

УДК 519.218:617.73

## ОБЧИСЛЮВАЛЬНА СКЛАДНІСТЬ АЛГОРИТМІВ ОЦІНЮВАННЯ СПЕКТРАЛЬНОЇ ГУСТИНИ ПОТУЖНОСТІ РИТМОКАРДІОСИГНАЛІВ

В.В. Фалендиш

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя  
falendysh@gmail.com*

В статті проведено дослідження обчислювальної складності компонентного, когерентного та фільтрового методів оцінювання спектральної густини потужності стаціонарних компонент ритмокардіосигналу. Експериментально побудовано залежність часової обчислювальної складності від кількості складових спектру для даних методів.

*Ключові слова: компонентний метод, когерентний метод, фільтровий метод, обчислювальна складність, система контролю функціонального стану людини.*

In this paper the computational complexity of component, coherent and filter methods for assessing spectral power density of the stationary component of rhythmocardiogram is considered. Computational complexity time dependences are built for the different number of spectral components for these methods.

*Keywords: component method, coherent method, filter method, computational complexity, the human functional state control system.*

В статье проведено исследование вычислительной сложности компонентного, когерентного и фильтрового методов оценивания спектральной плотности мощности стационарных компонент ритмокардиосигнала. Экспериментально построено зависимость временной вычислительной сложности от количества составляющих спектра для данных методов.

*Ключевые слова: компонентный метод, когерентный метод, фильтровый метод, вычислительная сложность, система контроля функционального состояния человека*

### Вступ

Алгоритми оцінювання спектральної густини потужності (СГП) ритмокардіосигналу (РКС) – послідовності значень RR-інтервалів електрокардіосигналу застосовуються в медичних апаратно-програмних діагностичних комплексах (ВНС-Спектр, DiaCard, CARDIO-10DX), системах Голтерівського моніторингу (CardioSens, CardioLab) для діагностики стану серцево-судинної системи та в системах оцінювання і контролю функціонального стану людського організму (КАРДІО, ВНС-Ритм). Використання оцінок спектральної густини потужності РКС в таких системах, на відміну від використання характеристик інших біосигналів, вважається найбільш інформативним та достовірним, що обумовлено високою чутливістю РКС як індикатора функціонального стану, а також тісним зв'язком динаміки його спектральних характеристик із зміною фізіологічного та психологічного стану організму людини [1, 2].

На сьогодні існує два підходи до оцінювання СГП ритмокардіосигналу. Перший з них ґрунтується на тому, що РКС розглядають як стаціонарну

випадкову послідовність (СВП) і спектральну густину потужності знаходять як перетворення Фур'є від автокореляційної функції вибірки РКС. Модель СВП не враховує нестационарності ритмокардіосигналу, що значно ускладнює її застосування в системах контролю функціонального стану людини в режимі реального часу через низьку вірогідність оцінок СГП РКС, проте ця модель знайшла широке застосування в медичній практиці в умовах стаціонару, де з допомогою спеціальних методик відбору РКС забезпечують його стаціонарність, а нестационарні відрізки виключають з аналізу [3, 4]. Другий підхід до оцінювання спектральних характеристик РКС базується на представленні ритмокардіосигналу у вигляді періодично корельованої випадкової послідовності (ПКВП), яка враховує його нестационарність та дає змогу представити сигнал через стаціонарні компоненти [4, 5]. Модель ПКВП передбачає оцінювання спектральної густини потужності стаціонарних компонент РКС з допомогою трьох методів: компонентного, когерентного та фільтрового [6]. В роботі [7] застосовано компонентний та когерентний методи опрацювання ритмокардіосигналів для визначення характеристик РКС з прогнозованою вірогідністю, яка є вищою в порівнянні з методами, побудованими на основі стаціонарної моделі.

В роботах [8, 9] для оцінювання спектральних характеристик нестационарного ритмокардіосигналу застосовано фільтровий метод та розроблено відповідні засоби у вигляді гребінок цифрових високочастотних фільтрів для використання їх в системах контролю функціонального стану людини.

І компонентний, і когерентний і фільтровий методи оцінювання СГП стаціонарних компонент РКС враховують його нестационарність, тому можуть застосовуватись в системах контролю функціонального стану людини, проте актуальним залишаються практичні аспекти дослідження вказаних алгоритмів, зокрема оцінювання їх обчислювальної складності, яка є одним з основних критеріїв вибору методу при роботі таких систем в режимі реального часу.

