

Численное моделирование динамического поведения и расчет на прочность многослойных оболочек при импульсном нагружении*

П. З. Луговой, В. Ф. Мейш

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

Рассмотрены постановка и методика численного исследования нестационарного деформирования и прочности многослойных оболочек вращения при импульсных нагрузках. В рамках модели оболочек типа Тимошенко приведены уравнения движения многослойных оболочек вращения. Проведено численное моделирование особенностей динамического поведения многослойных оболочек при осесимметричном импульсном нагружении.

Введение. Анализ состояния проблемы численного моделирования задач динамики тонкостенных оболочек при внутреннем импульсном нагружении позволяет заключить, что круг решаемых задач ограничен исследованиями начального этапа нагружения оболочечных конструкций. Это связано, в частности, с тем, что максимальные значения деформаций и напряжений достигаются в течение первых периодов низкочастотных колебаний рассматриваемых конструкций. В ряде экспериментальных и теоретических работ [1–3] указывается, что деформации, возникающие в течение первых периодов колебаний, не являются абсолютно максимальными. При времени, значительно превышающем длительность импульсной нагрузки, наблюдается явление “раскачки”. Значение деформации превышает более чем в два раза по амплитуде первичную деформацию, что объясняется сложным колебательным процессом всей конструкции (когда собственные частоты радиальных и продольных колебаний оболочки близки). Возможное появление раскачки и образование колебаний высоких гармоник следует учитывать при определении напряженно-деформированного состояния оболочек, так как неожиданные деформации могут привести к разрушению данной конструкции.

Моделирование разрушения однородных и многослойных конструкций с точки зрения возникновения и развития зон разрушения рассматривается в литературных источниках с различных позиций. Для расчета динамики тонкостенных конструкций при действии импульсных нагрузок используются модели теории оболочек, которые допускают осреднение описания волновых процессов по толщине объекта. Достаточно простым и эффективным способом феноменологического моделирования процесса разрушения для однородных и многослойных конструкций при использовании численных методов является корректировка напряжений в расчетных дискретных ячейках по пространственным координатам при превышении предельных значений напряжений и последующее изменение жесткостных параметров конструкции [4, 5].

* Научные результаты настоящей статьи получены при выполнении проекта № 182 Украинского научно-технологического центра.

В данной работе рассматриваются постановка и методика численного исследования нестационарного деформирования и прочности многослойных оболочек вращения при импульсных нагрузках. В рамках модели оболочек типа Тимошенко приведены уравнения движения многослойных оболочек вращения, состоящих из жестко связанных между собой ортотропных слоев. Цель работы – проведение численного моделирования особенностей динамического поведения многослойных оболочек при осесимметричном импульсном нагружении с учетом зон возможного разрушения [4, 5] в интервале времен постначального этапа.

Исходные предположения. Предполагается, что рассматриваемая конструкция состоит из M ортотропных слоев, имеющих постоянную толщину h_m , $m = \overline{1, M}$, $h = \sum_{m=1}^M h_m$. При построении математической модели динамического деформирования многослойной оболочки будем исходить из следующих предположений.

1. Для описания закона изменения перемещений по толщине m -го слоя принимается аппроксимация:

$$\begin{aligned} U_{1m}^z(\alpha_1, z) &= U_{1m}(\alpha_1) + z\varphi_{1m}(\alpha_1); \\ U_{3m}^z(\alpha_1, z) &= U_{3m}(\alpha_1), \quad z \in [-h_m/2, h_m/2], \end{aligned} \quad (1)$$

где α_1, z – компоненты ортогональной системы криволинейных координат.

2. Поперечные сдвиговые напряжения изменяются по толщине m -го слоя по закону

$$\sigma_{13m}^z = f_m(z)\sigma_{13m}(\alpha_1). \quad (2)$$

Функции $f_m(z)$ выбираются таким образом, чтобы

$$f_m(h_m/2) = f_{m+1}(-h_{m+1}/2), \quad m = \overline{1, M-1};$$

$$f_1(-h_1/2) = f_M(h_M/2) = 0$$

при отсутствии поверхностных сдвиговых напряжений.

