

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 620.178.5:620.179

К анализу эффективности метода спектральной вибро-диагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщение 4. Анализ искажения гармоничности цикла колебаний стержневых элементов при наличии закрывающихся поперечных трещин

В. В. Матвеев, А. П. Бовсуновский

Институт проблем прочности НАН Украины, Киев, Украина

На основании асимптотического метода нелинейной механики и положений линейной механики разрушения получены аналитические зависимости, связывающие постоянную составляющую и амплитуды четных гармоник, а также отношения максимальных отклонений и полупериодов перемещений разного знака цикла колебаний призматических стержней с длиной закрывающейся поперечной трещины. Аналитическое решение сопоставляется с данными экспериментального определения указанных параметров при изгибных колебаниях консольного стержня прямоугольного поперечного сечения с краевой поперечной трещиной. Анализ результатов аналитических и экспериментальных исследований показал, что гармонический анализ формы волны деформации стержневых элементов при их резонансных колебаниях можно использовать в качестве эффективного диагностического метода обнаружения усталостного повреждения типа закрывающихся трещин.

Обозначения

- ω – собственная частота стержня без трещины
- ω_0 – собственная частота стержня с закрывающейся трещиной
- $\omega_{\text{осн}}$ – собственная частота стержня с открытой трещиной
- β' – относительное изменение собственной частоты колебаний стержня с закрывающейся трещиной
- L – длина стержня
- h – высота поперечного сечения стержня
- α – коэффициент относительного изменения жесткости стержня с трещиной
- l – длина трещины
- γ – относительная длина трещины
- x_T – координата сечения с трещиной

Введение. В сообщениях [1, 2] дано аналитическое решение задачи о продольных и изгибных колебаниях призматических стержневых элементов с поперечными трещинами, основанное на использовании асимптотического метода нелинейной механики и положений линейной механики разрушения, а в [3] представлены зависимости для определения изменения собственных частот продольных и изгибных колебаний призматических стержней с поперечными трещинами разного вида, размера и местоположения при различных краевых условиях и формах колебаний.

Цель данной работы – аналитическое определение относительных значений постоянной составляющей и амплитуд четных гармоник, а также отношений максимальных отклонений и полупериодов перемещений разного знака цикла колебаний призматических стержней с закрывающимися поперечными трещинами. Аналитическое решение сопоставляется с данными экспериментального определения указанных параметров при изгибных колебаниях консольного стержня прямоугольного поперечного сечения с краевой поперечной трещиной.

Оценка погрешности приближенного аналитического решения. Полученное ранее [1] с использованием асимптотического метода нелинейной механики во втором приближении решение нелинейного дифференциального уравнения, описывающего свободные и резонансные колебания стержневых элементов с закрывающейся трещиной, для случая изменения основной гармоники перемещения обобщенной массы по косинусоиде имело вид

$$u = a \left[\cos \varphi + \bar{a}_0 + \sum_{n=2,4,\dots} (-1)^{n/2} \bar{a}_n \cos n\varphi \right], \quad (1)$$

где

$$\bar{a}_0 = \frac{\alpha}{\pi}; \quad \bar{a}_n = \frac{2\alpha}{\pi(n^2 - 1)^2}. \quad (2)$$

При изменении основной гармоники по синусоиде решение преобразуется следующим образом:

$$u = a \left[\sin \varphi + \bar{a}_0 + \sum_{n=2,4,\dots} \bar{a}_n \cos n\varphi \right]. \quad (3)$$

Приведенные решения являются простыми и удобными для приближенной оценки зависимости наиболее представительных параметров гармонических составляющих цикла колебаний a_0 и a_2 от степени повреждений стержня, характеризуемой относительным изменением α его жесткости K . Коэффициент α определяется как разница продольной или изгибной жесткости стержня с трещиной на полуциклах его колебаний разного знака:

$$\alpha = \frac{K_- - K_+}{K_-}; \quad K_+ < K_- \quad (4)$$

Выражения для вычисления коэффициента α при продольных и изгибных колебаниях призматических стержней с поперечными трещинами разного вида и различными краевыми условиями представлены в сообщении 3 [3].