**Постановка задачі.** При оцінюванні спектральної густини потужності стаціонарних компонент ритмокардіосигналу важливою є кількість спектральних складових, яка визначає роздільну здатність такої оцінки по частоті. Кількість спектральних складових позначимо  $N_S$  та будемо будувати залежність обчислювальної складності  $O(N_S)$  для кожного з наведених вище алгоритмів. Як правило, для оцінювання обчислювальної складності алгоритмів використовують залежність  $O(N)$ , де  $N$  – розмір вхідних даних алгоритму, проте для компонентного, когерентного та фільтрового методів при однаковій кількості спектральних складових  $N_S$  на вхід алгоритму треба подати різну кількість даних  $N$ , тобто для отримання оцінок СГП стаціонарних компонент ритмокардіосигналу з однаковою роздільною здатністю, необхідна різна кількість відліків ритмокардіосигналу  $i$ , відповідно, існує залежність  $N$  від  $N_S$ .

В якості вхідного сигналу для всіх трьох алгоритмів будемо використовувати періодично корельований тестовий імітаційний ритмокардіосигнал [10].

Для оцінювання обчислювальної складності алгоритмів необхідно побудувати залежність кількості операцій (множення, додавання) для кожного алгоритму від кількості спектральних складових  $N_S$  та експериментально оцінити час затрачений ЕОМ для виконання програмної реалізації кожного алгоритму при різних значеннях  $N_S$ .

**Особливості алгоритмів.** Компонентний та когерентний методи оцінювання спектральної густини потужності стаціонарних компонент ритмокардіосигналу ґрунтуються на побудові параметричної автокореляційної функції РКС (власне методом і визначається специфіка побудови) та перетворенні Фур'є від отриманої параметричної автокореляційної функції [6, 7]. Оскільки ці два методи застосовують перетворення Фур'є, то очевидно, що для отримання оцінки СГП з  $N_S$  спектральних складових необхідно на вхід алгоритму подати  $N=2N_S$  відліків. Фільтровий метод не передбачає ні побудови параметричної автокореляційної функції з вибірки РКС ні застосування перетворення Фур'є, спектральна густина потужності стаціонарних компонент РКС в даному випадку оцінюється з допомогою гребінок високодобротних фільтрів [9], структурна схема яких представлена на рисунку 1.

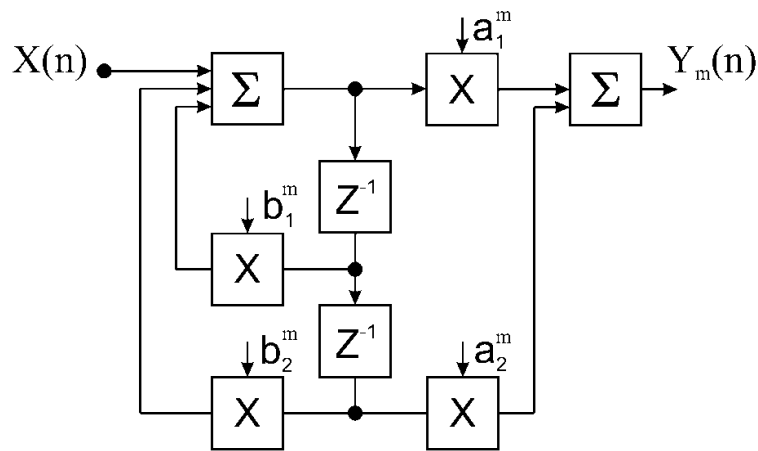


Рис. 1. - Структурна схема цифрового фільтра для оцінювання спектральних компонент стаціонарних компонент ритмокардіосигналу

Для кожної стаціонарної компоненти РКС  $\xi_k(n)$  спектральна густина потужності її може бути знайдена фільтровим методом за формулою [11]:

$$G_{\xi_k}(f_i) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta f L} \sum_{n=0}^L \xi_k^2(n, f_i, \Delta f), \quad (1)$$

де  $G_{\xi_k}(f_i)$  - оцінка спектральної густини потужності стаціонарної компоненти  $\xi_k(n)$ .

$\xi_k(n, f_i, \Delta f)$  - послідовність на виході фільтра з центральною частотою  $f_i$  та смугою пропускання  $\Delta f$ .

$L$  – довжина усереднення.

Формула (1) послугує теоретичною основою обчислення оцінок спектральної густини потужності стаціонарних компонент РКС, тобто спектрального аналізу методом фільтрації. У формулі (1) передбачається, що сигнал  $\xi_k(n)$  проходить через ідеальний смуговий фільтр  $F_i$ . На практиці фільтр не є ідеальним.

