УДК 539.3:620.17

# Напряженно-деформированное состояние и энергетические потоки в пластине со стационарной трещиной при импульсном нагружении

## Ю. А. Костандов, А. Н. Рыжаков, И. Е. Шиповский

Таврический национальный университет, Симферополь, Украина

Рассмотрены напряженно-деформированное состояние и энергетические потоки в сплошной бесконечной пластине и пластине со стационарной трещиной конечной длины при их импульсном нагружении. Разработаны модель формирования зоны повышенных напряжений и зоны разгрузки, а также численная методика определения их параметров. Получены аналитические выражения для количественного анализа напряженно-деформированного состояния и энергетических потоков в пластине вблизи вершины стационарной трещины при произвольном импульсном нагружении. Проведено сравнение теоретических результатов с данными эксперимента по инициированию магистральных трещин в плоских образцах из твердых полимеров. Сформулирован количественный критерий различия между динамическим и квазистатическим нагружениями трещины. Показана возможность единого подхода к описанию динамического и статического разрушения.

*Ключевые слова*: напряженно-деформированное состояние, энергетические потоки, трещина, импульсное нагружение, твердые полимеры, поляризационно-оптический метод.

Введение. Для экспериментальных исследований динамических процессов трещинообразования используются образцы в виде пластин конечной толщины с имитирующим трещину пропилом. Инициирование разрушения осуществляется посредством генерирования в образце упругих волн напряжений. Наличие трещины в пластине существенно нарушает однородность распределения энергии деформации и обусловливает возникновение областей, нагруженных с различной интенсивностью. На формирование волнового поля напряжений в трехмерной пластине кроме характера нагружения значительное влияние оказывает наличие свободных торцевых и фронтальных поверхностей, что приводит к возникновению дифрагированных волн, называемых волнами разгрузки. Их множественная интерференция затрудняет анализ данных эксперимента. Определение величины динамического коэффициента интенсивности напряжений, компонентов тензора напряжений в прилегающей к трещине зоне и оценка интенсивности потока энергии в ее вершину невозможны без четкого представления о механизме формирования напряженно-деформированного состояния (НДС) в ограниченной пластине с трещиной, изучению которого и посвящена настоящая работа.

Напряженно-деформированное состояние сплошной бесконечной пластины. Наличие двух свободных фронтальных поверхностей у бесконечной пластины приводит к существенному отличию образующейся волновой картины от картины, наблюдаемой в бесконечном теле. Характер НДС определяется соотношением между толщиной пластины *d* и амплитудно-временными параметрами нагрузки. В случае гармонической нагруз-

© Ю. А. КОСТАНДОВ, А. Н. РЫЖАКОВ, И. Е. ШИПОВСКИЙ, 2000 128 ISSN 0556-171X. Проблемы прочности, 2000, № 4 ки, когда длина волны  $\lambda << d$ , пластину можно рассматривать как бесконечную среду. Если же  $\lambda >> d$ , то реализуется вырожденный случай тонкой пластины.

При перпендикулярном торцевом гармоническом воздействии, симметричном относительно срединной плоскости тонкой пластины, в ней генерируется плоская продольная волна со скоростью распространения

$$c_{1\pi} = \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \nu^2)}},$$
 (1)

где E – модуль Юнга;  $\rho$  – плотность материала пластины;  $\nu$  – коэффициент Пуассона. В такой волне главные напряжения параллельны ( $\sigma_2$ ) и перпендикулярны ( $\sigma_1$ ) ее фронту и связаны простым соотношением:

$$\sigma_2 = \nu \sigma_1, \tag{2}$$

а компоненты вдоль оси z равны нулю:  $\sigma_{zi} = 0$ .

Плоская продольная волна осуществляет перенос потенциальной *P* и кинетической *T* энергий, для которых

$$\frac{dP}{dV} = \frac{E}{2(1-v^2)} \varepsilon_{xx}^2; \quad \frac{dT}{dV} = \frac{1}{2} \rho \dot{u}_x^2; \quad \frac{dP}{dV} = \frac{dT}{dV},$$
(3)

где  $\varepsilon_{xx}$  и  $u_{xx}$  – соответственно деформации и смещения вдоль оси 0X, направленной перпендикулярно к фронту волны.

