5. Іщук С. Концептуальні засади формування та розвитку виробничого потенціалу промислових підприємств / С. Іщук // Регіональна економіка. – 2005. – № 3. – С. 48-56.
6. Лещинер Р. Е. Научно-технический потенциал современного производства / Р. Е. Лещинер. – М. : Знание, 1988. – 33 с.
7. Мощинська В. А. Управління виробничими потужностями в машинобудуванні : автореф. дис. ... канд. екон. наук / В. А. Мощинська; НАН України, Ін-т економіки пром-сті. – Донецьк, 2004. – 20 с.
8. Научно-технический потенциал отрасли. – М. : Экономика, 1984. – 28 с.
9. Перерва П. Г. Маркетинг инновационного процесса : учеб. пособие / П. Г. Перерва, Н. П. Гончарова, А. И. Яковлев. – К. : Вира-М, 1998. – 267 с.
10. Райзберг Б. А. Курс экономики : учеб. / Б. А. Райзберг, Е. Б. Стародубцева. – М. : Инфра-М, 2010. – 672 с.
11. Федулова І. В. Інноваційний адаптаційний потенціал підприємства / І. В.Федулова // Формування ринкових відносин в Україні. – 2008. – № 10 (89). – С. 59-64.
12. Хейнман С. А. Производственный и научно-технический потенциал СССР / С. А. Хейнман // Вопросы экономики. – 1982. – № 7. – С. 11-18.
13. Чередниченко О. А. Теоретичні підходи до визначення категорії «Виробничий потенціал» / О. А. Чередниченко, А. О. Заїнчковський // Економіка. – 2011. – № 39. – С. 149-152.
14. Яковлев А. І. Економічна сутність та методичні основи визначення рівня потенціалу виробничої системи / А. І. Яковлев, О. П. Косенко // Маркетинг і менеджмент інновацій. – 2011. – № 2. – С. 172-178.

Горбачук В.М. **УДК 519.8**

ОСОБЛИВОСТІ РЕГРЕСІЇ МОДЕЛЕЙ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ЛАГАМИ

Постановка проблеми полягає у потребі коректного аналізу часових рядів [2, 6] при експоненційному зростанні обсягів наявних даних.

Аналіз проблеми містять книги з часових рядів, зокрема сучасні книги [3, 6].

Нерозв'язана проблема – це, наприклад, залежність інвестицій в житло на душу населення від ціни житла, яку вивчав Нобелівський лауреат 2000 р. МакФадден (США) [5].

Мета роботи – розробка прикладного аналізу часових рядів [1–3, 6].

Модель з нескінченно розподіленими лагами (infinite distributed lag model) пов'язує значення y_t змінної y в момент часу $t=\ldots,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$ зі значеннями z_t, z_{t-1}, $z_{t-2},\ldots$ змінної z в усі моменти часу до моменту t:

$$y_t = u_t + \alpha + \delta_t z_t + \delta_{t-1} z_{t-1} + \delta_{t-2} z_{t-2} + \ldots, \tag{1}$$

де: u_t – значення похибки в момент часу t; α, δ_t, δ_{t-1}, $\delta_{t-2},\ldots$ – деякі параметри. Більш реалістична модель зі скінченно розподіленими лагами (finite distributed lag model) пов'язує значення y_t зі значеннями z_t, z_{t-1}, $z_{t-2},\ldots$, z_{t-k} змінної z в $(k+1)$ послідовних моментів до моменту t включно:

$$y_t = u_t + \alpha + \delta_t z_t + \delta_{t-1} z_{t-1} + \delta_{t-2} z_{t-2} + \ldots + \delta_{t-k} z_{t-k}.$$

Те, що вплив на y_t віддаленіших у часі значень z_t, $z_{t\pm1}$, $z_{t\pm2},\ldots$ є меншим, ніж ближчих, означає

$$\delta_{t-i} \to 0 \text{ при } |t-i| \to \infty. \tag{2}$$

Якщо $z_t = 1$, $z_{t-i} = 0$ при $i = \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$, $t = \ldots,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$, то $y_t = u_t + \alpha + \delta_t$, звідки при стандартному припущенні

$$E(u_t) = 0 \tag{3}$$

маємо $E(y_t) = \alpha + \delta_t$. Тоді, враховуючи (2), $E(y_t) \to \alpha$ при $t \to \infty$.

