

## Особенности кинематики поверхностного слоя при деформирующем протягивании

Ю. А. Цеханов<sup>а</sup>, С. Е. Шейкин<sup>б</sup>, Е. А. Балаганская<sup>в</sup>

<sup>а</sup> Воронежская государственная технологическая академия, Воронеж, Россия

<sup>б</sup> Институт сверхтвердых материалов НАН Украины, Киев, Украина

<sup>в</sup> Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия

*Экспериментально, методом измерения твердости, установлено, что градиент упрочнения поверхностного слоя заготовки при многоцикловогой обработке практически перпендикулярен поверхности. Методом линий скольжения получено инженерное решение задачи о напряженном состоянии в контактной зоне. Дана оценка точности этого решения. Деформированное состояние изучалось методом делительных сеток. Анализ истории деформирования позволил получить простую инженерную формулу для расчета ресурса использованной пластичности по критерию Колмогорова.*

При деформирующем протягивании толстостенных заготовок с малыми натягами максимальные деформации локализуются в поверхностном слое глубиной порядка ширины контакта. Поэтому надежность деталей машин, обработанных таким способом, в значительной степени определяется процессом деформационного упрочнения этого слоя. Теоретическое решение задачи о деформированном состоянии в этой области связано с большими математическими трудностями и в настоящее время не осуществимо. Применение численных методов механики сплошной среды и метода конечных элементов, в частности, затруднено из-за неопределенности формы образующей отверстия детали перед и за инструментом и ширины контакта с инструментом. Практически возможным способом исследования кинематики поверхностного пластического деформирования является метод визиопластичности, и, например, метод делительных сеток [1–3]. Однако результаты этих исследований нельзя признать достаточно достоверными. Дело в том, что вследствие малости угла конусности деформирующего инструмента ( $\gamma_{\text{и}} = 4...5^\circ$ ) используемые делительные сетки имеют малые искривления и последующая математическая обработка координат узлов делительной сетки приводит к большим погрешностям в определении кинематических и деформационных параметров. В работах [2, 3] предложена такая методика расшифровки экспериментальных данных, когда скорости установившегося течения рассчитываются не дифференцированием, а интегрированием функций, аппроксимирующих узловые координаты. Однако в ней использованы только линии сетки одного семейства, совпадающие с линиями тока, и не учитывается экспериментальная информация, которую дают искривленные линии другого ортогонального семейства.

Целью работы является разработка методики расшифровки экспериментальных данных метода визиопластичности при установившемся пластическом течении со слабдеформированной делительной сеткой и исследование с ее помощью деформированного состояния в контактной зоне при деформирующем протягивании толстостенных заготовок.

Рассмотрим схему установившегося течения материала заготовки относительно неподвижного инструмента (рис. 1). Материальная точка  $O$  движется вдоль линии тока  $S$  (линии  $S$ -семейства) со скоростью  $V$ , наклоненной к оси  $Z$  под углом  $\beta$ . Эта же точка перемещается вдоль линии тока  $L$  в направлении оси  $r$ .  $\gamma$  – угол наклона линии тока  $L$  к оси  $r$ . Вектор скорости движения точки  $O$  равен  $\vec{V}$ . Рассмотрим единичные векторы  $\vec{l} \perp \vec{m}$ ,  $\vec{i} \perp \vec{n}$ ,  $\vec{i} \perp \vec{j}$ . Вектор произвольного направления  $\vec{m}$  в точке  $O$  связан с материальной средой и поворачивается с ней в течение некоторого времени:  $\varphi = \varphi(t)$ .