3. Деформационные соотношения m -го слоя рассматриваются в рамках теории оболочек среднего изгиба [6]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{11m}^z = \frac{1}{A_1} \left(\frac{\partial U_{1m}}{\partial \alpha_1} + z \frac{\partial \varphi_{1m}}{\partial \alpha_1} \right) + \frac{1}{2} [\Theta_{1m}^z]^2 + k_1 U_{3m}; \\ \varepsilon_{22m}^z = \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} (U_{1m} + z\varphi_{1m}) + k_2 U_{3m}; \\ \varepsilon_{13m}^z = \varphi_{1m} + \Theta_{1m}^z; \quad \Theta_{1m}^z = \frac{1}{A_1} \frac{\partial U_{3m}}{\partial \alpha_1} - k_1 (U_{1m} + z\varphi_{1m}), \end{cases} \quad (3)$$

где A_1, A_2, k_1, k_2 – коэффициенты первой квадратичной формы и кривизны приведенной поверхности.

4. Обобщенный закон Гука для m -го слоя принимаем в виде

$$\begin{aligned}\sigma_{11m}^z &= \frac{E_{1m}}{1 - \nu_{1m}\nu_{2m}} (\varepsilon_{11m}^z + \nu_{2m}\varepsilon_{22m}^z); \\ \sigma_{22m}^z &= \frac{E_{2m}}{1 - \nu_{1m}\nu_{2m}} (\varepsilon_{22m}^z + \nu_{1m}\varepsilon_{11m}^z); \\ \sigma_{13m}^z &= G_{13m}\varepsilon_{13m}^z,\end{aligned}\tag{4}$$

где $E_{1m}, E_{2m}, G_{13m}, \nu_{1m}, \nu_{2m}$ – физико-механические параметры материала m -го слоя.

Уравнения движения. Отнесем общую систему координат к срединной поверхности одного из слоев толщиной h_c . Координату z будем отсчитывать в сторону возрастания внешней нормали к исходной срединной поверхности. Условия жесткого соединения слоев позволяют установить кинематические условия контакта между компонентами обобщенных векторов перемещений слоев в виде

$$\begin{aligned}U_{1m}(\alpha_1) &= U_1(\alpha_1) \pm h_{cm}\varphi_1(\alpha_1); \\ U_{3m}(\alpha_1) &= U_3(\alpha_1); \quad \varphi_{1m}(\alpha_1) = \varphi_1(\alpha_1),\end{aligned}\tag{5}$$

где $U_1(\alpha_1), U_3(\alpha_1), \varphi_1(\alpha_1)$ – компоненты обобщенного вектора перемещений срединной поверхности слоя толщиной h_c ; h_{cm} – расстояние от исходной поверхности до срединной поверхности m -го слоя.

Для вывода уравнений движения многослойной оболочки используется вариационный принцип Рейсснера для динамических процессов [7], согласно которому

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(R - T) - \delta A] dt = 0,\tag{6}$$

где R – функционал Рейсснера; T – кинетическая энергия; A – работа внешних сил.

Использование вариационного принципа Рейсснера позволяет устранить противоречия в уравнениях обобщенного закона Гука (4) для сдвиговых поперечных напряжений при принятии независимых гипотез (1). Согласно (6), соотношения упругости, выражающие связь между сдвиговыми поперечными напряжениями σ_{13m}^z и поперечными сдвиговыми деформациями ε_{13m}^z , выполняются интегрально по толщине слоя с весовыми функциями $f_m(z)$ [7].