Якщо $z_t = 1 = z_{t+1}$, $z_{t-i} = 0$ при $i = 1, \pm2, \pm3, \ldots$, $t = \ldots,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$, то

$$y_{t-1} = u_{t-1} + \alpha + \delta_{t-1} z_{t-1} = u_{t-1} + \alpha, \qquad E(y_{t-1}) = \alpha,$$

$$y_t = u_t + \alpha + \delta_t z_t = u_t + \alpha + \delta_t, \qquad E(y_t) = \alpha + \delta_t,$$

$$y_{t+1} = u_{t+1} + \alpha + \delta_{t+1} z_{t+1} + \delta_t z_t = u_{t+1} + \alpha + \delta_{t+1} + \delta_t = y_{t+j}, \quad j = 1, 2, \ldots,$$

$$E(y_{t+j}) = \alpha + \delta_{t+1} + \delta_t \to \alpha \text{ при } t + j \to \infty.$$

Якщо $z_t = 1 = z_{t+i}$, $z_{t-i} = 0$ при $i = 1, 2, 3, \ldots$, $t = \ldots,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$, то

$$y_{t+j} = u_{t+j} + \alpha + \delta_t z_t + \delta_{t+1} z_{t+1} + \ldots + \delta_{t+j} z_{t+j}, \quad j = 1, 2, \ldots,$$

$$E(y_{t+j}) = \alpha + \delta_t + \delta_{t+1} + \ldots + \delta_{t+j}. \tag{4}$$

Для виконання співвідношення (4) замість припущення (3) достатньо припущення строгої екзогенності (strict exogeneity)

$$E(u_t\,|\ldots, z_{t-2}, z_{t-1}, z_t, z_{t+1}, z_{t+2}, \ldots) = 0 .$$

Ще слабшим припущенням є

$$E(u_t\,|\,z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, \ldots) = 0 , \qquad (5)$$

яке допускає залежність u_t від майбутніх значень z_{t+1}, z_{t+2}, $z_{t+3}, \ldots$ Залежність z_{t+1}, z_{t+2}, $z_{t+3}, \ldots$ від y_t означає вплив y_t на майбутні значення z_{t+1}, z_{t+2}, $z_{t+3}, \ldots$ Оскільки, як правило, модель (1) загалом не є динамічно повною, то можлива серійна кореляція послідовності $\{u_t\}$.

Властивість (2) має модель з геометрично розподіленими лагами (geometric distributed lag, GDL) Койка (Koyck), де

$$\delta_{t\pm j} = \gamma\,|\rho|^j, \; j = 0, 1, 2, \ldots , \qquad (6)$$

$$|\rho| < 1, \qquad (7)$$

γ, ρ – деякі параметри (не завжди додатні). З рівняння (4) випливає $E(y_{t+j}) \to \alpha + LRP$ при $j \to \infty$, де $LRP = \sum_{j=0}^{\infty} \delta_{t+j}$ – довготривала схильність (long run propensity). За умови (6) маємо $LRP = \frac{\gamma}{1-\rho}$.

Зі співвідношень (1), (5) випливає

$$y_t = u_t + \alpha + \gamma\, z_t + (\gamma\rho\, z_{t-1} + \gamma\rho^2 z_{t-2} + \ldots), \qquad (8)$$

$$y_{t-1} = u_{t-1} + \alpha + \gamma\, z_{t-1} + \gamma\rho\, z_{t-2} + \gamma\rho^2 z_{t-3} + \ldots , \qquad (9)$$

$$\rho\, y_{t-1} = \rho u_{t-1} + \rho\alpha + (\gamma\rho\, z_{t-1} + \gamma\rho^2\, z_{t-2} + \gamma\rho^3 z_{t-3} + \ldots) =$$
$$= \rho u_{t-1} + \rho\alpha + y_t - u_t - \alpha - \gamma\, z_t ,$$