При импульсном нагружении тонкой пластины в условии  $\lambda >> d$  можно взять в качестве  $\lambda$  минимальную длину волны  $\lambda_{\min}$  в спектре Фурье нагружающего импульса. Действительно, аппроксимируем импульс коло-колообразной функцией  $\sigma_1(t) = \sigma_{01} \exp[-\beta^2(t-t_0)^2]$ , где  $\sigma_{01}$  – амплитуда;  $\beta$  – коэффициент затухания импульса;  $t_0$  – время нарастания импульса. Учитывая только те гармонические составляющие, амплитуды которых не являются исчезающе малыми по сравнению с максимумом спектральной функции, можно получить следующее условие вырожденности системы:  $c_{1\pi}t_0 >> d$ . При этом формулы (1)–(3) остаются справедливыми, поскольку дисперсия отсутствует и в силу принципа суперпозиции все силовые и энергетические параметры в них находятся суммированием по всем гармоническим составляющим нагружающего импульса.

Напряженно-деформированное состояние и энергетические потоки в бесконечной пластине с трещиной. При распространении в сплошной бесконечной пластине импульса растяжения характеристики НДС и объемная плотность полной энергии  $\frac{dW}{dV}$  вдоль его фронта остаются постоянными. Если же на пути распространения волновых фронтов находится трещина, то вблизи нее однородность НДС и  $\frac{dW}{dV}$  вдоль волновых фронтов,

а также баланс между кинетической и потенциальной энергиями (3) будут нарушены. В окрестности трещины появятся области, в которых наблюдается повышение и понижение значений энергии по сравнению со значениями энергии в аналогичном образце без трещины при идентичных условиях нагружения. Область повышенной концентрации энергии назовем зоной повышенных напряжений (ЗПН), область пониженной концентрации – зоной разгрузки (ЗР).

Рассмотрим случай, когда ось трещины перпендикулярна к направлению распространения импульса нагружения. Для изучения распределения плотности энергии  $\frac{dW}{dV}$  в ЗПН и ЗР, а также закономерностей протекания процесса энергообмена между этими зонами проводился численный расчет распределения величин объемной плотности энергии  $\frac{dW_1}{dV}$  в сплошной прямоугольной пластине размером  $H \times L \times d$  (H = 120 мм; L = 90 мм; d = 4 мм) и  $\frac{dW_2}{dV}$  в аналогичной пластине с центральной трещиной длиной  $L_0 = 10$  мм. Пластины нагружались симметричным импульсом  $\sigma(t) = \dot{\sigma}t$ ;  $\dot{\sigma} = 5 \cdot 10^5$  МПа/с. Для численного расчета искомых величин использовалась основная система дифференциальных уравнений механики сплошной среды, содержащая уравнения неразрывности, движения и энергии. Если разместить начало системы координат в центре образца (ось 0*Y* направлена вдоль оси трещины, нагрузка прикладывается параллельно оси 0*X*), то начальные и граничные условия имеют вид

$$\begin{cases} \sigma_{ij}(x,y,z,0) = 0; \quad \rho(x,y,z,0) = \rho^{0}; \quad \vec{u}(x,y,z,0) = 0; \\ \sigma_{n}(x,\pm L/2,z,0) = \sigma_{\tau}(\pm H/2,\pm L/2,z,t) = 0; \\ \sigma_{n}(H/2,y,z,t) = \sigma(t). \end{cases}$$
(4)

Основная система уравнений механики сплошной среды с начальными и граничными условиями (4) полностью определяет краевую задачу, которая решается численно модифицированным методом конечных элементов [1].

При определении плотности избыточной энергии  $\Delta = \frac{dW_2}{dV} - \frac{dW_1}{dV}$  в

идентичных точках пластин установлено наличие двух зон: для первой зоны разность  $\Delta$  положительна, что позволяет отождествить ее с зоной повышенных напряжений, для второй зоны она отрицательна, следовательно, – это зона разгрузки. Пример результата расчета изолиний  $\Delta = \text{const}$  для двух моментов времени показан на рис. 1. Проведение описанной процедуры для различных моментов времени позволило проследить динамику развития ЗПН и ЗР (рис. 2). Полная энергия в ЗПН и ЗР складывается из потенциальной *P* и кинетической *T* составляющих. Представление о соотношении между ними дает таблица.