Спектри сигналу на вході та виході фільтра  $F_i$  поєднані між собою співвідношенням [11]:

$$C_{\xi}(f) = |H(f)|^2 S_{\xi}(f), \quad (2)$$

де  $C_{\xi}(f)$  - спектр сигналу на виході фільтра  $F_i$ ,

$|H(f)|$  - модуль функції передачі фільтра  $F_i$ ,

Позначивши через  $H_0 = |H(f)|_{\max} = |H(f_i)|$  визначимо енергетичну смугу пропускання фільтра наступним чином:

$$\Delta f_{\text{эф.}} = \frac{1}{H_0^2} \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df. \quad (3)$$

Звідси

$$\begin{aligned} G_{\xi_k}(f_i) &= \frac{1}{H_0^2} \lim_{\Delta f_{\text{эф.}} \rightarrow 0} \frac{M[\xi_k(n, f_i, \Delta f)]}{\Delta f_{\text{эф.}}} = \\ &= \frac{1}{H_0^2} \lim_{\Delta f_{\text{эф.}} \rightarrow 0} \frac{M[Z^2(n)]}{\Delta f_{\text{эф.}}}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $Z(n)$  - вихід фільтра  $F_i$ .

тоді:

$$M[Z^2(n)] = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^L z^2(n) \quad (5)$$

та

$$G_{\xi_k}(f_i) = \frac{1}{H_0^2} \frac{1}{L \Delta f_{\text{эф.}}} \sum_{n=0}^L z^2(n). \quad (6)$$

Отримана фільтровим методом оцінка спектральної густини потужності відповідає співвідношенню:

$$M[G_{\xi_k}(f_i)] = \int_0^{\infty} \frac{|H(f)|^2}{H_0^2 \Delta f_{\text{эф.}}} G_{\xi_k}(f) df \quad (7)$$

Якщо припустити, що фільтри мають достатньо високу добротність і вважати  $G_{\xi_k}(f)$  в межах смуги пропускання постійною і рівною  $G_{\xi_k}(f_i)$ , то можна цю величину в (7) винести за знак інтегралу і тоді отримаємо:

$$\Delta f_{\text{эф.}} = \frac{1}{H_0^2} \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df$$

За своїм змістом  $\Delta f_{\text{эф.}}$  визначає собою смугу пропускання еквівалентного ідеального смугового фільтра, який пропускає сигнал з тим же середнім значенням відносної середньоквадратичної похибки, що і реальний фільтр, коли на вхід подається білий шум.

З іншого боку еквівалентна смуга частот спектрального аналізу рівна [11]:

$$\Delta f_e = \frac{\left[ \int_0^{\infty} H(f - f_i) G_{\xi_k}(f) df \right]^2}{\int_0^{\infty} H^2(f - f_i) G_{\xi_k}^2(f) df}. \quad (8)$$

Припускаючи  $G_{\xi_k}(f) = G_{\xi_k}(f_i) = \text{const}$  можемо записати

$$\Delta f_e \approx \frac{\left[ \int_0^{\infty} |H(f)| df \right]^2}{\int_0^{\infty} |H(f)|^2 df}. \quad (9)$$

Похибка спектральної оцінки визначається так [11] :

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{L \Delta f_e}}. \quad (10)$$

Для випадку фільтра з ідеальною прямокутною характеристикою енергетична смуга пропускання  $\Delta f_{ef}$  та еквівалентна смуга частот спектрального аналізу  $\Delta f_e$  співпадають, проте для фільтрів з неідеальною амплітудно-частотною характеристикою ці величини є різними.

Для достатньо вузькосмугових фільтрів середньоквадратична похибка оцінювання спектральної густини потужності зменшується зі збільшенням ширини смуги пропускання, однак збільшується похибка зміщення та сильно зменшується роздільна здатність.

Величина

$$L = \frac{1}{\varepsilon^2 \Delta f_e}. \quad (11)$$

визначає мінімальну довжину реалізації сигналу, необхідну для того щоб похибка оцінювання СГП не перевищувала  $\varepsilon$ .

Для величини  $\varepsilon = 0,0025$  та гребінки фільтрів розрахованої для тестового сигналу [10] отримуємо залежність  $N$  від  $N_S$ .