$$y_t = \alpha(1-\rho) + \rho\, y_{t-1} + \gamma\, z_t + u_t - \rho u_{t-1},$$

$$y_t = \alpha_0 + \rho\, y_{t-1} + \gamma\, z_t + v_t , \qquad (10)$$

де похибка

$$v_t = u_t - \rho u_{t-1} \qquad (11)$$

загалом корелює з y_{t-1} в силу залежності (9),

$$\alpha_0 = \alpha(1-\rho). \qquad (12)$$

Тому звичайний метод найменших квадратів (ЗМНК; ordinary least squares; OLS) для залежності (10) дає несумісні (inconsistent) оцінки для ρ, γ.

Зі співвідношень (3) і (11) випливає $E(v_t) = E(u_t) - \rho E(u_{t-1}) = 0$, звідки в силу співвідношення (9)

$$Cov(v_t, y_{t-1}) = E(v_t y_{t-1}) - E(v_t)\,E(y_{t-1}) =$$
$$= E[(u_t - \rho u_{t-1})(u_{t-1} + \alpha + \gamma\, z_{t-1} + \gamma\rho\, z_{t-2} + \ldots)] =$$
$$= -\rho E(u_{t-1}u_{t-1}) = -\rho Var(u_{t-1}) = -\rho(\sigma_u)^2$$

за умов (3) і (5), за умови відсутності серійної кореляції

$$E(u_t u_{t-j}) = 0, \; j = 1, 2, 3, \ldots , \qquad (13)$$

та умови

$$Var(u_t) = \sigma_u = const . \qquad (14)$$

Оскільки за умов (13) і (14) виконуються рівності

$$E(v_t v_{t-1}) = E[(u_t - \rho u_{t-1})(u_{t-1} - \rho u_{t-2})] =$$
$$= E(u_t u_{t-1}) - \rho E(u_t u_{t-2}) - \rho E(u_{t-1}u_{t-1}) + \rho^2 E(u_{t-1}u_{t-2}) = -\rho(\sigma_u)^2 ,$$

$$E(v_t v_{t-j}) = E[(u_t - \rho u_{t-1})(u_{t-j} - \rho u_{t-j-1})] =$$
$$= E(u_t u_{t-j}) - \rho E(u_t u_{t-j-1}) - \rho E(u_{t-1}u_{t-j}) + \rho^2 E(u_{t-1}u_{t-j-1}) = 0, \; j = 2, 3, \ldots ,$$

то $\{v_t\}$ – процес рухомого середнього (moving average) порядку 1. Тому модель (10) має лагову залежну змінну та певну серійну кореляцію.

Оскільки за припущень (3) і (5) задовольняється рівність

$$Cov(z_t, v_t) = E(z_t v_t) - E(z_t)\,E(v_t) = E[z_t(u_t - \rho u_{t-1})] = E(z_t u_t) - \rho E(z_t u_{t-1}) = 0 ,$$

то параметри залежності (10) можна оцінити, коли знайти прийнятну інструментальну змінну (instrumental varaible) для y_{t-1}. Аналогічно

$$Cov(z_{t-1}, v_t) = E(z_{t-1}v_t) - E(z_{t-1})\,E(v_t) = E[z_{t-1}(u_t - \rho u_{t-1})] = 0.$$

Зважаючи на нерівність

$$Cov(z_{t-1}, y_{t-1}) = E(z_{t-1}y_{t-1}) - E(z_{t-1})\,E(y_{t-1}) =$$
$$= E[(z_{t-1}(u_{t-1} + \alpha + \gamma\, z_{t-1} + \gamma\rho\, z_{t-2} + \ldots)] - E(z_{t-1})\,E(y_{t-1}) \neq 0,$$

для оцінювання параметрів залежності (10) можна використати інструменти z_t, z_{t-1}. Водночас стандартні похибки мають враховувати серійну кореляцію $\{v_t\}$.

