## Особенности динамического разрушения хрупких материалов в режиме предельных скоростей фронтов разрушения

## С. М. Иванов, В. В. Картузов, Б. А. Галанов, В. И. Трефилов

Институт проблем материаловедения НАН Украины, Киев, Украина

На основе модели расширения сферической полости в хрупких материалах, использующей концепцию предельных скоростей фронтов разрушения, рассмотрено напряженно-деформированное состояние в зоне упругого предвестника и в области материала, разрушенного радиальными трещинами. Отмечены возникающие в рамках этой модели механические эффекты динамической перегрузки и "запаздывания" разрушения.

## Обозначения

t	-	время
r	—	радиус полости
ν	_	коэффициент Пуассона
Ε	_	модуль Юнга
Κ	_	модуль объемного сжатия
С	_	скорость продольных волн
D	_	скорость фронта ударной волны
$C_{F1}, C_{F2}$	-	скорость соответственно первого и второго фронта разрушения относительно начала координат
$V_c$	_	скорость расширения полости
$V_c^{\sigma_f}$	_	скорость расширения полости, выше которой формулы модели показывают "динамическую перегрузку" материала упругого предвестника по растягивающим напряжениям, т.е. $\sigma_{\theta 1} \geq \sigma_f$
$\sigma_{\theta i} = \sigma_{\varphi i}$	_	окружные напряжения в материале і-й области
$\sigma_{\it ri}$ , $\epsilon_{\it ri}$	-	радиальные напряжения и деформации в материале <i>i</i> -й области
$\varepsilon_{\theta i}$	_	окружные деформации в материале <i>і</i> -й области
u	_	радиальные перемещения
$\rho_{i\eta}, V_{i\eta}, \sigma_{ri\eta}, \sigma_{\theta i\eta}$	-	значения $\rho_i, V_i, \sigma_{ri}, \sigma_{\theta i}$ при $r = \eta$
$\rho_i$	_	плотность материала <i>i</i> -й области, <i>i</i> = 0, 1, 2, 3
$\sigma_{f}$	-	статическая прочность материала преграды при растяжении
$\Delta \sigma_e$	_	динамическая перегрузка материала в упругой области
$\Delta t_e$	_	"задержка" разрушения в упругой области
$\Delta \sigma_{c}$	-	динамическая перегрузка материала в области растрескивания
$\Delta t_c$	_	"задержка" разрушения в области растрескивания
$\tau_c$	-	касательное напряжение в области растрескивания
© С. М. ИВАНОВ, В. В 20	. КА	АРТУЗОВ, Б. А. ГАЛАНОВ, В. И. ТРЕФИЛОВ, 2000 ISSN 0556-171Х. Проблемы прочности, 2000, № .

Особенности динамического разрушения ...

Введение. При решении динамических задач деформирования и разрушения материалов, возникающих при анализе прочности конструкций, работающих в условиях ударного нагружения, особое значение имеет вопрос выбора вида зависимости прочности материала от скорости нагружения. Традиционно вводятся вязкие силы, пропорциональные градиенту массовой скорости [1]. Однако прогнозируемое в этих моделях изменение прочности относительно невелико и не объясняет ее значительное увеличение, обнаруживаемое экспериментально для ряда материалов, которые разрушаются хрупко при высоких скоростях нагружения. Альтернативным способом учета зависимости прочностных характеристик от скорости нагружения является введение понятий динамической прочности, динамического предела упругости материала и т.п., величины которых существенно превышают их статические значения. Экспериментальные величины динамической и статической прочности могут различаться на порядок или более [2, 3]. В работе [4] построена модель разрушения хрупких материалов, в которой не используются динамические прочностные характеристики материалов, а также зависимости свойств материалов от скорости деформации. Это стало возможным благодаря применению в предложенной модели динамического расширения сферической полости в хрупком материале концепции предельной скорости фронта разрушения N относительно материала, движущегося перед этим фронтом (*N* рассматривается как физическая характеристика материала). Таким образом, если скорость N равна или близка к скорости рэлеевских волн, то скорость фронта разрушения относительно неподвижного материала может превысить скорость рэлеевских волн, т.е. предельную скорость распространения трещин.