Распределение кинетической и потенциальной энергии в ЗПН и ЗР			
Время нагружения, мкс	Полная энергия W, Дж	Потенциальная энергия <i>Р</i> , Дж	Кинетическая энергия <i>Т</i> , Дж
20	$\frac{2,70\cdot 10^{-3}}{-3,60\cdot 10^{-3}}$	$\frac{2,10\cdot 10^{-3}}{-6,75\cdot 10^{-3}}$	$\frac{0,60\cdot 10^{-3}}{3,13\cdot 10^{-3}}$
30	$\frac{8,35\cdot 10^{-3}}{-10,06\cdot 10^{-3}}$	$\frac{7,37\cdot 10^{-3}}{-17,90\cdot 10^{-3}}$	$\frac{0,99 \cdot 10^{-3}}{7,23 \cdot 10^{-3}}$

Напряженно-деформированное состояние и энергетические потоки ...

Примечание. Над чертой приведены данные для ЗПН, под чертой – для ЗР.



Рис. 1. Распределение плотности избыточной энергии  $\Delta [10^{-1} \text{ Дж/м}^3]$  вблизи вершины трещины при динамическом нагружении со скоростью  $\dot{\sigma} = 5 \cdot 10^5 \text{ МПа/с: } a - t = 20 \text{ мкс; } \delta - t = 30 \text{ мкс.}$ 



Рис. 2. Схема развития зоны повышенных напряжений при симметричном растяжении стационарной трещины.

Анализ полученных данных показывает:

1) увеличение избытка энергии в ЗПН сопровождается возрастанием ее дефицита в ЗР, что свидетельствует о перетоке энергии из ЗР в ЗПН;

2) в ЗПН сконцентрирована в основном упругая энергия, т.е.  $W \approx P; T \approx 0;$ 

3) наибольшая доля энергии в ЗПН поступает из прямоугольных областей, расположенных над берегами трещины, что позволяет рассматривать их в качестве первого приближения формы ЗР;

4) максимальная скорость развития ЗПН не превышает скорость поперечных волн  $c_2$  в материале, а скорость развития ЗР равна  $c_{1\pi}$ ;

5) ЗПН имеет симметричную относительно оси трещины форму, а ее линейный размер R является функцией полярного угла  $\theta$  и времени t:

$$R = c_2 t \mu(\nu, \theta),$$

где  $0 < \mu(\nu, \theta) < 1$ .

На основании этого разработаны следующие представления о модели формирования ЗПН.

Энергия подводится к полости трещины упругими продольными волнами со скоростью  $c_{1\pi}$ , а затем транспортируется по поверхностям трещины в ее вершину волнами Рэлея со скоростью  $c_R$ . Используя (3) и закон Гука для плоского напряженного состояния, можно представить энергию объема dV пластины, подверженного воздействию импульса растяжения, в виде

$$dW = \frac{1 - \nu^2}{E} \sigma_{xx}^2(t) c_1 d \ dt dl.$$
(5)

Величине dW может быть придан смысл энергии, поступающей на единицу длины свободной поверхности трещины dl в единицу времени dt. Интегрируя (5), можно определить величину энергии, поступившей в ЗПН к данному моменту времени t. Так, в случае линейно нарастающей нагрузки ( $\dot{\sigma} = \text{const}$ ):

$$W = \frac{2(1-\nu^2)}{E} c_1 d \int_0^{l_t} dl \int_0^{t_k} (\dot{\sigma}t)^2 dt, \qquad (6)$$