Якщо інструментальні змінні знайти важко, то можна припустити наявність моделі AR(1) авторегресії (autoregression) для послідовності $\{u_t\}$:

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t, \qquad (15)$$

$$E(e_t \mid z_t, y_{t-1}, z_{t-1}, \ldots) = 0. \qquad (16)$$

Тоді

$$e_t = u_t - \rho u_{t-1},$$

а модель

$$y_t = \alpha_0 + \gamma z_t + \rho y_{t-1} + e_t \qquad (17)$$

є динамічно повною, для якої ЗМНК дає сумісні, асимптотично нормальні оцінювачі параметрів. Така модель досить зручна, бо не має потреби звертати увагу на серійну кореляцію похибок $\{e_t\}$ (або припущення гомоскедастичності $Var(e_t \mid z_t, y_{t-1}) = \sigma_e = const$). Якщо $\tilde{\gamma}$ та $\tilde{\rho}$ – оцінки для γ та ρ відповідно, то

$$LRP = \frac{\tilde{\gamma}}{1-\tilde{\rho}}. \qquad (18)$$

Зазвичай припущення (15), (16) не є жорсткішими, ніж припущення (13). Для процесу AR(1)

$$u_t = \lambda u_{t-1} + e_t$$

розроблено тест множників Лагранжа для перевірки гіпотези $H_0: \lambda = \rho$, який можна здійснити після застосування ЗМНК до залежності (17) [4].

Модель (7) з одним часовим рядом $\{z_t\}$ можна поширити на випадок з рядами $\{z_{1t}\}$, $\{z_{2t}\}$:

$$y_t = u_t + \alpha + \gamma_1 z_{1t} + \gamma_2 z_{2t} + (\gamma_1 \rho z_{1t-1} + \gamma_2 \rho z_{1t-1} + \ldots).$$

Тоді аналогічно до залежності (10) отримаємо

$$y_t = \alpha_0 + \rho y_{t-1} + \gamma_1 z_{1t} + \gamma_2 z_{2t} + v_t,$$

а аналогічно до залежності (17) –

$$y_t = \alpha_0 + \gamma_1 z_{1t} + \gamma_2 z_{2t} + \rho y_{t-1} + e_t.$$

Використовуючи підхід інструментальних змінних до оцінювання γ_1, γ_2, ρ, інструментами для y_{t-1} є z_{1t-1}, z_{2t-1}. Це дає одне обмеження надідентифікації (overidentifying restriction), яке підлягає перевірці як гіпотеза.

Модель з раціонально розподіленими лагами (rational distributed lags, RDL) узагальнює модель (9) [3], бо права частина містить також z_{t-1}:

$$y_t = \alpha_0 + \rho y_{t-1} + \gamma_0 z_t + \gamma_1 z_{t-1} + v_t, \qquad (19)$$

де має місце також рівність (11). Тому

$$y_{t-1} = \alpha_0 + \rho y_{t-2} + \gamma_0 z_{t-1} + \gamma_1 z_{t-2} + v_{t-1},$$

$$y_{t-2} = \alpha_0 + \rho y_{t-3} + \gamma_0 z_{t-2} + \gamma_1 z_{t-3} + v_{t-2},$$

звідки за нерівності (7), враховуючи рівність (12), отримуємо модель виду (1):

$$\begin{aligned}
y_t &= \alpha_0 + \gamma_0 z_t + \gamma_1 z_{t-1} + v_t + \rho(\alpha_0 + \rho y_{t-2} + \gamma_0 z_{t-1} + \gamma_1 z_{t-2} + v_{t-1}) = \\
&= \alpha_0 + \rho\alpha_0 + \gamma_0 z_t + \rho\gamma_0 z_{t-1} + \gamma_1 z_{t-1} + \rho\gamma_1 z_{t-2} + v_t + \rho v_{t-1} + \rho^2 y_{t-2} = \\
&= \alpha_0 + \rho\alpha_0 + \gamma_0 z_t + \rho\gamma_0 z_{t-1} + \gamma_1 z_{t-1} + \rho\gamma_1 z_{t-2} + v_t + \rho v_{t-1} + \\
&+ \rho^2(\alpha_0 + \rho y_{t-3} + \gamma_0 z_{t-2} + \gamma_1 z_{t-3} + v_{t-2}) = \\
&= \alpha_0(1+\rho) + \gamma_0(z_t + \rho z_{t-1}) + \gamma_1(z_{t-1} + \rho z_{t-2}) + \\
&+ \rho^2(\alpha_0 + \rho y_{t-3} + \gamma_0 z_{t-2} + \gamma_1 z_{t-3} + v_{t-2}) + u_t - \rho u_{t-1} + \rho(u_{t-1} - \rho u_{t-2}) = \\
&= \alpha + \gamma_0 z_t + (\gamma_0\rho + \gamma_1) z_{t-1} + \rho(\gamma_0\rho + \gamma_1) z_{t-2} + \rho^2(\gamma_0\rho + \gamma_1) z_{t-3} + \ldots + u_t,
\end{aligned}$$

