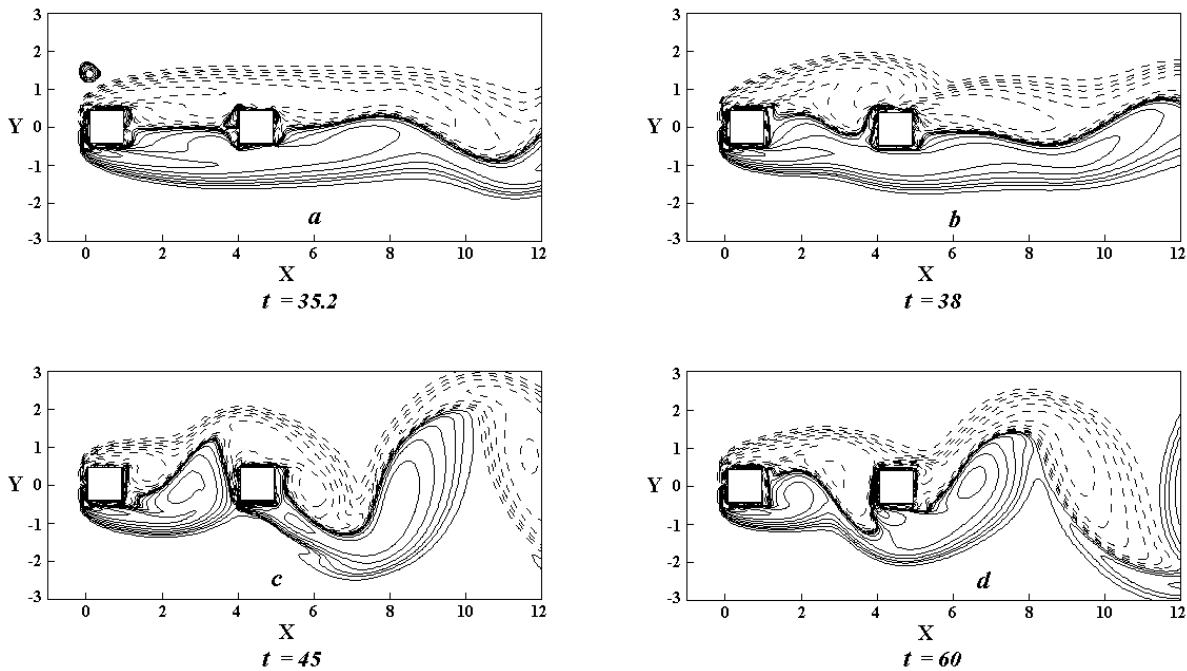


Рис. 11. Взаємодія течії навколо тандему квадратних циліндрів із зовнішнім вихором при $L = 3$, $Re = 250$: - - - ізолінії від'ємної завихреності, — ізолінії додатньої завихреності

різко змінюються, особливо це стосується бокової сили. Завдяки стабілізації течії всі характеристики досить швидко повертаються до своїх значень у незбуреному потоці.

Вплив зовнішнього вихора на структуру течії в тандемі квадратних циліндрів при $L = 3$ кардинально відрізняється від вже описаного випадку. Хоча вихор тепер є відносно слабшим, зміни течії, викликані ним, мають незворотній характер. Це проявляється у перебудові вихрової течії в зазорі: течія переходить до несиметричного режиму 2, який характеризується почерговим періодичним відривом вихорів від першого циліндра (рис. 11). Гідродинамічні характеристики тіл після такої зміни переходять тепер до нових значень, які властиві режиму 2 (рис. 13).

Таким чином, в залежності від відстані між тілами в тандемі двох квадратних циліндрів є можливими три режими течії: симетричний, біфуркаційний і несиметричний. Перший з них є стійким до зовнішніх збурень. Біфуркаційний режим характеризується втратою стійкості під впливом навіть незначних збурень, внаслідок чого течія переходить до несиметричної моди. В третьому випадку вихори періодично утворюються як за другим, так і за першим тілом системи, взаємодія тіл у потоці є незначною. Виявлені особливості взаємодії течії

із зовнішніми збуреннями пояснюють один з механізмів раптової зміни характеру потоку в тандемі двох тіл, що спостерігається у фізичному експерименті.

ВИСНОВКИ

Узагальнений вихровий метод розвинуто для моделювання в'язкої течії в багатозв'язній області. Розроблений чисельний алгоритм застосовано до розрахунку потоку навколо двох однакових квадратних циліндрів, розташованих один за одним (тандемом). Виявлено, що в залежності від відстані між тілами є можливими три режими течії: симетричний ($L \leq 2$), біфуркаційний ($2 < L < 4$) і режим слабкої взаємодії ($L \geq 4$).