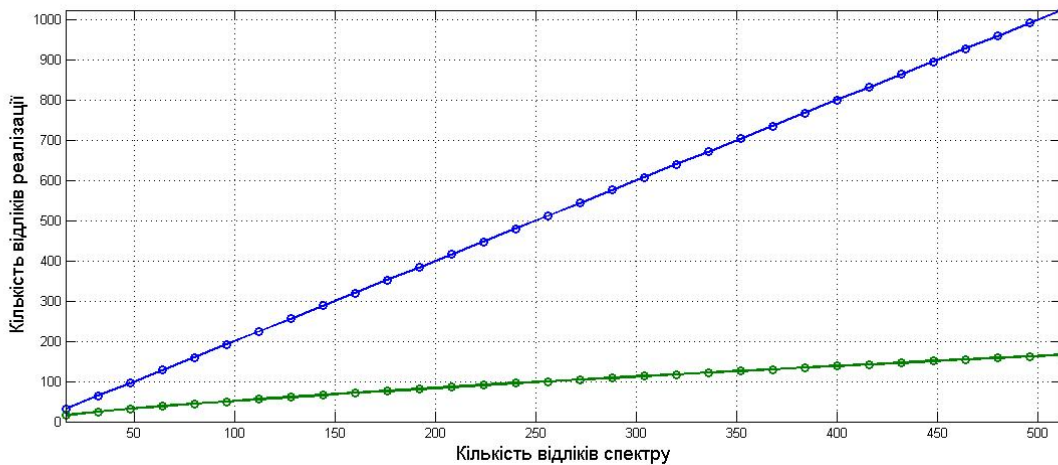


Рис. 2. – Залежність необхідної довжини  $N$  реалізації РКС від кількості відліків спектру  $N_s$ . Верхній – при оцінюванні СГП з допомогою перетворення Фур’є (компонентний та когерентний методи), нижній – при оцінюванні СГП фільтровим методом.

**Обчислювальна складність компонентного, когерентного та фільтрового методів.** Програмна реалізація методів оцінювання СГП стаціонарних компонент РКС та кількість необхідних для цього операцій приведені в таблицях 1, 2 та 3.

Таблиця 1.

Оцінка обчислювальної складності компонентного методу

Програмна реалізація алгоритму	кількість операцій
Функція <code>compbk(x,k,T,umax);</code> <code>for u=1:umax+1;</code>  <code>Bk(u)=sum(x(1:N-u+1).*x1(1:N-u+1).*e(1:N-u+1))/(N-u+1);</code> <code>  x1=circshift(x1,-1); %зсуваємо на 1 щоб було (t+u)</code> <code>end;</code>  Побудова параметричної автокореляційної функції <code>for k=0:N-1;</code> <code>Bk(k+1,:)=compbk(x,k,T,umax);</code> <code>end;</code>  <code>for k=0:N-1;</code> <code>  b=b+exp(i*lambda*k*(0:tmax-1))*Bk(k+1,:);</code> <code>end;</code>	 $N$ $3N^2$ $N$  $N$ $3N^4$  $N$ $4$
<b>Всього</b>	$12N^6$

Таблиця 2.

## Оцінка обчислювальної складності когерентного методу

Програмна реалізація алгоритму	кількість операцій
for u=1:umax+1,	N
xx=x(1:N-u+1).*x1(1:N-u+1); u	N
for t=1:tmax,	N
b(t,u)=sum(xx(1:N-u+1-t+1).*delta(1:N-u+1-t+1))	2N <sup>2</sup>
/sum(delta(1:N-u+1-t+1));	N
xx=circshift(xx,-1);	N
end;	
x1=circshift(x1,-1);	N
end;	
Всього	2N <sup>6</sup>

Таблиця 3.

## Оцінка обчислювальної складності фільтрового методу

Програмна реалізація алгоритму	кількість операцій
for i=1:LLL,	N
for ii=1:nnn,	N
d(ii)=c(ii)*aaa2+a(ii)*aaa1;	3
c(ii)=b(ii);	1
b(ii)=a(ii);	1
a(ii)=x((i-NW)*TK+shiftX)+b(ii)*b1(ii)+c(ii)*b2(ii);	
ss(i,ii)=d(ii);	6
pss(ii)=pss(ii)+(ss(i,ii)^2)/(LLL*df);	1
end;	4
end;	
end;	
Всього	10N <sup>2</sup>

Як видно з таблиць найменшу обчислювальну складність повинен мати фільтровий метод. Для перевірки наведених в таблицях даних проведемо експеримент в якому з допомогою системи MATLAB промодуємо імітаційне моделювання роботи даних алгоритмів та оцінимо час їх виконання для різних значень кількості спектральних складових. Результати експерименту приведено на рисунку 3.