де множник впливу (impact multiplier) (схильність впливу (impact propensity)) $\delta_t = \gamma_0$ може мати будь-який знак $\forall\rho$, а при $\rho > 0$ параметр $\delta_{t-k} = \rho^{k-1}(\gamma_0\rho + \gamma_1)$ має такий же знак, як $(\gamma_0\rho + \gamma_1)$, $k = 1, 2, \ldots$

Щоб обчислити довготривалу схильність $LRP = \sum_{j=0}^{\infty} \delta_{t-j}$, у (18) вважаємо, що y_t прямує до деякого y^* при $t \to \infty$, z_t – до деякого z^*, а v_t – до 0:

$$y^* = \alpha_0 + \rho y^* + \gamma_0 z^* + \gamma_1 z^*,$$

звідки

$$y^* = \frac{\alpha_0}{1-\rho} + \frac{(\gamma_0+\gamma_1)\, z^*}{1-\rho} = \alpha + \frac{(\gamma_0+\gamma_1)\, z^*}{1-\rho}, \quad \Delta y^* = \frac{(\gamma_0+\gamma_1)\,\Delta z^*}{1-\rho}.$$

Звідси, користуючись властивістю

$$LRP = \frac{\Delta y^*}{\Delta z^*},$$

знаходимо значення

$$LRP = \frac{\gamma_0+\gamma_1}{1-\rho}, \tag{20}$$

яке в силу нерівності (7) має такий же знак, як $(\gamma_0+\gamma_1)$; $LRP = 0 \Leftrightarrow \gamma_0+\gamma_1 = 0$.

Спираючись на часові ряди для інвестицій у житло США та для інфляції (росту індексу) житлових цін США [5], можна застосувати ЗМНК до оцінки параметрів залежностей GDL (17) і RDL (19).

Таблиця 1. Населення N (тис. чол.) [6], реальні інвестиції I (у млн. дол. 1982 р.) у житло та індекс P ціни житла (рівний 1 у 1982 р.) США для кожного року Y = 1946,…, 1988 [5]

Y	**1947**	**1948**	**1949**	**1950**	**1951**	**1952**	**1953**	**1954**	**1955**	**1956**	**1957**	**1958**	**1959**	**1960**
N	144126	146631	149188	151684	154287	156954	159565	162391	165275	168221	171274	174141	177830	180671
I	54864	64717	63150	86014	70610	68574	70818	78460	91204	80383	74040	74822	88936	83127
P	0,819	0,8649	0,8456	0,8765	0,8819	0,8842	0,8868	0,8597	0,8708	0,8829	0,8722	0,8521	0,8647	0,862
Y	**1961**	**1962**	**1963**	**1964**	**1965**	**1966**	**1967**	**1968**	**1969**	**1970**	**1971**	**1972**	**1973**	**1974**
N	183691	186538	189242	191889	194303	196560	198712	200706	202677	205052	207191	209353	211536	213743
I	83207	89121	96778	94306	100103	92145	91336	99617	102183	96855	124309	147269	145286	112349
P	0,8553	0,8593	0,8656	0,8795	0,8774	0,8783	0,8919	0,9036	0,9152	0,8823	0,8798	0,8874	0,9057	0,9232
Y	**1975**	**1976**	**1977**	**1978**	**1979**	**1980**	**1981**	**1982**	**1983**	**1984**	**1985**	**1986**	**1987**	**1988**
N	215973	218280	220612	222968	225350	227757	230139	232520	234799	237001	239279	241625	243934	246329
I	95170	117727	142412	151261	143049	112310	102714	84676	122819	145166	146311	168406	167459	165459
P	0,9147	0,9199	0,9604	1,0061	1,0356	1,0432	1,0282	1	0,9836	0,9836	0,976	0,976	0,9892	0,9864