Эта концепция предложена В. Н. Николаевским в 1979 г. на основе анализа большого количества экспериментальных данных [2, 3]. Построенная модель позволяет описать такие механические эффекты, наблюдаемые в эксперименте [2, 3], которые не могут быть описаны в рамках альтернативной концепции предельных разрушающих напряжений [5, 6], не учитывающей конечность скорости фронта разрушения. В частности, можно объяснить такие механические эффекты, как возникновение напряжений выше статических предельных разрушающих напряжений и "задержка" разрушения (или "кажущееся время разрушения"), т.е. интервал времени от достижения предельного значения статического разрушающего напряжения до момента разрушения материала. Модель, построенная на концепции предельных скоростей фронтов разрушения, показывает, что в области между движущейся границей, где напряжения достигают величины статической прочности материала, и фронтом разрушения материал может выдерживать значительные динамические перегрузки. В настоящей работе упомянутые эффекты рассматриваются в области упругого предвестника и в области частично разрушенного материала.

Полная математическая формулировка модели и основные результаты ее исследования даны в работе [4], где эта модель применена для анализа процесса проникания в хрупкие материалы. Поэтому здесь ограничимся кратким описанием модели и анализом некоторых результатов расчетов напряженно-деформированного состояния.

На рис. 1 показана схема расширения сферической полости под действием внутреннего давления в пространстве из хрупкого материала в сферической системе координат и положения областей с различным состоянием материала. Рассматривается случай стационарного расширения полости, т.е.  $V_c = \text{const.}$  Области 0, 1, 2, 3 представляют соответственно зоны невозмущенного материала, упруго деформированного, материала, разрушенного радиальными трещинами (системой трещин нормального раскрытия) и раздробленного (системой трещин нормального раскрытия и сдвиговых трещин). Скорости распространения фронта ударной волны и двух фронтов разрушения обозначены соответственно  $D, C_{F1}$  и  $C_{F2}$ .



Рис. 1. Схема областей с различным состоянием материала при расширении сферической полости в хрупком материале.

Основная гипотеза модели предполагает, что скорость радиального движения фронта разрушения N относительно материала, движущегося перед этим фронтом со скоростью V, ограничена и представляет собой механическую характеристику материала,  $N = C_F - V$ .

Напряженно-деформированное состояние рассчитано для керамики АD995, механические свойства которой приведены ниже:

Е, ГПа	373,14
К, ГПа	231,8
V	0,232
Статическая прочность при сжатии У, ГПа	2,62
Статическая прочность при растяжении $\sigma_{\ell}$ , ГПа	0,462
Коэффициент зависимости давление – напряжение сдвига т	0,273
$ ho$ , r / cm $^3$	3,89
Касательное напряжение, соответствующее сдвиговому насыщению	
в разрушенном материале, <i>т</i> , ГПа	1,5
$N_1 = C_R$ (скорость волны Рэлея), м/с	5600
$N_2 = 0,71 C_R$ , м/с	3980
Скорость звука С, м/с	10560

**Упругий предвестник**. Согласно принятой модели, начиная с некоторой скорости расширения полости  $V_c^{\sigma_f}$ , напряжение  $\sigma_{\theta_1}$  за фронтом ударной волны начинает превышать предел прочности материала при растяжении  $\sigma_f$ . Однако разрушение материала в данной точке начинается лишь после того, как туда приходит фронт разрушения, движущийся со скоростью  $C_{F1}$ . Таким образом, возникает "задержка" разрушения материала, а напряжения разрушения превышают статический предел прочности. На рис. 2

показано распределение напряжения  $\sigma_{\theta 1}$  в упругом предвестнике ( $C_{F1}t \le r \le Ct$ ) в момент времени t = 1 мкс, при этом размер области динамической перегрузки материала  $l_e = (\xi_e - C_{F1})t$ , где  $\xi_e$  – корень уравнения  $\sigma_{\theta 1}(\xi_e) = \sigma_f$  (см. далее формулы (2)).



Рис. 2. Распределение напряжений в упругом предвестнике. (Сплошная линия –  $\sigma_r$ , штриховая –  $\sigma_{\theta}$ ,  $C_{F1}t$  – фронт разрушения, Ct – фронт ударной волны,  $l_e$  – зона динамической перегрузки,  $\Delta \sigma_e$  – величина перегрузки.)