Приведенное в [4] разложение в ряд Фурье вида

$$u = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1,2,3,\dots} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi) \quad (5)$$

решения дифференциального уравнения свободных колебаний одномассовой кусочно-линейной системы, которая моделирует тело с трещиной и не имеет формальных ограничений по уровню нелинейности, определяет более сложные для анализа выражения коэффициентов гармонических составляющих:

$$A_n = \frac{2v_0 \omega_{\text{доб}}^2 \left(1 + \cos \pi n \frac{\omega_0}{\omega_{\text{осн}}}\right)}{T(\omega^2 - n^2 \omega_0^2)(\omega_{\text{осн}}^2 - n^2 \omega_0^2)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (6)$$

$$B_n = \frac{2v_0 \omega_{\text{доб}}^2 \sin \pi n \frac{\omega_0}{\omega_{\text{осн}}}}{T(\omega^2 - n^2 \omega_0^2)(\omega_{\text{осн}}^2 - n^2 \omega_0^2)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

где v_0 – скорость перемещения обобщенной массы m в начальный момент времени при смещении, равном нулю; T – период колебаний системы; $\omega_{\text{осн}}^2 = K_+/m$; $\omega^2 = K_-/m$; $\omega_{\text{доб}}^2 = \omega^2 - \omega_{\text{осн}}^2 = (K_- - K_+)/m$; $\omega_0 = 2\omega \omega_{\text{осн}} / (\omega + \omega_{\text{осн}})$.

Для сопоставимости решений (3) и (5) представим последнее в виде

$$u = B_1 \left[\sin \varphi + \bar{A}_1 \cos \varphi + \bar{A}_0 + \sum_{n=2,3,\dots} (\bar{A}_n \cos n\varphi + \bar{B}_n \sin n\varphi) \right]. \quad (8)$$

При этом коэффициенты \bar{A}_0 , \bar{A}_n и \bar{B}_n выразим через параметр α :

$$\bar{A}_0 = \frac{(Q^2 - 1)(R^2 - 1)}{Q^2 R^2 \sin(\pi/Q)}; \quad \bar{A}_n = \frac{(Q^2 - 1)(R^2 - 1)[1 + \cos(\pi n/Q)]}{(Q^2 - n^2)(R^2 - n^2) \sin(\pi/Q)}; \quad (9)$$

$$\bar{B}_n = \bar{A}_n \frac{\sin(\pi n/Q)}{1 + \cos(\pi n/Q)},$$

где

$$Q = \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha}}{2}; \quad R = \frac{Q}{\sqrt{1 - \alpha}}.$$

Приведенные в таблице расчетные величины коэффициентов A_n и B_n при значениях параметра $\alpha \leq 0,3$, наиболее важных в практическом отношении, т.е. представляющих интерес для диагностики ранних стадий повреждения, свидетельствуют о следующем. Во-первых, для основной гармоники определяющей является амплитуда при синусоиде B_1 . Во-вторых, из высших гармоник наиболее значима – вторая с определяющей амплитудой при косинусоиде A_2 . В-третьих, приближенное решение (3) обеспечивает приемлемую точность определения наиболее значимых параметров (\bar{a}_0, \bar{a}_2) гармонических составляющих цикла волны перемещения (деформации).

Относительная величина амплитуд некоторых высших гармоник

α	A_1/B_1	B_2/A_2	B_3/A_2	A_3/A_2	B_4/A_2	A_4/A_2	\bar{a}_0/\bar{A}_0	\bar{a}_2/\bar{A}_2
0,05	0,020	0,040	0,008	0,0005	0,003	0,040	0,972	0,973
0,10	0,041	0,083	0,017	0,0020	0,006	0,039	0,947	0,951
0,15	0,064	0,128	0,027	0,0050	0,010	0,038	0,921	0,929
0,20	0,088	0,177	0,036	0,0100	0,013	0,036	0,893	0,908
0,25	0,113	0,229	0,046	0,0160	0,016	0,034	0,864	0,889
0,30	0,141	0,287	0,056	0,0250	0,019	0,031	0,834	0,871

Однако следует заметить, что решения (3), как и (5), не предусматривают учет различия форм колебаний системы на разных полуциклах, что ограничивает их использование для систем с распределенными параметрами, обладающими малой нелинейностью.