На табл. 1 (за допомогою MS Excel) оцінимо параметри α_0, γ_0 регресії

$$\ln(I/N) = \alpha_0 + \gamma_0 \ln(P),$$

яка відіграє роль рівняння пропозиції житла з постійною еластичністю:

$$\ln(I/N) = -0.550 + 1.241 \ln(P);$$
$$(0.043)\ (0.382)$$

тут вираз у круглих дужках означає стандартну похибку відповідної оцінки параметра; число спостережень n = 1988 – 1946 = 42; коефіцієнт детермінації R^2= 0.209; нормований (adjusted) коефіцієнт детермінації $\bar{R}^2$= 0.189. Звідси видається, що еластичність інвестицій у житло на душу населення за ціною досить значна і статистично значуща. Проте, якщо присутні часові тренди змінних $\ln(I/N)$ та $\ln(P)$, то така залежність може бути хибною.

Візьмемо до уваги спрямовані вгору лінійні часові тренди для $t = Y - 1946$:

$$\ln(I/N) = -0.841 + 0.008\, t,$$
$$(0.045)\ (0.002)$$
$$n = 42,\ R^2 = 0.335,\ \bar{R}^2 = 0.319;$$
$$\ln(P) = -0.188 + 0.0044\, t,$$
$$(0.011)\ (0.0004)$$
$$n = 42,\ R^2 = 0.729,\ \bar{R}^2 = 0.722.$$

Хоча ці регресії містять серійну кореляцію, вони вказують на спрямовані вгору часові тренди; для часового ряду $y_t = \ln(I_t/N_t)$ побудуємо за допомогою MS Excel безтрендовий часовий ряд залишків $\tilde{y}_t = y_t + 0.841 - 0.008\, t$:

Таблиця 2. Безтрендовий часовий ряд $\tilde{y}_t = y_t + 0.841 - 0.008\, t$

t	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
$\tilde{y}_t$	–0,133	0,007	–0,043	0,241	0,019	–0,036	–0,028	0,049	0,173	0,021	–0,087	–0,101	0,042	–0,049
t	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**
$\tilde{y}_t$	–0,073	–0,028	0,032	–0,016	0,023	–0,079	–0,107	–0,038	–0,031	–0,104	0,127	0,278	0,246	–0,030
t	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**
$\tilde{y}_t$	–0,214	–0,020	0,151	0,193	0,118	–0,143	–0,251	–0,462	–0,108	0,042	0,032	0,154	0,131	0,101

Враховуючи зазначені тренди, оцінимо параметри α_0, γ_0, η регресії

$$\ln(I/N) = \alpha_0 + \gamma_0 \ln(P) + \eta t:$$

$$\ln(I/N) = -0.913 - 0.380 \ln(P) + 0.0098\, t,$$
(0.136) (0.679) (0.0035)

$$n = 42,\ R^2 = 0.341,\ \bar{R}^2 = 0.307.$$

Звідси випливає, що еластичність інвестицій у житло на душу населення за ціною є від’ємною, а не додатною, і не є статистично значущою; іншими словами, такі інвестиції не залежать від ціни. Крім того, оцінка параметра η часового тренду є статистично значущою; ця оцінка означає, що значення $\ln(I/N)$ на 0.0098 = 0.98 % перевищує таке значення попереднього року. Оскільки значення t-статистики для змінної $\ln(P)$ мале, то оцінимо параметри α_0, γ_0, η регресії безтрендових інвестицій у житло на душу населення

$$\ln([illegible]_t) = \alpha_0 + \gamma_0 \ln(P_t) + \eta t:$$

$$\ln([illegible]_t) = -0.072 - 0.380 \ln(P_t) + 0.0017\, t,$$
(0.136) (0.679) (0.0035)

$$n = 42,\ R^2 = 0.008,\ \bar{R}^2 = -0.043.$$

Отже, змінна $\ln(P_t)$ не пояснює змінну $\ln([illegible]_t)$.