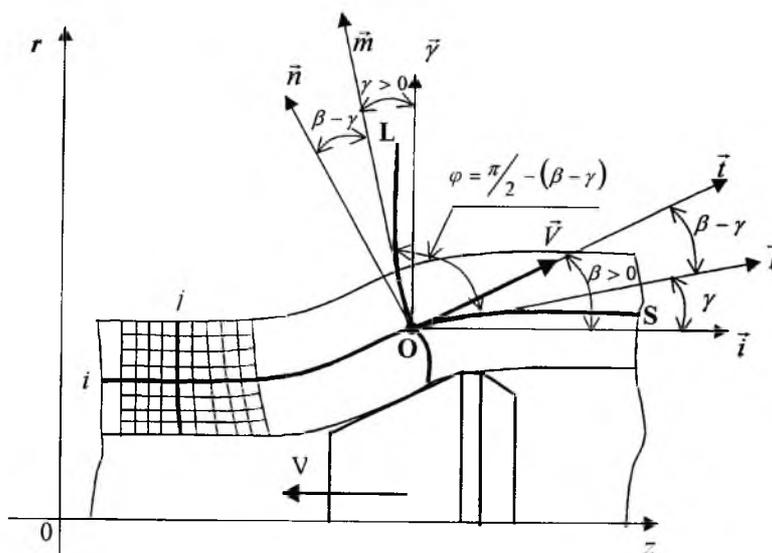


Рис. 1. Схема линий тока при деформирующем протягивании.

Угловая скорость изменения угла  $\varphi = \pi / 2 - (\beta - \gamma)$  при движении частицы вдоль линии тока  $S$ :

$$\varpi = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dS} \frac{dS}{dt} = \frac{d\varphi}{dS} V = V \left[ -\frac{d\beta}{dS} + \frac{d\gamma}{dS} \right]. \quad (1)$$

С другой стороны, угловая скорость вектора  $\vec{m}$  составляет

$$\varpi_m = \frac{\partial V_l}{\partial m}. \quad (2)$$

Угловая скорость вектора  $\vec{i}$  определяется уравнением

$$\varpi_n = \frac{\partial V_n}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

так как  $V_n = 0$ .

Скорость изменения угла  $\varphi$  находится по формуле

$$\frac{d\varphi}{dt} = \varpi_m - \varpi_n = \varpi_m = \frac{\partial V_l}{\partial m}. \quad (4)$$

Поскольку движение установившееся, то  $\frac{d\gamma}{dS} = \frac{\partial\gamma}{\partial S}$  и  $\frac{d\beta}{dS} = \frac{\partial\beta}{\partial S}$ . Тогда

$$\frac{\partial V_l}{\partial m} = V \left[ \frac{\partial\gamma}{\partial S} - \frac{\partial\beta}{\partial S} \right], \quad (5)$$

где  $dm = dL$ . Следовательно,  $\frac{\partial V_l}{\partial L} = V \left[ \frac{\partial\gamma}{\partial S} - \frac{\partial\beta}{\partial S} \right]$ , а  $V_l = V \cos(\beta - \gamma)$ .

Поэтому дифференциальное уравнение (5) при известных из эксперимента функциях  $\gamma = \gamma(r, z) = \gamma(L, S)$ ,  $\beta = \beta(r, z) = \beta(L, S)$  запишется в виде

$$\frac{\partial [V \cos(\beta - \gamma)]}{\partial L} = V \left[ \frac{\partial\gamma}{\partial S} - \frac{\partial\beta}{\partial S} \right]. \quad (6)$$

Преобразуем выражение (6) к виду

$$\frac{\partial V}{V} = \frac{1}{\cos(\beta - \gamma)} \left[ \frac{\partial\gamma}{\partial S} - \frac{\partial\beta}{\partial S} \right] dL - dl n \cos(\beta - \gamma). \quad (7)$$

Интегрируя выражение (7) вдоль  $L$ -линии, получаем

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\cos(\beta_0 - \gamma_0)}{\cos(\beta - \gamma)} \exp \left[ \int_{L_0}^L \frac{1}{\cos(\beta - \gamma)} \left( \frac{\partial\gamma}{\partial S} - \frac{\partial\beta}{\partial S} \right) dL \right], \quad (8)$$

где  $V_0, \beta_0, \gamma_0$  соответствуют начальной точке интегрирования.

При протягивании с малыми натягами толстостенных заготовок пластически деформируется поверхностный слой, а на глубине, большей ширины контакта, заготовка деформируется лишь упруго и здесь можно принять  $V/V_0 = 1$ . Это условие можно использовать как граничное для интегрирования соотношения (8) вдоль  $L$ -линий в направлении к поверхности отверстия.