После стандартных преобразований в (6) с учетом соотношений (1)–(5) представим уравнения движения многослойной конструкции в виде

$$\begin{cases}
\frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 T_{11}) - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} T_{22} \right] + k_1 \bar{T}_{13} + P_1 = \\
= \sum_{m=1}^M \rho_m h_m \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \pm h_{cm} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right); \\
\frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 \bar{T}_{13}) \right] - k_1 T_{11} - k_2 T_{22} + P_2 = \sum_{m=1}^M \rho_m h_m \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2}; \\
\frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 M_{11}) - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_{22} \right] - T_{13} = \\
= \sum_{m=1}^M \rho_m \left(\frac{h_m^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + h_m h_{cm} \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} \right),
\end{cases} \quad (7)$$

где

$$T_{11} = \sum_{m=1}^M T_{11m}; \quad T_{22} = \sum_{m=1}^M T_{22m}; \quad \bar{T}_{13} = \sum_{m=1}^M \bar{T}_{13m}; \quad (8)$$

$$M_{11} = \sum_{m=1}^M (M_{11m} \pm h_{cm} T_{11m}); \quad M_{22} = \sum_{m=1}^M (M_{22} \pm h_{cm} T_{22m});$$

$$\bar{T}_{13m} = T_{13m} + T_{11m} \Theta_{1m};$$

$$(T_{11m}, T_{22m}, T_{13m}) = \int_{z_m} (\sigma_{11m}^z, \sigma_{22m}^z, \sigma_{13m}^z) dz;$$

$$(M_{11m}, M_{22}) = \int_{z_m} (\sigma_{11m}^z, \sigma_{22m}^z) z dz.$$

Уравнения движения (7), (8) дополняются соответствующими граничными и начальными условиями.

Подход к расчету прочности слоистых конструкций. При рассмотрении прочности слоистой оболочки полагаем, что слои являются однородными и ортотропными и для каждого слоя задан закон разрушения. В случае разрушения слой не может нести нагрузку, что приводит к изменению распределения напряжений. Таким образом, разрушение постепенно прогрессирует до наступления полного разрушения.

Алгоритмически процесс разрушения можно представить следующим образом. Определяются составляющие напряжения по времени для каждого слоя, что позволяет использовать условие прочности. В случае наступления состояния текучести (пластичности) необходимо исключить эти слои из рассмотрения и рассчитать перераспределение напряжений. Этот алгоритм используется до тех пор, пока не наступит текучесть всех слоев.

Алгоритм численного решения уравнений (7), (8) базируется на конечно-разностной аппроксимации исходного вариационного функционала (6) и явной конечно-разностной схеме по времени [8]. Одним из простых и эффективных способов моделирования разрушения по предельным напряжениям и деформациям по явной схеме расчета по времени является специальная корректировка напряженного состояния в дискретных элементах, если напряжения или деформации превышают свои предельные значения [4, 5]. При этом не рассматриваются разрывы сплошности и выделение свободных поверхностей элементов посредством перестройки сетки, а процесс разрушения моделируется как ослабление внутреннего сопротивления дискретного элемента – например, изменение жесткостных параметров элемента (если в одном из слоев выполняется условие разрушения).

С математической точки зрения процесс моделирования разрушения описывается уравнениями движения многослойных конструкций с разрывными коэффициентами (скачкообразное изменение толщины элементов со временем).

Разностная аппроксимация уравнений движения (7) имеет вид

$$\begin{cases} [L_1 \bar{U}]_i^n + P_{1i}^n = \sum_{m=1}^M \rho_m h_m(x_i) [(U_{1i}^n)_{it} \pm h_{cm}(x_i)(\varphi_{1i}^n)_{it}]; \\ [L_2(\bar{U})]_i^n + P_{2i}^n = \sum_{m=1}^M \rho_m h_m(x_i)(U_{3i}^n)_{it}; \\ [L_3(\bar{U})]_i^n = \sum_{m=1}^M \rho_m \left[\frac{h_m^3(x_i)}{12} (\varphi_{1i}^n)_{it} + h_m(x_i) h_{cm}(x_i)(U_{1i}^n)_{it} \right], \end{cases} \quad (9)$$