где  $l_t$  – длина участка свободной поверхности трещины, с которого энергия успевает поступить в ЗПН к моменту времени t;  $t_k$  – время, по истечении которого с данного участка dl свободной поверхности трещины энергия не попадает в ЗПН, т.е.  $t_k = t - l/c_R$  (l – расстояние от вершины трещины до участка dl), а время отсчитывается от момента начала воздействия импульса нагружения на берега трещины. Полагая, что ввиду симметрии задачи сток энергии осуществляется от середины свободной поверхности трещины к ее вершинам, находим

$$l_{t} = \begin{cases} c_{R}t & \text{при } t \leq \frac{L_{0}}{2c_{R}}; \\ \frac{L_{0}}{2} & \text{при } t > \frac{L_{0}}{2c_{R}}. \end{cases}$$
(7)

#### В результате интегрирования (6) получим

$$W = \begin{cases} \varphi(c_1, c_R, \dot{\sigma})t^4, & t \le \frac{L_0}{2c_R}; \\ \varphi(c_1, c_R, \dot{\sigma}) \left[ t^4 - \left( t - \frac{L_0}{2c_R} \right)^4 \right], & t > \frac{L_0}{2c_R}, \end{cases}$$
(8)

где

$$\varphi(c_1,c_R,\dot{\sigma}) = \frac{1-\nu^2}{E} dc_1 c_R \dot{\sigma}^2.$$

Одной из основных характеристик НДС в области вершины трещины является коэффициент интенсивности напряжений (КИН), который в случае нормальной растягивающей нагрузки обозначается через  $K_{\rm I}$ . Используя понятие КИН и известные асимптотические соотношения для компонентов тензора напряжений  $\sigma_{ij}$   $(i, j = \overline{x}, \overline{y})$  в непосредственной окрестности вершины трещины [2], выразим удельную плотность энергии  $\frac{dW_s}{dV}$  для случая статического нагружения в виде

$$\frac{dW_s}{dV} = \frac{1+\nu}{2\pi E} \frac{1}{r} K_{\rm I}^2 \Phi(\nu, \theta), \tag{9}$$

где

$$\Phi(\nu,\theta) = \cos^2 \frac{\theta}{2} \left\{ \frac{1-\nu}{1+\nu} + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}.$$

При динамическом нагружении для любых значений частот плоских волн, входящих в волновой пакет нагружающего импульса, можно найти, согласно [3], достаточно малую окрестность вблизи вершины трещины  $r << \lambda_{\min}$ , где поле напряжений будет квазистатическим и плотность упругой энергии определяется выражением (9). В то же время благодаря конечности скорости распространения упругих волн размеры ЗПН конечны. Следовательно, плотность энергии в ЗПН убывает от значения  $\frac{dW_s}{dV}$  в области вершины трещины до нуля на границе r = R по зависимости, определяемой скоростью нагружения  $\dot{\sigma}(t)$  и характеристиками материала пластины: коэффициентом v и полярным углом  $\theta$ .

#### Ю. А. Костандов, А. Н. Рыжаков, И. Е. Шиповский

При динамическом нагружении величина  $\frac{dW}{dV}$  должна уменьшаться с увеличением расстояния *r* быстрее, чем в статике. В то же время показатель степени *r* не может превышать единицу, поскольку это приведет к расходимости интеграла, определяющего величину суммарной полной внутренней энергии в ЗПН. Поэтому в случае динамического нагружения предлагается выражение для величины  $\frac{dW}{dV}$  записать в следующем виде:

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1+\nu}{2\pi E} K_{\rm I}^2 \Phi(\nu,\theta) \frac{1}{\alpha r}.$$
(10)

Функция  $\alpha = \alpha(\theta, \nu, r, \dot{\sigma})$  должна быть безразмерной и удовлетворять ряду условий:

1)  $\alpha > 1$  – условие более быстрого уменьшения  $\frac{dW}{dV}$  по сравнению с  $\frac{dW_s}{dV}$ ;

2)  $\alpha \rightarrow 1$  – при  $r \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ , исходя из принципа соответствия; 3)  $\alpha \rightarrow \infty$  при  $r \rightarrow R$ , исходя из конечности размеров ЗПН.