Результаты аналитического решения. Рассмотрим в качестве вибрационных индикаторов повреждения постоянную составляющую \bar{a}_0 , амплитуду второй гармоники \bar{a}_2 , сумму амплитуд всех высших гармоник

$$\sum_{n=2,4,\dots} \bar{a}_n \approx 0,264 \frac{\alpha}{\pi},$$

зависимость которых от параметра α является линейной (рис. 1). Однако следует заметить, что это не обуславливает линейную зависимость указанных индикаторов от размера трещины, так как параметр α нелинейно зависит от относительной длины трещины, ее относительного расположения по длине стержня и относительной высоты поперечного сечения и формы колебаний последнего [2, 3]. Для некоторого представления о возможном соотношении между параметром α и конкретным повреждением на рис. 2 для трех форм изгибных колебаний консольного стержня прямоугольного поперечного сечения с отношением высоты сечения к длине стержня $h/L = 0,1$ показаны зависимости параметра α от относительной длины поперечной трещины γ ($\gamma = l/h$), расположенной на различном расстоянии x_T от заделки.

В качестве индикатора повреждения могут рассматриваться также относительные разности полупериодов $\Delta \bar{T}$ и максимальных отклонений $\Delta \bar{U}$ разного знака:

$$\Delta \bar{T} = \frac{T_+ - T_-}{T_+ + T_-} = \frac{1 - \sqrt{1 - \alpha}}{1 + \sqrt{1 - \alpha}}; \quad (10)$$

$$\Delta \bar{U} = \frac{U_+ - U_-}{U_+ + U_-} = \frac{\alpha}{\pi} \left[1 + \sum_{n=2,4,\dots} \frac{2}{(n^2 - 1)^2} \right]. \quad (11)$$

Заметим, что величина относительной разности полупериодов $\Delta \bar{T}$ соответствует значению ранее рассмотренного [3] в качестве индикатора повреждения относительного изменения собственной частоты колебаний стержня с трещиной (β'), т.е. $\Delta \bar{T} = \beta'$, а значение относительной разности максимальных отклонений $\Delta \bar{U}$ пропорционально постоянной составляющей ($\Delta \bar{U} \approx 1,264 \bar{a}_0$).

Зависимости $\Delta \bar{T}(\alpha)$ и $\Delta \bar{U}(\alpha)$ также представлены на рис. 1. Как видно, наиболее представительными индикаторами наличия трещины в порядке убывания их относительной величины являются $\Delta \bar{U}$, $\Delta \bar{T} = \beta'$, \bar{a}_0 , $\sum_{n=2,4,\dots} \bar{a}_n$ и \bar{a}_2 . Однако практическая значимость того или иного индикатора

будет зависеть от разрешающей способности соответствующей аппаратуры по измерению определяющих параметров этого индикатора. Кроме того, следует учитывать, что если для установления факта появления или оценки величины трещины при измерении собственной частоты колебаний стержня требуется знание ее исходного значения, то заметная величина какого-либо другого индикатора уже может свидетельствовать не только о наличии трещины, но в определенной мере и ее величине.

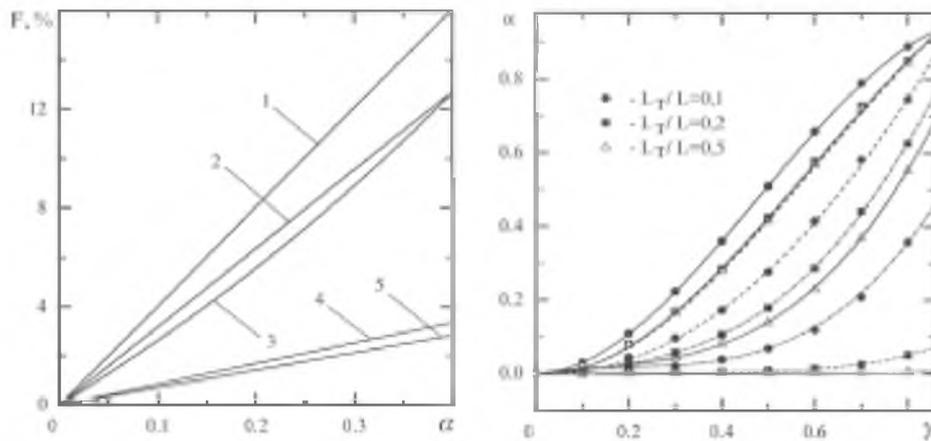


Рис. 1. Зависимость различных индикаторов повреждения F от параметра α : 1 - $F = \Delta \bar{U}$; 2 - $F = \bar{a}_0$; 3 - $F = \Delta \bar{T}$; 4 - $\sum_{n=2,4,\dots} \bar{a}_n$; 5 - $F = \bar{a}_2$.