где $[L_k(\bar{U})]_i^n$, $k = \overline{1, 3}$ – дискретный аналог операторов левых частей в уравнении (7) для i -й точки разностной схемы по пространству и n -му слою по времени; $\bar{U} = (U_1, U_3, \varphi_1)$ – обобщенный вектор перемещений;

$$h_{m(i)} = \begin{cases} h_m & \text{при упругой деформации слоя;} \\ 0 & \text{при разрушении.} \end{cases}$$

Разностная аппроксимация соотношений (9) в полупелых точках разностной сетки $x_{i\pm 1/2} = x_i \pm \Delta x / 2$ имеет вид

$$(T_{11m}^n)_{i\pm 1/2} = \frac{E_{1m} h_m(x_{i\pm 1/2})}{1 - \nu_{1m} \nu_{2m}} [(\varepsilon_{11m}^n)_{i\pm 1/2} + \nu_{2m} (\varepsilon_{22m}^n)_{i\pm 1/2}];$$

$$(T_{22m}^n)_{i\pm 1/2} = \frac{E_{2m} h_m(x_{i\pm 1/2})}{1 - \nu_{1m} \nu_{2m}} [(\varepsilon_{22m}^n)_{i\pm 1/2} + \nu_{1m} (\varepsilon_{11m}^n)_{i\pm 1/2}];$$

$$(T_{13m}^n)_{i\pm 1/2} = G_{13m} h_m(x_{i\pm 1/2}) k_m^2 (\varepsilon_{13m}^n)_{i\pm 1/2};$$

$$\begin{aligned}
 (M_{11m}^n)_{i\pm 1/2} &= \frac{E_{1m} h_m^3 (x_{i\pm 1/2})}{12(1 - \nu_{1m} \nu_{2m})} (\kappa_{11m}^n + \nu_{2m} \kappa_{22m}^n); \\
 (M_{22m}^n)_{i\pm 1/2} &= \frac{E_{2m} h_m^3 (x_{i\pm 1/2})}{12(1 - \nu_{1m} \nu_{2m})} (\kappa_{22m}^n + \nu_{1m} \kappa_{11m}^n).
 \end{aligned} \tag{10}$$

Алгоритм решения разностных уравнений состоит в нахождении решения в упругой области и в области возможного разрушения ($h_m(x_1) = 0$). На границе этих областей строится специальный алгоритм для уравнений движения переходного элемента. Предполагается, что разрушение произошло в одной из дискретных пространственных точек, когда все толщины равны нулю.

При исследовании вопросов устойчивости линеаризованных разностных уравнений (7)–(9) используется необходимое условие устойчивости [9], согласно которому $\Delta t \leq 2/\omega$, где $\omega = \max(\omega_m) = 1$, M – максимальные частоты собственных колебаний каждого слоя; Δt – разностный шаг по временной координате.

Числовой пример. В качестве числового примера рассматривалось поведение изотропной однослойной оболочки при действии распределенной импульсной нагрузки при следующих геометрических и физико-механических параметрах: $L/h = 40$; $R/h = 25$; $\rho = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu = 0,33$, где L , R , h – соответственно длина, радиус и толщина оболочки. Распределенная нагрузка задавалась в виде $P_3(x, t) = A \sin(\pi t/T) \times [\eta(t) - \eta(t-T)]$, где T – длительность действия нагрузки; A – амплитуда нагрузки. Полагалось $T = 1,6L/C_{11}$, где $C_{11} = E/[\rho(1 - \nu^2)]$. Амплитуда нагрузки варьировалась в пределах $10^7 \dots 2 \cdot 10^7$ Па.