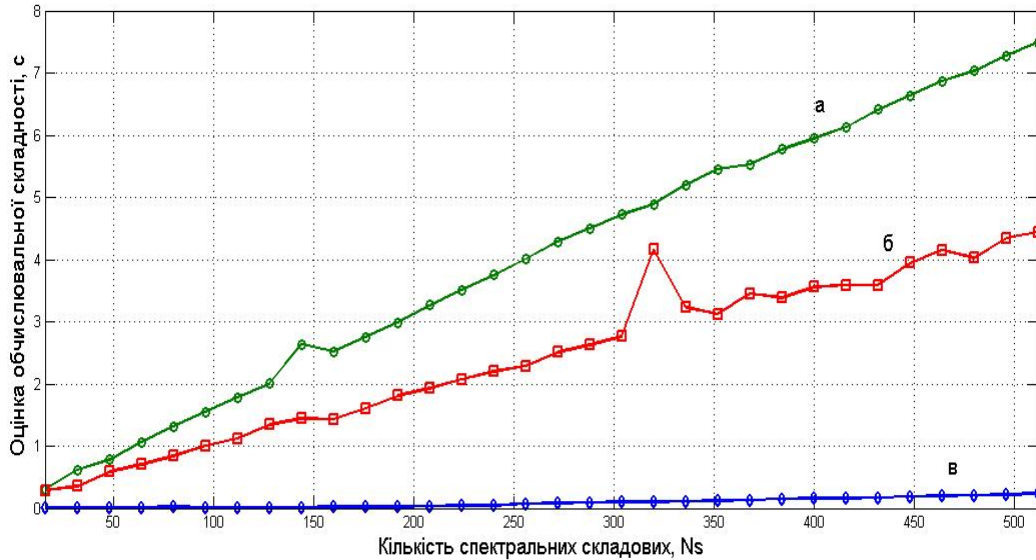


Рис. 3 – результати вимірювання часу оцінювання СГП стаціонарних компонент РКС компонентним (а), когерентним (б) та фільтровим (в) методами.

**Висновки.** Як видно з оцінок обчислювальної складності компонентного, когерентного та фільтрового методів, останній має найменшу обчислювальну складність, що свідчить про доцільність застосування саме даного методу в системах контролю функціонального стану людини в режимі реального часу.

## Література

1. Баевский Р.М. Анализ variability сердечного ритма: история и философия, теория и практика. / Р.М. Баевский // Клиническая информатика и телемедицина. – 2004. – Т. 1. – С. 54–64.
2. HD Esperer. Mechanisms of Asymmetric Poincaré Plots Obtained by Means of 24-Hour Holter Monitoring in Athletes / HD Esperer, C Esperer. // Computers in Cardiology. – 2008. – #35 – P. 473–476.
3. Баевский Р.М. Variability сердечного ритма: теоретические аспекты и возможности клинического применения. / Баевский Р.М., Иванов Г.Г. // Ультразвуковая и функциональная диагностика. – 2001.- 3.- С. 106-127.
4. Яворська Є. Адекватність математичної моделі ритмокардіограми. / Є. Яворська // Вісник ТДТУ. – 2008. - Том 13. - №4. – С. 172-177.
5. Драган Я.П. Концепції і принципи побудови моделей для означення метрологічних характеристик ритміки кардіосигналів. / Драган Я.П., Яворська Є.Б., Яворський Б.І. // Радіоелектроніка та телекомунікації.- №443.-Львів: ДУЛП.- 2002.- С. 200-205.

6. Драган Я.П. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів./ Драган Я.П. -Львів: Центр стратегічних досліджень еко- біо-технічних систем.- 1997.- 361 с.
7. Яворська Є.Б. Математичні моделі та методи опрацювання ритмокардіосигналів для визначення характеристик серцевої ритміки з прогнозованою вірогідністю: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи» / Є.Б. Яворська.– Тернопіль, 2009. – 18 [1] с.
8. Бачинський М.В. Фільтровий метод визначення параметрів варіабельності серцевої ритміки. / М.В. Бачинський, Ю.З. Лещишин, В.В. Фалендиш. // Вісник Хмельницького національного університету.- 2006. — т.1.- №5. — С. 182-188.
9. Фалендиш В.В. Засоби цифрової фільтрації для оцінювання спектральних характеристик нестационарного серцевого ритму. / Фалендиш В.В., Яворський Б.І., Бачинський М.В. // Матеріали Першого всеукраїнського з'їзду “Медична та біологічна інформатика і кібернетика”.- Київ.- 23-26 червня 2010р.
10. Фалендиш В.В. Тестова імітаційна модель ритмокардіосигналу з перехідним процесом при засинанні людини. / М.В. Бачинський, В.В. Фалендиш // Природничі науки та інформаційні технології: матеріали XIV наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, 27-28 жовтня 2010р. - Тернопіль: ТНТУ, 2010 - С. 41.
11. Грибанов Ю.И. Спектральный анализ случайных процессов. / Грибанов Ю.И., Мальков В.Л. – Москва : Энергия. – 1974. – 240 с.