Рис. 2. Зависимость параметра α от относительной длины трещины γ при различном ее местоположении для первой (сплошные линии), второй (штриховые линии) и третьей (штрихпунктирные линии) форм колебаний: 1 - $L_T/L=0,1$; 2 - $L_T/L=0,2$; 3 - $L_T/L=0,5$.

Необходимо также отметить, что качественный характер зависимости параметров \bar{a}_0 , \bar{a}_2 и $\Delta\bar{U}$ от относительной длины трещины γ , места ее расположения x_T и номера формы колебаний i будет аналогичен представленным в [3] зависимостям $\beta'(\gamma)$, $\beta'(x_T/L)$, $\beta'(i)$.

Результаты экспериментального исследования. Эксперимент проводили на установке КД-1М [5]. Исследовали изгибные колебания консольных образцов из сталей 15Х2НМФА и 08Х18Н10, имеющих прямоугольное поперечное сечение рабочей части. Относительная высота сечения h/L в первом случае составляла 0,0627, во втором – 0,133. На свободном конце образца из стали 08Х18Н10 подвешивался массивный груз.

Геометрические характеристики образцов и механические свойства сталей подробно описаны в работе [6].

Исследуемый образец жестко крепился в массивной раме, которая для виброизоляции подвешивалась на тонких стальных струнах. Использовали резонансный метод возбуждения колебаний образцов посредством электромагнитной системы, включающей генератор сигналов, усилитель и электромагниты. Изгибные колебания образцов по первой форме возбуждались в плоскости их наибольшей жесткости. Система регистрации деформации состояла из тензорезисторов, наклеиваемых на рабочую поверхность образца, тензоусилителя, цифрового вольтметра, осциллографа, частотомера, аналого-цифрового преобразователя и персонального компьютера.

Трещины усталости выращивались из предварительно нанесенного концентратора в заданном сечении рабочей части образца. Для гармонического анализа регистрируемой волны деформации использовались разработанные ранее методика и программное обеспечение [7].

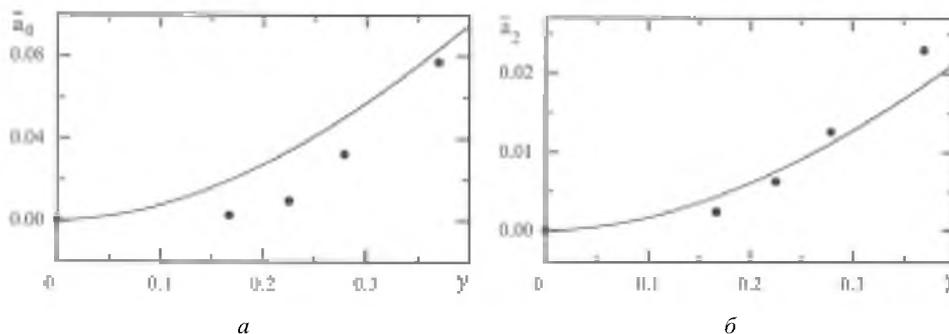


Рис. 3. Зависимость амплитуд нулевой (а) и второй (б) гармоник от относительной длины трещины γ для образца из стали 15Х2НМФА. (Точки – эксперимент, линия – расчет.)

Проведенные исследования в основном подтверждают результаты приближенного аналитического решения. При возникновении в образце трещины в наибольшей мере проявляются постоянная составляющая и амплитуда второй гармоники при косинусоиде, которые достаточно надежно обнаруживаются с помощью предложенной экспериментальной методики гармонического анализа и при весьма малых трещинах – $\gamma \approx 0,1$. Рост трещины приводит к существенному увеличению этих параметров. В ка-

честве иллюстрации на рис. 3 приведены зависимости $\bar{a}_0(\gamma)$, $\bar{a}_2(\gamma)$, рассчитанные для образца из стали 15Х2НМФА по формулам (2) с использованием полученных ранее выражений для коэффициента α [3].