Заметим, что на фронте ударной волны r = Ct значения напряжений  $\sigma_{r1d} = -\rho_0 V_{1d} C$ ,  $\sigma_{\theta 1d} = \sigma_{r1d} v(1-v)$  полностью совпадают с величинами, полученными Хантером [7] для расширения сферической полости в пластичном материале. Однако в области *l* (рис. 1) из-за других краевых условий на  $r = C_{F1}t$  напряжения  $\sigma_{r1}$  и  $\sigma_{\theta 1}$  отличаются от соответствующих значений, полученных Хантером. В частности, в этой области напряжение  $\sigma_{\theta 1}$  (рис. 2) изменяет знак и при  $r = C_{F1}t$  оно растягивающее, в то время как, согласно Хантеру, оно сжимающее всюду в этой области [7].

Радиальные  $\varepsilon_r = \partial u / \partial r$  и тангенциальные  $\varepsilon_{\theta} = u / r$  деформации в упругом предвестнике, в соответствии с законом Гука, определяются в виде

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - 2\nu \sigma_\theta); \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [(1 - \nu)\sigma_{\theta 1} - \nu \sigma_{r1}], \tag{1}$$

где напряжения  $\sigma_{r1}, \sigma_{\theta 1}$  определяются по формулам [4]

$$\sigma_{r1} = A/3 + B\xi^{-1}/2 + \hat{C}_1\xi^{-3} + Q\xi^{-4}; \quad \sigma_{\theta 1} = -\sigma_{r1}/2 + A/2;$$
(2)

$$\xi = r / t; \ A = -3K \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} \right); \ B = 2V_{1d}\rho_1 C^2; \ Q = 2V_{1d}^2\rho_1 C^4;$$

С. М. Иванов, В. В. Картузов, Б. А. Галанов, В. И. Трефилов

$$\hat{C}_1 = \sigma_{r1d}C^3 - AC^3/3 - BC^2/2 - Q/C.$$

Из (1) и (2) получаем радиальное перемещение

$$u(r, t) = -r \left( \frac{1+\nu}{2E} \sigma_r(\xi) + \frac{1-\nu}{2(1-2\nu)} \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} \right) \right),$$

где u(Ct, t) = 0, что вполне естественно для границы упругого предвестника с невозмущенным материалом.

В соответствии с (1) скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_r, \dot{\varepsilon}_{\theta}$  в упругом предвестнике находятся по формулам

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{1}{E} (\dot{\sigma}_{r1} - 2\nu \dot{\sigma}_{\theta 1}), \quad \dot{\varepsilon}_{\theta} = \frac{1}{E} [(1 - \nu) \dot{\sigma}_{\theta 1} - \nu \dot{\sigma}_{r1}].$$

Расчетная динамическая перегрузка материала  $\Delta \sigma_e = \sigma_\theta - \sigma_f$  и "задержка" его разрушения  $\Delta t_e = l_e / C_{F1}$  в зависимости от скорости расширения полости  $V_c$  приведены на рис. 3.



Рис. 3. Динамическая перегрузка  $\Delta \sigma_e$ ,  $\Delta \sigma_c$  (*a*) и "задержка" разрушения  $\Delta t_e$ ,  $\Delta t_c$  (*b*) в упругом предвестнике и области радиальных трещин:  $V_c^{\sigma_f} = 1090$  м/с;  $V_c^{Y} = 1030$  м/с.

**Область радиальных трещин**. В области материала, разрушенного радиальными трещинами,  $\sigma_{\theta 2} = 0$ , однако в радиальном направлении материал сохраняет свои упругие свойства. В этой области модель также прогнозирует возникновение перегрузки и связанной с ней "задержки" разрушения. На рис. 4 приведено распределение радиального напряжения  $\sigma_{r2}$  и указана область динамической перегрузки материала  $l_c = (\xi_c - C_{F2})t, \xi_c -$ корень уравнения  $\sigma_{r2}(\xi_c) = Y$ .

