Даценко Н. В. **УДК 519.86**

ДИНАМІЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ ЕНТРОПІЇ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Вступ. Економічні системи, у своїй природі, відкриті, нелінійні та нерівноважні. Елементам таких систем притаманні самоорганізація, чутливість до випадковостей, що здатні перемикати режими еволюції. При вивченні самоорганізації складних економічних систем безумовно існує зв'язок між ентропійним підходом та методами нелінійної динаміки [7]. Нелінійність як явище має свої універсальні закономірності. Відмовившись від ентропійного підходу, дослідник ризикує пропустити важливі аспекти явища самоорганізації економічних систем. Крім того, характер взаємодії економічної системи та зовнішнього середовища, яке має на неї вплив, можливо визначити через співвідношення ентропії та негентропії.

Аналіз стану справ. У сучасних дослідженнях розвитку економічної системи все більшої ваги набуває аналіз динаміки подій з використанням поняття ентропії [2, 3, 7]. Практично усім публікаціям цієї тематики притаманний вербальний виклад.

Завдання та мета статті: побудувати функціональну залежність між ентропією та негентропією для економічної системи на підґрунті ММ. Явище описується у вигляді точкової моделі за допомогою системи звичайних диференційних рівнянь (ЗДР) першого порядку.

Виклад основного матеріалу. Отже, побудуємо математичну модель яка описує зміни ентропії і негентропії, та їх взаємодію в часі. Внутрісистемне виробництво $(f_1(S,H))$ ентропії (dS) в одиницю часу (dt), яке обумовлене продуктивною діяльністю системи, одночасно також характеризує зовнішню складову виробництва ентропії системою. Адже зовнішній обмін $(f_2(S,H))$ може активно здійснюватись тільки при інтенсивній внутрішній діяльності системи. Інтенсифікація останньої активізує виробництво ентропії. Тому можна стверджувати, що зовнішня діяльність системи з виробництва негентропії (dH) є функцією продуктивної дисипативної активності. У підсумку отримуємо систему нелінійних ЗДР першого порядку в загальному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{S}(t) = f_1(S,H) \\ \dot{H}(t) = f_2(S,H) \end{cases} \tag{1}$$

або

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = \alpha S + \delta H - \gamma SH \\ \dfrac{dH}{dt} = \kappa H - \varepsilon S \end{cases}, \tag{1a}$$

де $S(t)$ *та* $H(t)$ - функції, що описують у деякий момент часу t кількість ентропії та негентропії відповідно; $(\alpha S + \delta H)$ - адитивна взаємодія S та H; $(-\gamma SH)$ - кінетична складова, яка відображає мультиплікативну взаємодію S та H; $(\kappa H - \varepsilon S)$ - швидкість взаємодії S та H. Структурно ММ (1а) нагадує знамениту систему рівнянь Вольтерра-Лотки [1, 5].

Постає цілком слушне запитання: яких числових значень мають набувати скалярні коефіцієнти $\alpha, \delta, \gamma, \kappa, \varepsilon$ у системі ЗДР (1а)? Проведення якісного аналізу нелінійної динамічної системи (1а) складається з наступних етапів:

1. Пошук рівноважних або особливих точок, розв'язуючи нелінійну алгебраїчну систему (2):

$$\begin{cases} \alpha S + \delta H - \gamma SH = 0 \\ \kappa H - \varepsilon S = 0 \end{cases} \tag{2}$$

З другого рівняння системи (2) отримаємо $S = \frac{\kappa}{\varepsilon} H$ і підставимо цей вираз в перше рівняння $\alpha \frac{\kappa}{\varepsilon} H + \delta H - \gamma \frac{\kappa}{\varepsilon} H^2 = 0$. Виконавши необхідні перетворення отримаємо дві особливі точки:

- перша $(\overline{S}_1, \overline{H}_1) = (0;0)$ - так звана тривіаль;
- друга $(\overline{S}_2, \overline{H}_2) = \left(\frac{\alpha\kappa}{\varepsilon\gamma} + \frac{\delta}{\gamma}; \frac{\alpha\kappa + \varepsilon\delta}{\gamma\kappa} \right)$, яка і є точкою рівноваги.

2. Матриця лінеаризації (матриця Якобі) ММ (1а) матиме вид:

$$J(\bullet) = \begin{pmatrix} \alpha - \gamma\overline{H} & \delta - \gamma\overline{S} \\ -\varepsilon & \kappa \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Тоді отримаємо $M = J(\bullet)$; $Sp\,M = \alpha - \gamma\overline{H} + \kappa$ - слід матриці M; $det\,M = \kappa\alpha + \varepsilon\delta - \kappa\gamma\overline{H} - \varepsilon\gamma\overline{S}$ - визначник матриці M другого порядку.