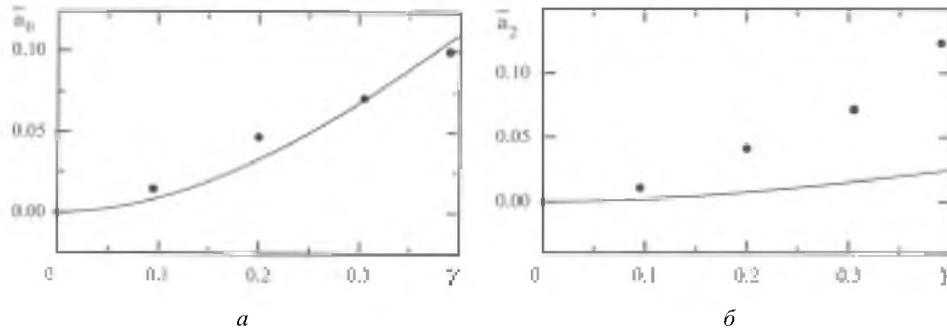


Рис. 4. Зависимость амплитуд нулевой (а) и второй (б) гармоник от относительной длины трещины γ для образца из стали 08Х18Н10. (Точки – эксперимент, линия – расчет.)

Для образца из стали 08Х18Н10 с грузом на конце получено хорошее соответствие результатов аналитического и экспериментального определения амплитуды нулевой гармоники (рис. 4,а). В то же время следует отметить, что для второй гармоники наблюдалось значительное отличие результатов расчета от эксперимента (рис. 4,б). Установлена также существенная зависимость экспериментальных данных от места расположения тензорезистора относительно трещины, что требует дальнейших исследований.

Заключение. Результаты аналитического и экспериментального исследования искажения гармоничности волны деформации при колебаниях призматических стержней с поперечными трещинами свидетельствуют о возможности использования гармонического анализа волны реального цикла деформации стержневых элементов при их резонансных колебаниях в качестве эффективного диагностического метода обнаружения усталостного повреждения типа закрывающихся трещин.

Предложенная экспериментальная методика гармонического анализа регистрируемого в эксперименте сигнала деформации позволяет надежно обнаруживать искажения гармоничности волны деформации, обусловленные весьма малыми трещинами. Наиболее значимыми индикаторами наличия закрывающейся трещины являются постоянная составляющая волны деформации и амплитуда второй гармоники при косинусоиде.

Резюме

На основі асимптотичного методу нелінійної механіки й положень лінійної механіки руйнувань отримано аналітичні залежності, які зв'язують постійну складову й амплітуди парних гармонік, а також відношення максимальних відхилень і напівперіодів переміщень різного знаку циклу коливань призматичних стержнів із довжиною поперечної тріщини, що закривається. Ана-

літичне рішення співставляється з даними експериментального визначення вказаних параметрів при згинальних коливаннях консольного стержня прямокутного поперечного перерізу з крайовою поперечною тріщиною. Аналіз результатів аналітичних і експериментальних досліджень показав, що гармонічний аналіз форми хвилі деформації стержневих елементів при їх резонансних коливаннях можна використовувати як ефективний діагностичний метод виявлення втомного пошкодження типу тріщин, що закриваються.

1. *Матвеев В. В.* К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщ. 1. Продольные колебания. Аналитическое решение // Пробл. прочности. – 1997. – № 6. – С. 5 – 20.
2. *Матвеев В. В., Бовсуновский А. П.* К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщ. 2. Изгибные колебания. Аналитическое решение // Там же. – 1998. – № 6. – С. 9 – 22.
3. *Матвеев В. В., Бовсуновский А. П.* К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщ. 3. Аналитическое и численное определение собственных частот продольных и изгибных колебаний стержней с поперечными трещинами // Там же. – 1999. – № 4. – С. 19 – 32.
4. *Ройтман А. Б., Пылов А. А., Александрова Н. Б.* Разработка эффективности методов вибрационной диагностики усталостных повреждений ответственных элементов конструкций. Сообщ. 1. Продольные колебания // Там же. – 1999. – № 2. – С. 23 – 34.
5. *Матвеев В. В.* Демпфирование колебаний деформируемых тел. – Киев: Наук. думка, 1985. – 375 с.
6. *Бовсуновский А. П.* К вопросу об определении собственной частоты поперечных и продольных колебаний стержня с трещиной. Сообщ. 2. Результаты эксперимента и расчета // Пробл. прочности. – 1999. – № 3. – С. 45 – 53.
7. *Bovsunovsky A. P., Kratko A. G.* The shape of mechanical hysteresis loop for metals under harmonic loading // Journal of Testing and Evaluation. – 1998. – 26, N 1. – P. 31 – 37.

Поступила 26. 04. 99