В работах [2, 3] использовались соотношения вдоль  $S$ -линий (линий тока):

$$\frac{dV}{V} = \left( \sin \frac{\partial\beta}{\partial z} - \cos \frac{\partial\beta}{\partial r} \right) dS - \frac{V \sin \beta}{r} dS; \quad (9)$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{r_0 \cos \beta}{r \cos \beta} \left[ \exp \int_{S_0}^S \frac{1}{\cos \beta} \frac{\partial \beta}{\partial r} dS \right]^{-1}. \quad (10)$$

Для данного случая можно в качестве граничного принять условие, что вне контактной пластической зоны перед инструментом также  $V/V_0 = 1$ . В выражениях (9), (10) производная  $\partial \beta / \partial r$  вычисляется не по опытным данным в узлах делительной сетки, а по интерполяционным значениям  $\beta$  и  $r$ , что усложняет расчеты и вызывает дополнительные погрешности.

Выразим производные  $\frac{\partial}{\partial L}$  и  $\frac{\partial}{\partial S}$  через  $\frac{\partial}{\partial r}$  и  $\frac{\partial}{\partial z}$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial L} = -\sin \gamma \frac{\partial}{\partial z} + \cos \gamma \frac{\partial}{\partial r}; \\ \frac{\partial}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial z} \cos \beta + \frac{\partial}{\partial r} \sin \beta. \end{cases} \quad (11)$$

Решим эту систему относительно  $\frac{\partial}{\partial z}$  и  $\frac{\partial}{\partial r}$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} = -\frac{1}{\cos(\beta - \gamma)} \left( \frac{\partial}{\partial S} \sin \gamma + \frac{\partial}{\partial L} \cos \beta \right); \\ \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{\cos(\beta - \gamma)} \left( \frac{\partial}{\partial S} \cos \gamma - \frac{\partial}{\partial L} \sin \gamma \right). \end{cases} \quad (12)$$

Для малых искажений делительной сетки

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \approx -\gamma \frac{\partial}{\partial S} - \frac{\partial}{\partial L}; \\ \frac{\partial}{\partial z} \approx \frac{\partial}{\partial S} - \gamma \frac{\partial}{\partial L}. \end{cases} \quad (13)$$

Тогда соотношения на  $S$ -линиях принимают вид

$$\frac{dV}{V} = \left( \sin \beta \left( \frac{\partial \beta}{\partial S} - \gamma \frac{\partial \beta}{\partial L} \right) - \cos \beta \left( -\gamma \frac{\partial \beta}{\partial S} - \frac{\partial \beta}{\partial L} \right) - \frac{V \sin \beta}{r} \right) dS; \quad (14)$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{r_0 \cos \beta_0}{r \cos \beta} \left[ \exp \int_{S_0}^S \frac{1}{\cos \beta} \left( -\gamma \frac{\partial \beta}{\partial S} - \frac{\partial \beta}{\partial L} \right) dS \right]^{-1}. \quad (15)$$

Введем экспериментальную функцию

$$\Phi = \left( \sin \beta \left( \frac{\partial \beta}{\partial S} - \gamma \frac{\partial \beta}{\partial L} \right) - \cos \beta \left( -\gamma \frac{\partial \beta}{\partial S} - \frac{\partial \beta}{\partial L} \right) - \frac{V \sin \beta}{r} \right) dS. \quad (16)$$

Выражение (14) представим в виде

$$\frac{dV}{V} = \Phi. \quad (17)$$

Аналогично преобразуем формулу (7), обозначив

$$\Omega = \frac{1}{\cos(\beta - \gamma)} \left[ \frac{\partial \gamma}{\partial S} - \frac{\partial \beta}{\partial S} \right] dL - dl n \cos(\beta - \gamma). \quad (18)$$