3. Для дослідження характеру особливих точок, необхідно визначити знак $Sp\,M$ та $det\,M$ в кожній точці:

- перша точка $Sp\,M_{(\bar{S}_1,\bar{H}_1)} = \alpha + \kappa;\ Sp\,M_{(\bar{S}_1,\bar{H}_1)} > 0;\quad det\,M_{(\bar{S}_2,\bar{H}_2)} = \kappa\alpha + \varepsilon\delta;\ det\,M_{(\bar{S}_2,\bar{H}_2)} > 0$ - має місце нестійка особлива точка.
- друга $Sp\,M_{(\bar{S}_2,\bar{H}_2)} = \kappa - \dfrac{\varepsilon\delta}{\kappa};\quad det\,M_{(\bar{S}_2,\bar{H}_2)} = -\kappa\alpha - \varepsilon\delta;\ det\,M_{(\bar{S}_2,\bar{H}_2)} < 0$ - має місце сідлова точка, а саме нестійкий фокус.

Характеристика особливих точок вказує на те, що дана економічна система є нестійкою і тому є доцільним її дослідження з використанням понять ентропії та негентропії. Якісний аналіз також дозволив визначити певні обмеження на коефіцієнти ММ (1а), а саме: $(\varepsilon = \gamma = \kappa) \neq 0,\ \alpha\kappa + \varepsilon\delta \neq 0$.

Замість системи рівнянь (1а) можна розглядати одне ЗДР першого порядку.

$$\frac{dS}{dH} = \frac{\alpha S + \delta H - \gamma SH}{\kappa H - \varepsilon S}, \tag{4}$$

поділивши перше рівняння моделі на друге. Таким чином, рівняння (4) описує швидкість змінюваності ентропії залежно від величини негентропії. Елементарними перетвореннями від диференційної рівності (4) перейдемо до подвійної нерівності

$$\frac{\alpha S + \delta H}{\kappa H} \le \frac{dS}{dH} \le \frac{\alpha S + \delta H}{\kappa H - \varepsilon S}. \tag{5}$$

Таким чином, зліва маємо мінорантну оцінку величини $\dfrac{dS}{dH}$, а справа – мажорантну.

Запишемо перше наближення рівняння (4) при $\kappa = \gamma = \alpha = \delta = 1, \varepsilon = 2$, використовуючи метод наближеного інтегрування С.А. Чаплигіна. Згідно алгоритму цього методу отримуємо:

- міноранта $u_1(H) = H$;
- мажоранта $v_1(H) = \dfrac{1}{H}\left(e^H - 1\right) + 2H - 1$;
- двостороння нерівність $H \le S(H) \le \dfrac{1}{H}\left(e^H - 1\right) + 2H - 1$;
- відповідно функція зміни ентропії залежно від негентропії має вигляд:

$$S(H) = \frac{3}{2}H - \frac{1}{2} + \frac{e^H - 1}{2H}. \tag{4}$$

Визначимо оцінку похибки Δ для першого наближення на інтервалі $[H_0; H_n]$, де $H_0 = 0$, яке знаходиться з умови $j(u_0) = 0$. Аналогічно знаходимо $H_n = 3$ тільки за умови вже що $j(v_0) = 0$. Тоді ширину нашого «коридору» знайдемо, як

$$\Delta = \tfrac{1}{2}\max_{H\in[1;3]}\left(v_1(H) - u_1(H)\right) = \tfrac{1}{2}\max_{H\in[1;3]}\left(\frac{1}{H}\left(e^H - 1\right) + 2H - 1 - H\right) = \frac{e^3 + 5}{6} \approx 4{,}1799$$

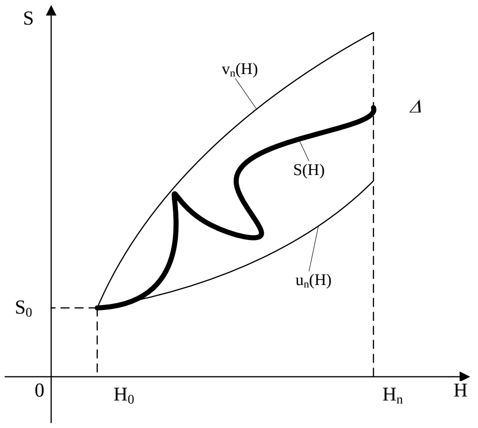

Рис. 1. Геометрична інтерпретація диференційних нерівностей за методом С.А. Чаплигіна.

Отже, у такий спосіб було знайдено функцію залежності ентропії від негентропії та побудовано двосторонній «коридор» для неї, ширина якого складає 4,18. Аналогічним чином можна було розглянути залежність негентропії $H(S)$ від ентропії S.

Висновки. В даній праці на прикладі ММ розглянуте питання взаємодії ентропії та негентропії економічних систем. Побудовано двосторонню нерівність – в межах якої мають відбуватись процеси взаємодії цих характеристик. Проведено якісний аналіз поведінки розв'язків згадуваної вище моделі, і, як наслідок, аналіз щодо стійкості економічної системи.