Для численного моделирования, согласно описанной выше методике, оболочка по толщине разбивалась на пять равных слоев $h_m = h/5$, $m = 1, 5$. Расчеты проводились для трех случаев нагружения при следующих амплитудах: $A_1 = 10^7$ Па; $A_2 = 1,5 \cdot 10^7$ Па; $A_3 = 2 \cdot 10^7$ Па для $t = 0 \dots 100T$. При значении амплитуды $A_1 = 10^7$ Па конструкция при всех значениях t ведет себя упруго. При значении амплитуды $A_2 = 1,5 \cdot 10^7$ Па наблюдается явление раскочки. Начиная с $t = 10T$, имеют место участки пластичности по толщине оболочки. В частности, при $t = 13T$ пластичность наблюдается в верхнем слое ($m = 5$) по толщине в области $0,04L \leq x \leq 0,3L$ и в нижнем слое ($m = 1$) в области $x = 0,05L$ (в силу симметрии при $0,54L \leq x \leq 0,8L$ и $x = 0,95L$). В момент времени $t = 26T$ пластичность в слое ($m = 5$) наблюдается по всей длине конструкции $0 \leq x \leq L$. В нижнем слое ($m = 1$) при этом времени пластичность наблюдается в области $x = 0,05L$ ($x = 0,95L$) и $x = 0,15L$ ($x = 0,85L$). В дальнейшем при времени до $t = 52T$ процесс пластичности прогрессирует в слоях $m = 1$ и $m = 2$ по всей длине конструкции, и в момент $t \approx 52T$ происходит разрушение согласно исходным предположениям в области $x \approx 0,15L$ ($x \approx 0,85L$ соответственно). На рис. 1, 2 приведены значения деформации ε_{22} и интенсивности напряжений σ_i по

длине конструкции $0 \leq x \leq 0,5L$. На рис. 3 представлены зависимости напряжения σ_{22} в срединной поверхности оболочки от времени $0 \leq t \leq 52T$ в сечении конструкции, где наблюдается процесс разрушения. Разрушение произошло при максимальном значении σ_i в момент времени $t \approx 52T$, причем в этой области наблюдается максимальное значение деформации ε_{22} . Очевидно, возможна оценка динамического состояния конструкции по максимальным значениям деформаций ε_{22} . Согласно рис. 3, разрушение наступило при $t \approx 52T$ и максимальном значении напряжения σ_{22} . При значении амплитуды A_3 разрушение происходит в области заземления торцов в момент $t \approx 2T$.

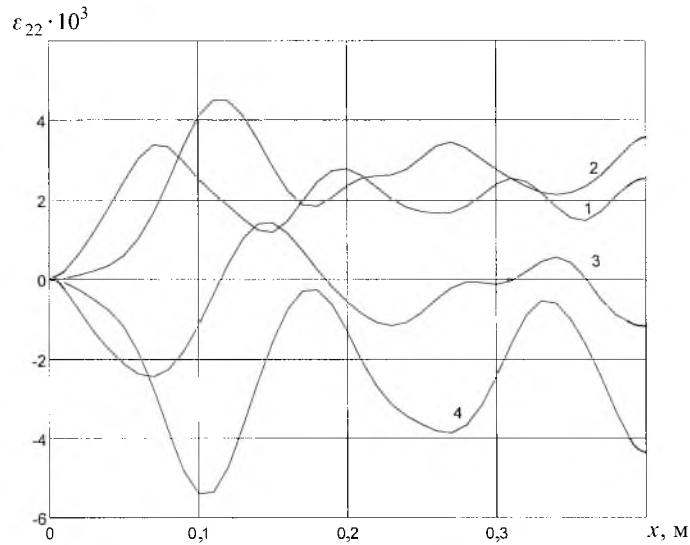


Рис. 1. Значения деформации ε_{22} по длине конструкции $0 \leq x \leq 0,5L$ для времени $t = 13jT$, $j = 1, 4$ (соответственно кривые 1-4).