Оцінимо параметри α_0, γ_0, ρ_0 моделі GDL для безтрендових інвестицій у житло на душу населення (роль змінної z_t відіграє логарифм зростання ціни $\ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) = \ln(P_t/P_{t-1})$)

$$\ln([illegible]_t) = \alpha_0 + \gamma_0[\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})] + \rho_0 \ln([illegible]_{t-1}):$$

$$\ln([illegible]_t) = -0.010 + 3.093\, [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})] + 0.340\, \ln([illegible]_t),$$
(0.018) (0.934) (0.132)

$$n = 41,\ R^2 = 0.406,\ \bar{R}^2 = 0.375.$$

Звідси відповідно до співвідношення (18)

$$LRP = 3.093 / (1 - 0.340) = 4.687.$$

Також оцінимо параметри α_0, γ_0, γ_1, ρ_0 моделі RDL для безтрендових інвестицій у житло на душу населення (роль змінної z_t відіграє логарифм зростання ціни $\ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) = \ln(P_t/P_{t-1})$)

$$\ln([illegible]_t) = \alpha_0 + \gamma_0[\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})] + \gamma_1[\ln(P_{t-1}) - \ln(P_{t-2})] + \rho_0 \ln([illegible]_{t-1}):$$

$$\ln([illegible]_t) = 0.004 + 3.588\, [\ln(P_t/P_{t-1})] - 2.518\, [\ln(P_{t-1}/P_{t-2})] + 0.487\, \ln([illegible]_t),$$
(0.017) (0.852) (0.790) (0.127)

$$n = 41,\ R^2 = 0.534,\ \bar{R}^2 = 0.497.$$

Звідси відповідно до співвідношення (20)

LRP = (3.588 – 2.518) / (1 – 0.487) = 2.084.

Модель RDL має більше значення $\bar{R}^2$, ніж модель GDL. До того ж, модель GDL має значущу величину t-статистики для змінної $\ln(P_{t-1}/P_{t-2})$. Тому для інвестицій у житло на душу населення величина LRP довготривалої схильності становить скоріше 2.084, ніж 4.687. Якщо не можна відхилити гіпотезу $H_0: \gamma_0 + \gamma_1 = 0$ за будь-якого прийнятного рівня значущості (p-значення є великим), то немає підстав вважати, що $LRP \neq 0$.

Таким чином, якщо змінні моделей з розподіленими лагами мають часові тренди, то існує ризик отримання хибної регресії і хибних висновків. Щоб уникнути цього, треба дотримуватися описаної процедури регресійного аналізу.

Джерела та література:

1. Горбачук В. М. Економетричне програмування TSP та EViews. Препр. 96-14 / В. М. Горбачук. – К. : Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, 1996. – 24 с.
2. Горбачук В. М. Особенности регрессионного анализа временных рядов / В. М. Горбачук, Ю. Г. Кривонос // Комп’ютерна математика. – 2012. – № 2. – С. 3-12.
3. Harvey A. The econometric analysis of economic time series / A. Harvey. – 2-nd edition. – Cambridge : MA: MIT Press, 1990.
4. McClain K. T. A simple test for the consistency of dynamic linear regression in rational distributed lag models / K. T. McClain, J. M. Wooldridge // Economics letters. – 1995. – № 48. – P. 235-240.
5. McFadden D. Demographics, the housing market, and the welfare of the elderly / D. McFadden / Studies in the economics of aging / D. A. Wise (ed.). – Chicago : University of Chicago Press, 1994. – P. 225-285.
6. Wooldridge J. M. Introductory econometrics: a modern approach / J. M. Wooldridge. – 4-th edition. – Mason, OH : Cencage Learning, 2009. – 865 p.