Симетричний режим характеризується формуванням стійкої пари вихорів в області між тілами. Завдяки зменшенню тиску за переднім тілом, сила опору заднього циліндра змінює напрямок на протилежний, тобто маємо силу тяги. Внаслідок цього, сумарний опір, який діє на систему двох циліндрів, стає меншим за опір окремої квадратної призми. Зменшуються також бокові гідродинамічні сили, що діють на кожне з тіл. Виходячи з цього, можна очікувати значне зниження рівня гідропружних автоколивань тіл у потоці. Дія

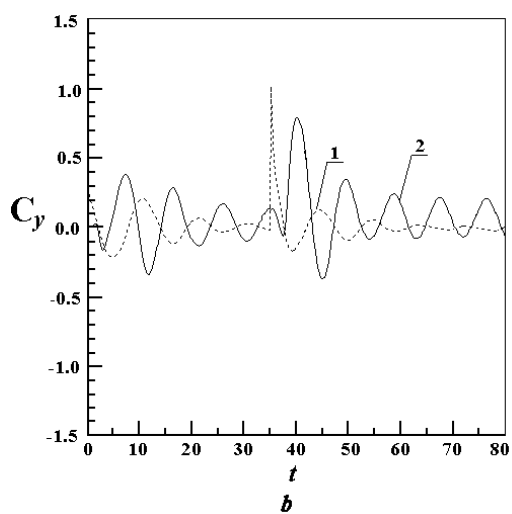
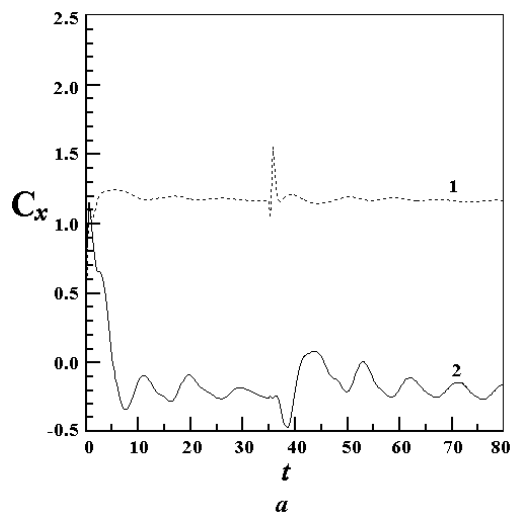


Рис. 12. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при наявності зовнішнього збурення (вихора) $L = 2$, $Re = 250$: 1 – передній циліндр, 2 – задній циліндр

зовнішніх збурень на течію в симетричному режимі обмежується її тимчасовою дестабілізацією, після чого вона повертається до звичайного вигляду, а гідродинамічні характеристики системи набувають своїх попередніх значень.

Несиметричний режим характеризується почерговим відривом вихорів не лише від заднього, а й від переднього тіла. Внаслідок цього коефіцієнти сил, що діють у системі, різко збільшуються.

Для біфуркаційного режиму є можливими дві конфігурації течії. В залежності від умов обтікання, течія в області між тілами може бути як симетричною, так і несиметричною. Відповідно одне з двох можливих значень можуть набутися гідродинамічні коефіцієнти. Якщо течія і сформувалася

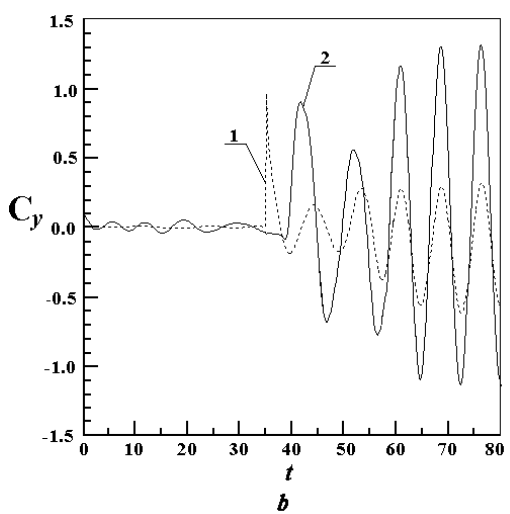
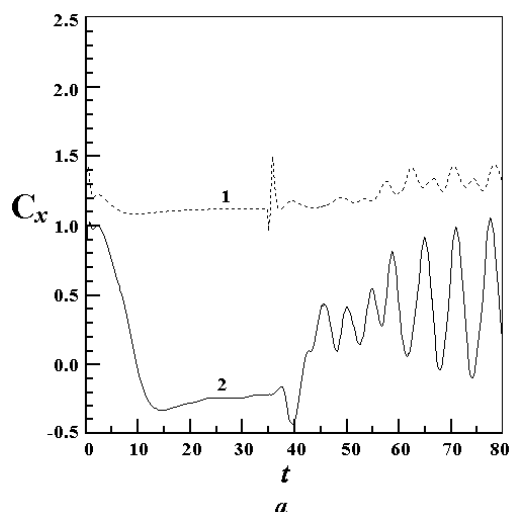