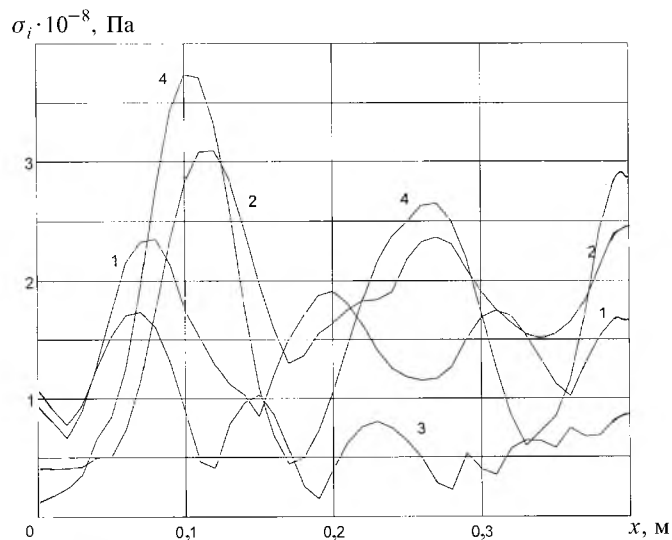


Рис. 2. Значения интенсивности напряжений σ_i по длине конструкции $0 \leq x \leq 0,5L$ для времени $t = 13jT$, $j = 1, 4$ (соответственно кривые 1-4).

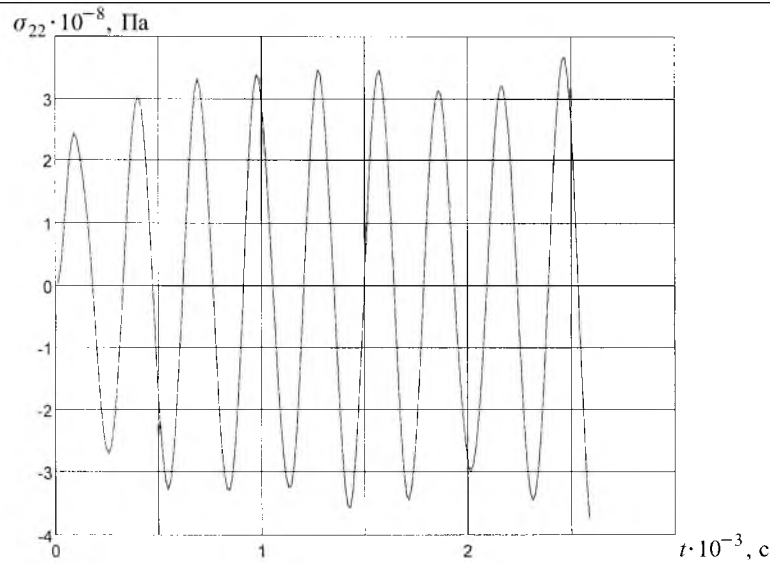


Рис. 3. Значения напряжения σ_{22} в срединной поверхности оболочки от времени $0 \leq t \leq 52T$ в сечении конструкции, где наблюдается процесс разрушения.

Проведено косвенное сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными [10, 11]. Рассматривались цилиндрические оболочки при подрыве сферического заряда в центре воздушного пространства внутри оболочки. Геометрические параметры оболочки и параметры взрывчатого вещества (ВВ) взяты из указанных работ. Профиль давления $P(r, t)$, действующего на внутреннюю поверхность оболочки, выбирается согласно эмпирической зависимости для величины давления, возникающего от взрыва сферического заряда ВВ [12]:

$$P(r, t) = \begin{cases} \kappa m Q / r^3 & \text{при } t \leq \kappa r / \sqrt{Q}; \\ 0 & \text{при } t > \kappa r / \sqrt{Q}, \end{cases}$$

$$\kappa = 8(3\gamma - 1) / [25(\gamma^2 - 1)].$$

Здесь m – масса сферического заряда; Q – теплотворная способность ВВ; r – расстояние от центра заряда до внутренней поверхности оболочки; γ – показатель адиабаты в уравнении состояния ВВ [13].