Джерела та література:
1. Коляда Ю. В. Адаптивна парадигма моделювання економічної динаміки : монографія / Ю. В. Коляда. – К. : КНЕУ, 2011. – 297 с.
2. Мельник Л. Г. Фундаментальные основы развития / Л. Г. Мельник. – Сумы : ИТД «Университетская книга», 2003. – 288 с.
3. Прангишвили И. В. Энтропийные и другие системные закономерности: Вопросы управления сложными системами / И. В. Прангишвили; Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова. – М. : Наука, 2003. – 428 с.
4. Чаплыгин А. С. Новый метод приближеного интегрирования дифференциальных уравнений / А. С. Чаплыгин. – М., Л. : Изд-во Техническо-теоретической литературы, 1950. – 103 с.
5. Чимшит С. И. Управление потенциалом сложных социально-экономических систем : монографія / С. И. Чимшит. – Д. : Монолит, 2008. – 362 с.
6. Чуличков А. И. Математическое моделирование нелинейной динамики / А. И. Чуличков. – 2-е изд., испр. – М. : ФИЗМАЛИТ, 2003. – 296 с.
7. Янковский Н. А. Повышение эффективности внешнеэкономической деятельности крупного производства : монография / Н. А. Янковский. – Донецк, 2000. – 500 с.

Дербенцев В.Д. **УДК 338.12.144.4**

ДІАГНОСТИКА ПЕРЕДКРИЗОВИХ СТАНІВ У СВІТОВІЙ ЕКОНОМІЦІ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНДИКАТОРІВ ПЕРЕДВІСНИКІВ

I. Вступ. В умовах відкритого ринку та посилення глобалізаційних процесів значно зросла нестабільність світової економіки. Непропорційно значне зростання фінансового сектору в порівнянні з реальним, стрімке збільшення обсягу спекулятивних операцій та спекулятивного капіталу, надування фінансових «міхурів» – ці та інші фактори призвели до розгортання світової фінансово-економічної кризи 2008-2010 рр., яка виявила нестійкість та вразливість не тільки окремих країн та регіонів, а і світової економіки в цілому.

Тому аналіз причин, виявлення передвісників економічних криз та визначення кількісних критеріїв ідентифікації передкризових станів належить до однієї із найбільш актуальних задач сучасної теоретичної та прикладної науки. Питанням аналізу та розробки сучасних підходів ідентифікації передкризових станів для окремих країн та регіонів присвячено багато теоретичних та емпіричних досліджень, що ґрунтуються на застосуванні сигнального підходу, фрактальних методах аналізу часових рядів, нелінійній динаміці та синергетиці тощо [1-6].

II. Постановка завдання. Метою статті є визначення універсальних індикаторів-передвісників глобальних циклічних криз у світовій економіці.

III. Результати. Необхідність розробки індикаторів-передвісників фінансово-економічних криз була усвідомлена наприкінці XX ст. внаслідок посилення негативних тенденцій та кризових явищ у багатьох країнах світу. Впродовж останніх десятиріч багато дослідників намагалися визначити індикатори-передвісників кризових явищ (див., наприклад, [2]). При цьому, як правило, головна увага приділялась аналізу макроекономічних показників, що відображали стан фінансово-економічної системи окремої країни, або певного регіону.

Численні емпіричні дослідження (зокрема, [2,3]) свідчать, що для діагностики стану окремих країн корисними виявились індикатори, що характеризують темпи економічного зростання, стан платіжного балансу та зовнішнього боргу, показники, що характеризують валютно-курсову та грошово-кредитну політику тощо (табл. 1). Таким чином застосування сигнального підходу виявилось ефективним для випадку, коли кризи мали локальний (або регіональний) характер.

Особливість сучасної кризи полягає у тому, що вона виникла на тлі бурхливого процесу глобалізації, в умовах, коли світове господарство перетворилося на єдину взаємопов'язану систему. Це зумовило стрімке розповсюдження кризи та її руйнівні наслідки для світової економіки в цілому.

Тому виявляється доцільним спробувати виявити універсальні індикатори, які б характеризували стан світової економіки як цілісної системи. На наш погляд, в якості таких індикаторів можна використати ціни на енергоресурси та дорогоцінні метали з наступних міркувань.

Оскільки енергія є головним виробничим ресурсом, то структура та рівень енергоспоживання, в першу чергу, характеризують стан як світової, так і національних економік, рівень та якість життя населення, окрім цього існує щільний взаємозв'язок між енергоспоживанням те економічним ростом.

На сучасному етапі домінуючим енергоносієм у світі поки що є нафта. Аналіз динаміки розвитку світової економіки свідчить про наявність періодичних стрімких стрибків у цінах на домінуючи енергоносії, що співпадають з періодом зміни великих циклів Кондрат'єва. Ці сплески відбуваються в середньому протягом 10 років та характеризують початок структурних зрушень у енергоспоживанні. На наш погляд, ці сплески можна вважати передвісниками глобальних циклічних криз у економічній та фінансовій системі.

Коли економіка знаходиться у підвищувальній фазі циклу Кондрат'єва і сприятлива кон'юнктура світового ринку постійно зростає, то ціни, згідно з теорією кондрат'євських циклів, знаходяться на низькому стаціонарному рівні, що визначається ціною виробництва та транспортування. Але як тільки відбувається значне погіршення кон'юнктури світового ринку на спадаючій фазі циклу, капітал починає