Запишем выражение (7) в виде

$$\frac{dV}{V} = \Omega. \quad (19)$$

Для повышения точности обработки экспериментальных данных метода визиопластичности использовалась следующая методика. Экспериментальные и расчетные данные представляются двумерными массивами по узлам делительной сетки  $(i, j)$ , где  $i$  – номер  $S$ -линии,  $j$  – номер  $L$ -линии. Запишем в конечных разностях соотношения (16) и (19):

$$V_{i,j} = V_{i,j-1} + \Delta V_{i,j}^S; \quad (20)$$

$$V_{i,j} = V_{i-1,j} + \Delta V_{i,j}^L, \quad (21)$$

где приращения скоростей вдоль  $S$ - и  $L$ -линий соответственно равны

$$\Delta V_{i,j}^S = V_{i,j} \frac{\Phi_{i,j}}{1 - \Phi_{i,j}}; \quad (22)$$

$$\Delta V_{i,j}^L = V_{i,j} \frac{\Omega_{i,j}}{1 - \Omega_{i,j}}. \quad (23)$$

Вследствие погрешностей экспериментальных функций  $\Phi$  и  $\Omega$  эти приращения скоростей, а значит, и сами скорости вычисляются с некоторыми погрешностями  $\delta_{i,j}^S$  и  $\delta_{i,j}^L$ :

$$V_{i,j} - V_{i,j-1} - \Delta V_{i,j}^S = \delta_{i,j}^S; \quad (24)$$

$$V_{i,j} - V_{i-1,j} - \Delta V_{i,j}^L = \delta_{i,j}^L. \quad (25)$$

Максимальная точность обработки экспериментальных данных соответствует условию, что в расчетной области среднеквадратичная величина всех погрешностей  $\delta_{i,j}^S$  и  $\delta_{i,j}^L$  должна быть минимальной.

Пусть расчетная область представляет собой сетку, где  $M$  – число  $S$ -линий (линий тока) и  $N$  – число  $L$ -линий. Обозначим общую дисперсию погрешностей следующим образом:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^M \sum_{j=2}^N (\delta_{i,j}^S)^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{i=2}^M (\delta_{i,j}^L)^2. \quad (26)$$

Тогда условия ее минимума

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \delta_{i,j}^S} = 0; \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial \delta_{i,j}^L} = 0 \quad (27)$$

дают систему линейных уравнений при искомым скоростях  $V_{i,j}$  в узлах расчетной сетки, которая в нашем случае совпадает с делительной сеткой.

Максимальная точность будет достигнута, если в качестве расчетной области принимается вся делительная сетка, в узлах которой получены экспериментальные функции  $\Phi$  и  $\Omega$ . Однако реализация такого варианта методики связана со значительными вычислительными трудностями из-за большой размерности систем уравнений (27). Для упрощения вычислений в качестве расчетных областей можно принимать отдельные фрагменты делительной сетки. В данной работе за расчетные области приняты столбцы узлов отдельных  $L$ -линий, т.е. расчет  $V_{i,j}$  проводился последовательным переходом от одной  $L$ -линии к другой. На каждом переходе из условия минимизации функциональных погрешностей (26) определялись  $V_{i,j}$  во всех узлах на очередной  $L$ -линии. В качестве граничных условий принималось, что на первой  $L$ -линии ( $j=1$ ) и на последней  $S$ -линии ( $i=M$ ) задано соотношение  $V_{i,j} / V_0 = 1$ .

Интенсивность скоростей определялась по формуле

$$\xi_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\xi_r - \xi_z)^2 + (\xi_r - \xi_\varphi)^2 + (\xi_z - \xi_\varphi)^2 + 6\xi_{rz}^2},$$

где  $\xi_0$  – общая интенсивность скоростей деформации;  $\xi_r, \xi_z, \xi_\varphi, \xi_{rz}$  – компоненты тензора скоростей деформаций, которые вычисляли по формулам