Рассматривались оболочки из стали 20 с пределом текучести $\sigma_T = 2,5 \cdot 10^8$ Па. Длина оболочек полагалась $4R_0$, где R_0 – наружный радиус цилиндрической оболочки. Схема проведения эксперимента детально изложена в [10, 11]. Использовалось ВВ типа ТГ 50/50 (сплав тротила с гексогеном, массовое содержание каждого из них 50%, плотность ВВ составляет $1,650 \text{ кг/м}^3$). В табл. 1 приведено сравнение экспериментальных результатов с расчетными по изложенной выше теоретической методике. Согласно теоретическим расчетам, разрушение произошло в момент времени $t = 0,138 \cdot 10^{-3}$ с, что соответствует третьему периоду вынужденных

колебаний. Сравнение расчетных данных с экспериментальными при других величинах h/R_0 показывает значительные расхождения, что связано, возможно, с особенностью и точностью аппроксимации приведенной взрывной нагрузки.

Т а б л и ц а 1

Сравнение экспериментальных результатов с расчетными

$R_0 \cdot 10^{-3}$, м	h/R_0	$m \cdot 10^{-3}$, кг	ε_{22} , %	
			эксперимент	расчет
53	0,047	10,4	2,7	3,3
53	0,047	10,4	3,1	3,3

Т а б л и ц а 2

Зависимость поведения трехслойной цилиндрической оболочки от амплитуды нагружения

№ расчета	$A \cdot 10^6$, Па	Состояние	
		заполнителя	обшивки
1	1,00	С	В
2	1,25	С	В
3	1,27	С	В
4	1,28	С	С
5	1,30	С	С
6	1,50	С	С
7	2,00	С	С
8	3,00	С	С

Примечание. В – отсутствие разрушения; С – состояние разрушения.

Для иллюстрации работы изложенной методики рассматривалась задача расчета трехслойной цилиндрической оболочки симметричной структуры по толщине с маложестким заполнителем. Постановка задачи и геометрические параметры конструкции следующие: $L/h = 40$, $R/h = 25$, $h = h_1 + h_2 + h_3$, $h_1 = h_3$, $h_1 = 0,1h$, где h_1, h_3 – толщины наружных слоев, h_2 – толщина заполнителя. Полагалось, что наружные слои выполнены из изотропного материала со следующими физико-механическими параметрами: $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu = 0,33$; $\sigma_T = 3,4 \cdot 10^8$ Па. Заполнитель – пенопласт типа ПХВ-1 с модулем упругости $E = 33,2 \cdot 10^6$ Па и пределом прочности $\sigma_{II} = 0,63 \cdot 10^6$ Па [14]. При расчете наружные слои принимались как один подслой по толщине, а заполнитель разбивался на пять равных подслоев по толщине. Полагалось, что торцы оболочки жестко защемлены. Внутреннее нормальное нагружение задавалось согласно формуле для задачи числового примера динамического поведения изотропной однородной оболочки. Числовые результаты показали, что трехслойная конструкция с заполнителем ведет себя качественно по иному, чем изотропная оболочка, которую условно разбиваем на подслои. В первом полупериоде колебаний происходит разрушение заполнителя по всей области оболочки, кроме эле-

ментов заполнителя, которые примыкают к элементам обшивки. Далее происходит колебательный процесс как бы двух независимых оболочек – соответственно внутренней и внешней обшивок с примыкающими элементами заполнителя. Здесь процесс вынужденных колебаний этих оболочек аналогичен вышерассмотренному процессу колебания изотропной цилиндрической оболочки. Учитывая, что обшивка моделировалась одним элементом по толщине, то, согласно описанной теории, разрушение наступает при появлении пластических деформаций в области защемления торцов $x \approx 0,05L$ ($x \approx 0,95L$). Причем внешняя и внутренняя обшивки при данных геометрических параметрах разрушаются практически в одно и то же время.