В связи с этим функцию α запишем в виде

$$\frac{1}{\alpha} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{j(t,\dot{\sigma})}.$$
(11)

Введенная здесь безразмерная функция  $j(t,\dot{\sigma})$  для удовлетворения условий (1)–(3) должна быть такой, чтобы  $\lim_{\dot{\sigma}\to\infty} j=0; \lim_{t\to\infty,\sigma\to0} j=\infty.$ 

В первом приближении можно задать

$$j = \frac{\sigma(t)}{\tilde{\sigma} L_0 / (2c_R)} \cdot k, \qquad (12)$$

где k – числовой коэффициент;  $\dot{\sigma}$  – эффективная скорость нагружения в интервале времени 0...t:

$$\dot{\tilde{\sigma}} = \frac{1}{\sigma(t)} \int_{0}^{t} \dot{\sigma}^{2}(t) dt \approx \sum_{i} \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_{i}}{\sigma(t)} \dot{\sigma}_{i}.$$
(13)

Следует отметить, что в случае линейно нарастающей нагрузки  $\hat{\sigma} = \dot{\sigma}$ .

Выбранная в таком виде функция j имеет простой физический смысл коэффициента динамичности нагрузки. Нагружение является квазистатическим, если j > k, т.е. величина нагрузки, которая может быть достигнута за характерное время системы  $\tau_0 = L_0 / (2c_R)$  при эффективной скорости нагружения, не превышает существующей в данный момент величины  $\sigma(t)$ . Чем ближе величина  $\tilde{\sigma} \tau_0$  к значению  $\sigma(t)$ , тем в большей степени динамическим становится нагружение.

Теперь с учетом (9) получим выражение для величины энергии в ЗПН для линейно нарастающей нагрузки:

$$W = \frac{1+\nu}{2\pi E} \frac{j}{j+1} dK_1^2 c_2 tA,$$
 (14)

где

$$A = \int_{-\pi}^{\pi} \Phi(\nu, \theta) \mu(\nu, \theta) d\theta.$$

Заметим, что вычисление константы *A* с помощью приведенного интеграла возможно только при условии точного решения нестационарной динамической задачи о дифракции импульса растяжения на трещине конечной длины.

Приравнивая (8) и (14), получаем

$$K_{\mathrm{I}} = \left\{ \frac{\pi (1-\nu)}{3A} \frac{j+1}{j} \frac{c_{1}c_{R}}{c_{2}} \right\}^{1/2} \dot{\sigma} \begin{cases} t^{3/2}, & t \leq \frac{L_{0}}{2c_{R}}; \\ \left[ \frac{1}{t} \left( t^{4} - \left( t - \frac{L_{0}}{2c_{R}} \right)^{4} \right) \right]^{1/2}, & t > \frac{L_{0}}{2c_{R}}. \end{cases}$$
(15)

Рассмотрим частный случай статического нагружения. Поскольку квазистатическим является нагружение при  $\dot{\sigma} = \text{const}$  (любое изменение скорости нагружения вызывает динамическое перераспределение напряжений в области вершины трещины), то статическое нагружение – предельный случай квазистатического при  $\dot{\sigma} \rightarrow 0$ . Это означает, что время нагружения  $t \rightarrow \infty$ . При этом необходимо выполнение условия

$$\lim_{\dot{\sigma}\to 0, t\to\infty} \sigma(t) = \sigma_s,$$

где  $\sigma_s$  – статическое напряжение.

Проведя предельный переход к статике в выражении (15), получаем

$$\lim_{\dot{\sigma}\to 0, t\to\infty, j\to\infty} K_{\rm I} = \left\{ \pi \frac{\sqrt{1-\nu}}{A} \frac{2\sqrt{2}}{3} \right\}^{1/2} \sigma_s \sqrt{L_0}.$$
(16)

Однако в случае статического растяжения выражение (16) должно принять вид

Ю. А. Костандов, А. Н. Рыжаков, И. Е. Шиповский

$$K_{\rm Is} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_s \sqrt{L_0}.$$
 (17)

Поэтому сопоставление выражений (16) и (17) позволяет определить константу А:

$$A = \frac{4\sqrt{2}}{3}\sqrt{1-\nu}.$$
 (18)

Справедливость выражений (12), (15)–(18) нуждается в экспериментальной проверке. При этом необходимо учитывать, что эксперимент проводится на образцах в виде пластин конечных размеров, при растяжении которых наряду с генерируемыми в них плоскими симметричными волнами расширения образуются волны разгрузки от свободных поверхностей пластины, искажающие исходное напряженное состояние. Однако, учитывая симметрию нагружения, можно показать, что в центральной части конечной пластины касательные напряжения в волнах нагрузки взаимно компенсируются и НДС будет плоским. Соотношение между главными компонентами тензора напряжений будет зависеть от времени через коэффициент  $v^*(t)$ :  $\sigma_2 = v^* \sigma_1$ .