$$\left\{ \begin{aligned} \xi_r &= \frac{\partial V_r}{\partial r} = \left( -\gamma \frac{\partial V}{\partial S} - \frac{\partial V}{\partial L} \right) \sin \beta + V \left( -\gamma \frac{\partial \beta}{\partial S} - \frac{\partial \beta}{\partial L} \right) \cos \beta; \\ \xi_z &= \frac{\partial V_z}{\partial z} = \left( \frac{\partial V}{\partial S} - \gamma \frac{\partial V}{\partial L} \right) \cos \beta - V \sin \beta \left( \frac{\partial \beta}{\partial S} - \gamma \frac{\partial \beta}{\partial L} \right); \\ \xi_\varphi &= \frac{V}{r} \sin \beta; \\ \xi_{rz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial V}{\partial S} - \gamma \frac{\partial V}{\partial L} \right] \sin \beta + V \cos \beta \left( \frac{\partial \beta}{\partial S} - \gamma \frac{\partial \beta}{\partial L} \right) + \\ &\quad + \left( -\gamma \frac{\partial V}{\partial S} - \frac{\partial V}{\partial L} \right) \cos \beta - V \sin \beta \left( -\gamma \frac{\partial \beta}{\partial S} - \frac{\partial \beta}{\partial L} \right). \end{aligned} \right. \quad (28)$$

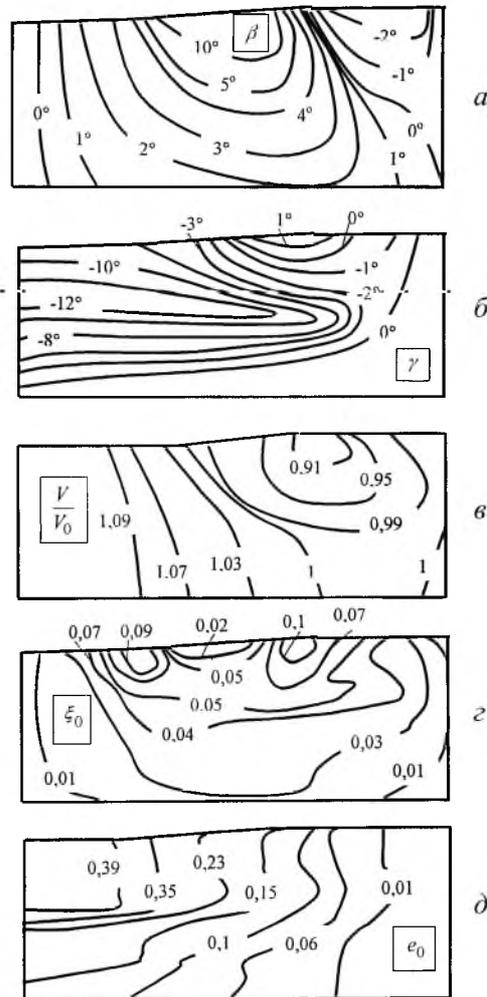


Рис. 2. Изолинии: а – углов  $\beta$  (наклона линий тока  $S$ ); б – углов  $\gamma$  (наклона линий  $L$ ); в – относительных скоростей течения материала  $V/V_0$ ; г – интенсивности скоростей деформации  $\xi_0$ ; д – накопленной деформации  $e_0$  при деформирующем протягивании и угле конусности инструмента  $\gamma_n = 10^\circ$ .

По данной методике была рассчитана кинематика деформирующего протягивания заготовок инструментом с углом конусности  $10^\circ$ . Изолинии углов наклона линий  $S$  и  $L$  показаны на рис. 2,а,б. Изолинии относительных скоростей течения материала, рассчитанных по предложенной методике, представлены на рис. 2,в. Как видно, перед контактной зоной имеет место заметное торможение течения материала, а к выходу из нее скорость возрастает. По формулам (25) рассчитывалась величина  $\xi_0$  (рис. 2,г). Видно, что наиболее интенсивно деформирование происходит у самой поверхности в начале и конце контакта. Интегрированием интенсивности деформаций вдоль линий тока рассчитывалась накопленная деформация  $e_0$  (рис. 2,д).

По результатам расчета на рис. 3 построены универсальные безразмерные кривые изменения накопленной деформации  $e_0$  от относительной глубины слоя заготовки  $h/\delta$ , где  $h$  – глубина слоя,  $\delta$  – натяг. Видно, что область с максимальной накопленной деформацией не ограничивается поверхностным слоем, а распространяется на некоторую глубину, которую легко определить. Там же показано распределение накопленной деформации для угла конусности инструмента  $5^\circ$ . Из рисунка следует, что после обработки таким инструментом существует некоторый равнопроченный поверхностный слой такой же глубины, что и при использовании инструмента с рабочим углом  $10^\circ$ . Остальные части двух деформационных кривых практически параллельны. Это позволяет при использовании инструмента с другими углами конусности для расчетов параметров деформационного упрочнения легко применять интерполяцию или экстраполяцию полученных экспериментально-расчетных данных.