Деформации  $\varepsilon_r = \partial u / \partial r$ ,  $\varepsilon_{\theta} = u / r$  в зоне трещин определяются, в соответствии с законом Гука, следующим образом:

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_{r2}}{E}; \quad \varepsilon_\theta = -\frac{\nu}{E}\sigma_{r2},$$
 (3)

где напряжение  $\sigma_{r2}$  находим по формулам [4]

$$\sigma_{r2} = F\xi^{-1} + \hat{C}_2^{-2} - \frac{H\xi^{-4}}{2};$$
  
$$F = 2V_{2b}\rho_2 C_{F1}^2; \quad H = -2V_{2b}^2 \rho_2 C_{F1}^4; \quad \hat{C}_2 = \sigma_{r2b} C_{F1}^2 - FC_{F1} + \frac{H}{2C_{F1}^2}.$$

В соответствии с (3) скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_r, \dot{\varepsilon}_{\theta}$  в этой области определяются по следующим формулам:

$$\dot{\varepsilon}_r = \dot{\sigma}_{r2} / E; \quad \dot{\varepsilon}_\theta = - \dot{\sigma}_{r2} \nu / E.$$

Зависимости соответственно динамической перегрузки в материале  $\Delta \sigma_c = \tau_c - Y/2, \tau_c = |\sigma_r - \sigma_{\theta}|/2 = |\sigma_r|/2$  и "задержки" разрушения  $\Delta t_c = l_c / C_{F2}$  от скорости расширения полости  $V_c$  представлены на рис. 3.



Рис. 4. Распределение напряжений в области радиальных трещин:  $l_c$  – зона динамической перегрузки;  $C_{F2}t$  – второй фронт разрушения;  $C_{F1}t$  – первый фронт разрушения;  $\Delta \sigma_c$  – величина перегрузки.

Видно, что величина динамической перегрузки в обеих областях неограниченно возрастает, причем скорость ее роста увеличивается, в то время как скорость роста времени "задержки" уменьшается. В области растрескавшегося материала, начиная со скорости  $V_c \approx 1350$  м/с, перегрузка захватывает всю область, и "задержка" достигает своего максимального значения.

Заключение. Таким образом, модель динамического расширения сферической полости в хрупком материале, основанная на гипотезе существования предельных значений скоростей фронтов разрушения [4], позволяет проанализировать (в рамках принятых гипотез) связь напряженно-деформированного состояния материала с процессом распространения волн разрушения в нем. Основная особенность модели, которая отличает ее от альтер-

нативной концепции предельных разрушающих напряжений, заключается в возможности разрушения материала при напряжениях, которые значительно выше, чем статическая прочность материала, что приводит к кажущейся "задержке" разрушения. Эти механические эффекты превышения статической прочности и "задержки" разрушения, вызванные конечностью скорости разрушения, связаны со скоростью расширения сферической полости и монотонно возрастают с ее увеличением. Очевидно, что для ограничения величины динамической перегрузки в обеих зонах необходимо привлечение дополнительных предположений.

Авторы выражают благодарность У. Гучу и К. Франку (ARL, США) за поддержку настоящей работы.

## Резюме

На основі моделі розширення сферичної порожнини у крихких матеріалах, де використовується концепція граничних швидкостей фронтів руйнування, розглянуто напружено-деформований стан у зоні пружного передвісника й області матеріалу, зруйнованого радіальними тріщинами. Відзначено виникаючі в рамках цієї моделі механічні ефекти динамічного перевантаження та "запізнення" руйнування.

- 1. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. М.: Изд-во лит-ры по строительству, 1965. 448 с.
- 2. *Николаевский В. Н.* О динамике фронтов разрушения в хрупких телах // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1980. № 5. С. 106 115.
- Николаевский В. Н. Динамическая прочность и скорость разрушения // Механика. Новое в зарубежной науке. Удар, взрыв и разрушение. – 1981. – Вып. 26. – С. 166 – 203.
- 4. *Kartuzov V. V., Galanov B. A., Ivanov S. M.* Concept of ultimate fracture velocity in the analysis of spherical cavity expansion in brittle materials: Application to penetration problems // HVIS'98 (Hypervelocity Impact Symposium). Huntsville, Alabama, USA, 16 21 November, 1998.
- 5. *Satapathy S.* Application of Cavity Expansion Analysis to Penetration Problems. IAT.R0136, Institute for Advanced Technology, University of Texas at Austin, 1997.
- Satapathy S., Bless S. J. Calculation of penetration resistance of brittle materials using spherical cavity expansion analysis // Mech. Materials. – 1996. – 23. – P. 323 – 330.
- 7. Гопкинс Г. Динамические неупругие деформации металлов. М.: Мир, 1964. 160 с.

Поступила 04. 11. 99