Использование функции  $\nu^*$  позволяет, не вдаваясь в очень сложный анализ множественной интерференции волн разгрузки, путем соответствующих изменений в соотношении (8) переписать выражение для энергии, поступающей в ЗПН около достаточно малой, по сравнению с шириной образца, трещины:

$$W = \frac{1}{2E} c_1 d \int_0^{t_1} dl \int_0^{t_{k^2}} \sigma_{xx}^2 (1 + \nu^{*2} - 2\nu\nu^*) dt, \qquad (19)$$

где  $\sigma_{xx}$  – действующее нормально к берегам трещины напряжение в нагружающем импульсе.

Выражение для величины  $K_{\rm I}$  в ограниченном образце, аналогичное (15), примет вид

$$K_{\rm I} = \left\{ \frac{\pi}{(1+\nu)A} \frac{j+1}{j} \frac{c_1}{c_2} \frac{1}{t} \int_0^{t_t} dl \int_0^{t_k} \sigma_{xx}^2 (1+\nu^{*2}-2\nu\nu^*) dt \right\}^{1/2}.$$
 (20)

Необходимая для нахождения КИН подынтегральная функция  $\varepsilon(t) = \sigma_{xx}^2(1 + \nu^{*2} - 2\nu\nu^*)$  определяется численно-экспериментальным методом.

Методика и результаты экспериментов. Образцы для экспериментов изготовляли в виде прямоугольных пластин размером H = 120 мм, L = 90 мм, d = 4 мм. В середине пластины параллельно короткой стороне выполнялся пропил длиной  $L_0 = 10$  мм с радиусом у вершины  $r_0 = 5$  мкм, имитирующий

начальную трещину. Для изготовления образцов использовали оптически чувствительные материалы – полиметилметакрилат (ПММА) и отвердевшую эпоксидную смолу (ЭД-20 МТГФА).

Равномерно распределенная импульсная нагрузка прикладывалась к коротким (L=90 мм) сторонам образца по нормали к оси трещины. Для реализации данной схемы нагружения использовалось нагрузочное устройство [4], основными элементами которого являются две пары неподвижных и пара подвижных жестких медных пластин, объединенных в единую конструктивную систему и соединенных токопроводами. Образец закреплялся между подвижными пластинами. Их смещение, приводящее к динамическому нагружению, осуществлялось за счет сил электромагнитного взаимодействия, возникающих при пропускании через пластины импульса электрического тока. Для нагружения использовалась электрическая энергия, запасенная в накопительных конденсаторах.

Варьирование скоростью деформации в импульсе нагружения, необходимое для исследования влияния режима нагружения на параметры процесса трещинообразования, осуществлялось путем изменения зарядного напряжения U накопительных конденсаторов и их емкости C, а также введением в разрядную цепь дополнительной индуктивности.

Высокоскоростная, бесконтактная и безынерционная регистрация полей напряжений в области вершины трещины в виде картин полос изохром (рис. 3) выполнялась на поляризационно-динамической установке [5] с помощью камеры СФР-1М. Для экспериментального определения КИН использовалась известная методика, приведенная в [2]. В фиксированной точке образца  $(x_0, y_0)$  поляризационно-оптическим методом осуществлялась фотоэлектронная регистрация величины максимального касательного напряжения  $\tau_{max}(t)$  в нагружающем импульсе [6].



Рис. 3. Кинограмма картин изохром в области вершины трещины. (Временное разрешение 2 мкс; увеличение – × 7. Определение величины динамического КИН  $K_{\rm I} = \sigma_0 m_p \sqrt{2\pi r_m} / d$  основано на измерении максимального расстояния  $r_m$  от вершины трещины до ближайшей к ней изохроматической петли ( $m_p$  – порядок полосы; d – толщина образца;  $\sigma_0$  – динамический коэффициент).)