Для сравнения распределение  $e_0$  определялось методом измерения микротвердости [4]. На рис. 3 соответствующий график показан штриховой линией. Он подтверждает достаточную точность разработанной методики.

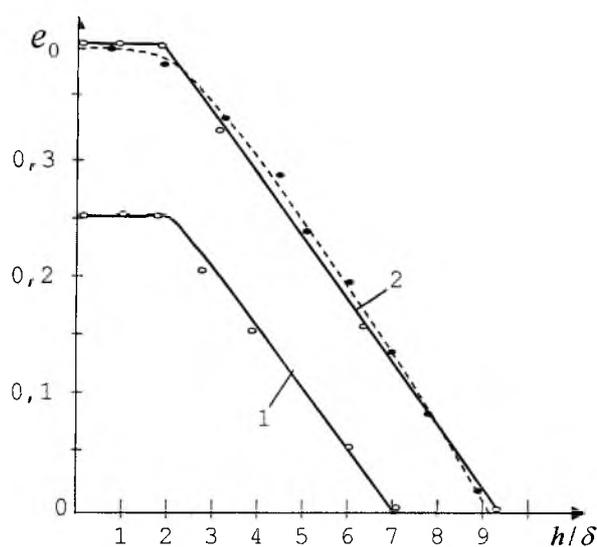


Рис. 3. Универсальные зависимости  $e_0$  от глубины слоя заготовки  $h$ , отнесенной к натягу  $\delta$ , для деталей, обработанных инструментом с углом конусности  $\gamma_{\text{н}} = 5^\circ$  (1) и  $10^\circ$  (2).

Используя полученные кривые, легко определить зону накопления дефектов по заданным параметрам  $e_0$ . При многоцикловом деформирующем протягивании для расчета характера упрочнения применяется принцип суперпозиции – суммирование  $e_0$  за каждый цикл обработки.

Таким образом, установлено, что в процессе деформирующего протягивания процесс упрочнения наиболее интенсивен не только на входе в зону контакта, но и на выходе из нее. Полученные данные отличаются от представленных в работах [2, 3]. Величина накопленной деформации превышает значения, приведенные в этих работах, в 1,5 раза. С помощью полученных универсальных безразмерных кривых можно легко определить глубину дефектной зоны для диапазона углов конусности инструмента порядка  $4...12^\circ$ , что позволит при технологических расчетах прогнозировать качество обработки по параметрам деформационного упрочнения.

## Резюме

Експериментально, методом вимірювання твердості, встановлено, що градієнт зміцнення поверхневого шару заготовки при багатоцикловій обробці практично перпендикулярний до поверхні. Методом ліній ковзання отримано інженерний розв'язок задачі про напружений стан у контактній зоні. Дано оцінку точності цього розв'язку. Деформований стан вивчався методом ділильних сіток. Аналіз історії деформування дозволив отримати просту інженерну формулу для розрахунку ресурсу використаної пластичності за критерієм Колмогорова.

1. Зайцев Д. Е., Дель В. Д., Дель Г. Д. Напряженное состояние при деформирующем протягивании // Вест. машиностроения. – 1973. – № 6. – С. 34 – 36.
2. Росточкий Ю. С. Работоспособность рабочих элементов протяжек, упрочненных электроискровым легированием: Автореф. дис. ... канд. техн. наук – Киев, 1992. – 16 с.
3. Цеханов Ю. А. Механика деформирующего протягивания как научная основа оценки качества деталей и работоспособности инструмента с износостойкими покрытиями: Дис. ... д-ра. техн. наук. – Воронеж, 1993. – 396 с.
4. Дель Г. Д. Определение напряжений в пластической области по распределению твердости. – М.: Машиностроение, 1971. – 199 с.

Поступила 22. 12. 98