Рис. 13. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при наявності зовнішнього збурення (вихора) $L = 3$, $Re = 250$: 1 – передній циліндр, 2 – задній циліндр

як симетрична, то поява в потоці зовнішніх збурень призводить до втрати нею стійкості, що проявляється в різкій зміні усіх гідродинамічних характеристик системи. Процеси, що відбуваються, в цьому випадку, мають незворотній характер.

Одержані результати узгоджуються з даними експериментальних досліджень, що, як правило, стосуються області великих чисел Рейнольдса. Описані особливості течії визначаються геометричною конфігурацією системи тіл і певною мірою зберігаються при переході від ламінарного потоку до турбулентного.

1. Zdravkovich M. M. Review of flow interference between two circular cylinders in various

- arrangement // *J. Fluid Eng.*– 99.– 1977.– P. 618-629.
2. *Le Gal P., Chauve M. P., Lima R., Rezende J.* Coupled wakes behind two circular cylinder // *Phys. Rev.*– A 41.– 1990.– P. 4566-4573.
 3. *Okajima A.* Flows around two tandem circular cylinders at very high Reynolds number // *Bull. JSME.*– 22.– 1979.– P. 504-511.
 4. *Xu G., Zhou Y.* Strouhal numbers in the wake of two inline cylinders // *Exp. Fluids.*– 37.– 2004.– P. 248-260.
 5. *Fujita H., Sha W., Furutani H., Suzuki H.* Experimental investigations and prediction of aerodynamic sound generation from square cylinders // *AIAA Paper.*– 98-2369.– 1998.– P. 942-955.
 6. *Luo S. C., Teng T. C.* Aerodynamic forces on a square section cylinder that is downstream to an identical cylinder // *Aeronaut. J.*– 94.– 1990.– P. 203-210.
 7. *Meneghini J. R., Saltara F., Siqueira C. L. R., Ferrari J.A.* Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and in side-by-side arrangements // *J. Fluids Struct.*– 15.– 2001.– P. 327-340.
 8. *Mizushima J., Suehiro N.* Instability and transition of flow past two tandem circular cylinders // *J. Phys. Fluids.*– 17.– 2005.– P. 104107.
 9. *Inoue O., Mori M., Hatakeyama N.* Aeolian tones radiated from flow past two square cylinders in tandem // *J. Phys. Fluids.*– 18.– 2006.– P. 046101.
 10. *Tasaka Y., Kon S., Schouveiler L., Le Gal P.* Hysteretic mode exchange in the wake of two circular cylinder in tandem // *J. Phys. Fluids.*– 18.– 2006.– P. 084104.
 11. *Горбань В. О., Горбань І. М.* Вихрова структура потоку при обтікання квадратної призми: числова модель та алгоритми управління // *Прикладна гідромеханіка.*– Т. 7. – 2.– 2005.– P. 8 - 26.
 12. *Сарпкайя Т.* Вычислительные методы вихрей. Фримановская лекция (1988) // *Современное машиностроение.*– Сер. А. – 10.– 1989.– P. 1-60.
 13. *Cottet G.-H., Koumoutsakos P.D.* Vortex methods. Theory and practice.– London: Cambridge University Press, 2000.– 313 p.
 14. *Ламб Г.* Гидромеханика.– М.: ОГИЗ-Гостехиздат, 1947.– 928 с.
 15. *Sohankar A., Norberg C., Davidson L.* Numerical simulation of flow past a square cylinder // *Proceedings of FEDSM99 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference.* July 18-23. San-Francisco.– California, USA.– 1999.– P. 1-6.
 16. *Okajima A.* Strouhal number of rectangular cylinders // *J. Fluid Mechanics.*– 123.– 1982.– P. 379-398.
 17. *Takeuchi T., Matsumoto M.* Aerodynamic response characteristics of rectangular cylinders in tandem arrangement // *J. of Wind Eng and Industrial Aerodynamics.*– 41-44.– 1992.– P. 565-575.
 18. *Breuer M., Bernsdorf J., Zeiser T., Durst F.* Accurate computations of the laminar flow past a square cylinder based on two different methods: lattice Boltzman and finite-volume // *J. of Heat and Fluid Flow.*– 21.– 2000.– P. 186-196.