Проведено ряд расчетов поведения рассматриваемой трехслойной оболочки при разных значениях амплитуды A . Результаты расчетов приведены в табл. 2. Величина амплитуды варьировалась в пределах $1,0 \cdot 10^6 \dots 3,0 \cdot 10^6$ Па. В первых трех численных экспериментах разрушение заполнителя происходило в первом полупериоде радиальных колебаний. Обшивка оставалась в упругой области. Расчеты проводились до времени $t = 100T$. В расчетах № 4–6 обшивка разрушалась во втором полупериоде радиальных колебаний, в расчетах № 7, 8 – в первом полупериоде радиальных колебаний, а заполнитель – при $t \approx T$. При исследовании упругих колебаний обшивки, как независимых оболочек (расчеты № 1–3), явление раскочки не наблюдалось.

Заключение. В работе изучен феноменологический подход к моделированию процесса разрушения оболочек при действии распределенных импульсных нагрузок. Показано, что в ряде случаев возможно возникновение явления раскочки, что приводит к необходимости проведения длительных расчетов динамического поведения конструкции. Представлены числовой алгоритм и пример расчета однослойной и многослойной конструкции согласно рассмотренной методике.

Резюме

Розглянуто постановку та методику чисельного дослідження нестационарного деформування і міцності багатосарових оболонок обертання при імпульсних навантаженнях. У рамках моделі оболонок типу Тимошенка наведено рівняння руху багатосарових оболонок обертання. Проведено чисельне моделювання особливостей динамічної поведінки багатосарових оболонок при осесиметричному імпульсному навантаженні.

1. Бузуков А. А. Особенности поведения стенок взрывных камер под действием импульсной нагрузки // Физика горения и взрыва. – 1976. – № 4. – С. 605 – 610.
2. Бузуков А. А. Нагрузки, возникающие при взрывах в воздухонаполненной взрывной камере // Там же. – 1980. – № 5. – С. 87 – 93.
3. Абакумов А. И., Егунов В. В., Иванов А. Г. Расчетно-экспериментальные исследования деформации оболочек взрывных камер // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1984. – № 3. – С. 127 – 130.

4. Фудзин Т., Дзано М. Механика разрушения композиционных материалов. – М.: Мир, 1982. – 232 с.
5. Кошур В. Д., Немировский Ю. В. Континуальные и дискретные модели деформирования элементов конструкций. – Новосибирск: Наука, 1990. – 198 с.
6. Новожилов В. В. Основы нелинейной теории упругости. – М.: Изд-во техн. лит., 1948. – 212 с.
7. Рассказов А. О., Соколовская И. И., Шульга Н. А. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. – Киев: Вища шк., 1986. – 191 с.
8. Баженов В. Г., Чекмарев Д. Т. Вариационно-разностные схемы в нестационарных волновых задачах динамики пластин и оболочек. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 1992. – 159 с.
9. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 536 с.
10. Иванов А. Г., Минаев В. Н., Цыпкин В. И. и др. Пластичность, разрушение и масштабность при взрывном нагружении труб // Физика горения и взрыва. – 1974. – № 4. – С. 603 – 607.
11. Цыпкин В. И., Русак В. Н., Шитов А. Т., Иванов А. Г. Деформация оболочек из стеклоэпоксида при внутреннем импульсном нагружении // Механика композитных материалов. – 1981. – № 2. – С. 249 – 255.
12. Адищев В. В., Корнев В. М., Талзи Л. А. Оценка максимальных напряжений в замкнутых цилиндрических сосудах при осесимметричном взрывном нагружении / Институт гидродинамики СО АН СССР, Новосибирск, 1983. – Деп. в ВИНТИ, № 6588-83.
13. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др. Физика взрыва. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
14. Кобелев В. Н., Коварский П. М., Тимофеев С. И. Расчет трехслойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 304 с.

Поступила 22. 04. 98