Экспериментальная зависимость  $\tau_{\max}(t, x_0, y_0)$  использовалась в численном решении задачи о динамическом растяжении рассматриваемой пластины с центральной трещиной для определения величины нормального растягивающего напряжения  $\sigma_{xx}(t, x = \pm H/2)$ , действующего на торцевые

поверхности пластины. В качестве нулевого приближения для численного расчета полагали

$$\sigma_{xx}^{0}(t, x = \pm H/2) = \frac{2}{1-\nu} \tau_{\max}\left(t - \frac{x_0}{c_1}\right), \qquad (21)$$

что соответствует развитию в пластине исключительно системы плоспродольных волн расширения. После нахождения ких величины  $\sigma_{\rm rr}(t, x = \pm H/2)$  моделировалось напряженно-деформированное состояние сплошного образца тех же размеров, нагруженного этим же импульсом растяжения. Полученные в численном расчете данные относительно однородного напряженного состояния в центральной части пластины позволили определить величины  $v^*(t)$  и  $\sigma_{xx}(t)$ , необходимые для нахождения функции  $\varepsilon(t)$  и вычисления интеграла (20). Временные зависимости КИН, полученные экспериментальным путем из анализа картин полос изохром вблизи вершины трещины и вычисленные в соответствии с (20), приведены на рис. 4. Следующее из рис. 4 соответствие теоретических (линия) и экспериментальных (точки) данных свидетельствует о достоверности предложенных представлений.



Рис. 4. Изменение коэффициента интенсивности напряжений K<sub>1</sub> при симметричном импульсном растяжении пластины с центральной трещиной.

Заключение. Развитый в настоящей работе подход к описанию процесса формирования НДС вблизи трещины позволяет:

1) получить компактные аналитические выражения, описывающие напряженно-деформированное состояние и энергетические потоки вблизи вершины стационарной трещины при произвольном импульсном нагружении;

2) с единых позиций подойти к описанию динамических и статических процессов хрупкого разрушения;

3) сформулировать количественный критерий различия между динамическим и квазистатическим нагружением стационарной трещины.

### Резюме

Розглянуто напружено-деформований стан та енергетичні потоки у суцільній нескінченній пластині і пластині зі стаціонарною тріщиною скінченної довжини при імпульсному навантаженні. Розроблено модель формування зони підвищених напружень і зони розвантаження та числову методику визначення їх параметрів. Отримано аналітичні вирази для кількісного аналізу напружено-деформованого стану та енергетичних потоків у пластині поблизу вістря стаціонарної тріщини при довільному імпульсному навантаженні. Проведено порівняння теоретичних результатів із даними експерименту по ініціюванню магістральних тріщин у плоских зразках із твердих полімерів. Сформульовано кількісний критерій відмінності між динамічним та квазістатичним навантаженнями тріщини. Показана можливість єдиного підходу до опису динамічного та статичного руйнування.

- 1. Корнеев А. И., Николаев А. П., Шиповский И. Е. Приложение метода конечных элементов к задачам соударения твердых тел // VII Всесоюз. конф. "Численные методы решения задач теории упругости и пластичности". Новосибирск, 1982. С. 122 129.
- 2. Партон В. З., Борисковский В. Г. Динамика хрупкого разрушения. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.
- 3. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
- 4. *Kostandov Yu. A., Rizhakov A. N., Fedorkin S. I.* Failure of solid polymers under pulse tension // Strength of Materials. 1992. 24 (7). P. 444 447.
- 5. Костандов Ю. А., Федоркин С. И., Скоблин А. А. Методика исследования процесса разрушения полимерных материалов при динамическом нагружении // Завод. лаб. – 1986. – № 9. – С. 65 – 67.
- Метод фотоупругости. Методы поляризационно-оптических измерений динамической фотоупругости. Т. 2 / Под ред. Н. А. Стрельчука, Г. А. Хесина. – М.: Стройиздат, 1975. – 312 с.

Поступила 18. 01. 2000