

УДК 621.318.001.2

© 2008

Член-корреспондент НАН України **А. Е. Божко, В. И. Белых,
К. Б. Мягкохлеб**

О выявлении особых свойств электромагнитных виброиспытательных стендов

We have shown that polyharmonic vibrations are well reproduced by a vibrobench with one movable platform and several magnetic circuits. A method of compensation of the diminution of an air clearance is proposed.

Применение электромагнитных вибровозбудителей (ЭМВ) в испытательных стендах известно [1]. Однако при проектировании электромагнитных вибростендов (ЭМВС) необходимо учесть ряд принципиальных особенностей в их свойствах. Эти особенности были выявлены авторами в результате теоретико-экспериментальных исследований ЭМВС, воспроизводящих моно- и полигармонические вибрации. Рассмотрим эти особенности. ЭМВС представляет собой электромагнитомеханическую систему, схема которой изображена на рис. 1, где М — магнитопровод с обмоткой О; Я — якорь; ИО — испытуемый объект; ПР1, ПР2 — пружины; РМ — реактивная масса; К — корпус; δ — воздушный зазор; U — задающее напряжение.

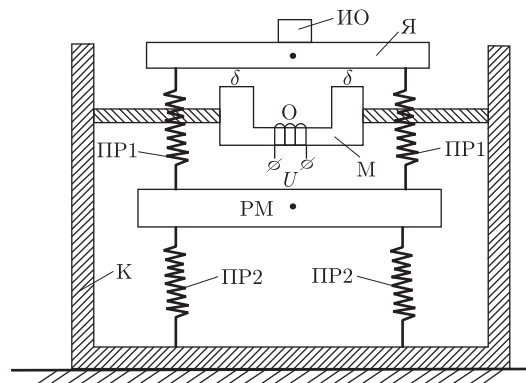


Рис. 1

В ЭМВС колебания якоря Я совместно с ИО происходит под действием тягового усилия F , создаваемого током i в обмотке О под действием приложенного U . Значение F определяется выражением

$$F = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S} = \frac{\mu_0 S}{4} \left(\frac{iw}{\delta} \right)^2, \quad (1)$$

где Φ — магнитный поток в системе магнитопровода М, якоря Я и воздушных зазоров δ ; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха; S — площадь поперечного сечения полюса М; i — ток в обмотке О; w — число витков обмотки О.

Ток $i = U/z$, где z — полное сопротивление цепи обмотки ($z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$, r — резистор, L — индуктивность, ω — круговая частота задающего напряжения U). Обычно в ЭМВ $r \ll \omega L$. Тогда $i = U/(\omega L)$ и соответственно (1) будет иметь вид

$$F = \frac{\mu_0 S}{4} \left(\frac{Uw}{\omega L \delta} \right)^2. \quad (2)$$

Известно [2], что $L = w^2 G$, где $G = \mu_0 S / (2\delta)$ для ЭМВС с двумя δ ; G — магнитная проводимость ЭМВС. Тогда, используя соотношение для L , из (2) получим

$$F = \frac{1}{\mu_0 S} \left(\frac{U}{\omega w} \right)^2. \quad (3)$$

В выражении (3) отсутствует в явном виде величина воздушного зазора δ , т. е. получается, что F якобы не зависит от δ . Однако в этом случае необходимо учесть выпучивание магнитосиловых линий потока Φ в зазоре δ между плоскостью Я и полюсами магнитопровода [2], т. е. краевой магнитный поток. Тогда площадь S будет определяться не как $S_1 = ab$, где a и b — величины сторон поперечного сечения полюса М, а как, например, $S = (a + \delta)(b + \delta)$. Если подставить последнее выражение S в (3), то

$$F = \frac{1}{\mu_0 [ab + \delta(a + b) + \delta^2]} \left(\frac{U}{\omega w} \right)^2. \quad (4)$$

Из (4) видно влияние δ на тяговое усилие F с учетом $U = U_a \cos \omega t$, где U_a — амплитуда U ; t — время. Тогда (3) имеет вид

$$F = \frac{1}{\mu_0 S} \left(\frac{U}{\omega w} \right)^2 \cos^2 \omega t. \quad (5)$$

Применяя тригонометрическое преобразование [3] $\cos^2 \omega t = (1 + \cos 2\omega t)/2$, получим (5) в виде

$$F = \frac{1}{2\mu_0 S} \left(\frac{U}{\omega w} \right)^2 (1 + \cos 2\omega t). \quad (6)$$

Из (6) видно, что тяговое усилие F состоит из постоянной составляющей

$$F_{\Pi} = \frac{1}{2\mu_0 S} \left(\frac{U}{\omega w} \right)^2$$

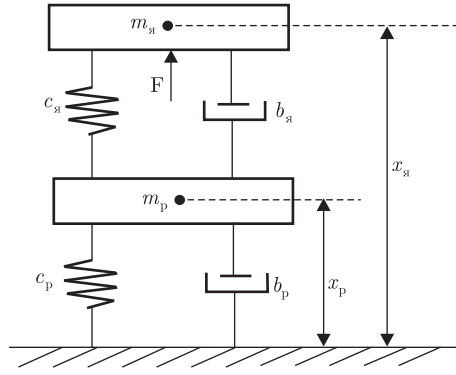


Рис. 2

и переменной

$$F_{\text{ПР}} = \frac{1}{2\mu_0 S} \left(\frac{U}{\omega w} \right)^2 \cos 2\omega t,$$

изменяющейся с частотой 2ω . Обе эти составляющие действуют на подвижную систему ЭМВС, вызывая в ней постоянное смещение и колебания якоря Я. Для уяснения вопроса о движении якоря Я представим механическую схему ЭМВС (см. рис. 1) в виде, изображенном на рис. 2, где $m_я$ — масса Я и ИО; $m_р$ — масса РМ; $c_я$, $c_р$ — коэффициенты жесткости пружин ПР1, ПР2 соответственно; $b_я$, $b_р$ — коэффициенты диссипации; $x_я$, $x_р$ — перемещения Я и РМ соответственно. Дифференциальные уравнения, соответствующие этой схеме, следующие:

$$\left. \begin{aligned} m_я \ddot{x}_я + b_я \dot{x}_я + c_я x_я &= F + b_я \dot{x}_р + c_я x_р, \\ m_р \ddot{x}_р + (b_я + b_р) \dot{x}_р + (c_я + c_р) x_р &= b_я \dot{x}_я + c_я x_я. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Постоянная составляющая $F_{\text{П}}$ вызывает смещение якоря и соответственно смещение РМ. В этом случае (7) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} c_я x_{я\Pi} &= F_{\text{П}} + c_я x_{р\Pi}, \\ (c_я + c_р) x_{р\Pi} &= c_я x_{я\Pi}, \end{aligned} \right\}$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} x_{я\Pi} &= \frac{F_{\text{П}}}{c_я c_р} (c_я + c_р), \\ x_{р\Pi} &= \frac{F_{\text{П}}}{c_р}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь величина $x_{я\Pi}$ уменьшает воздушный зазор δ , так как якорь Я притягивается к полюсам М, а это значит, что колебания Я происходят в зазоре

$$\varepsilon = \delta - x_{я\Pi} = \delta - \frac{(c_я + c_р)}{2c_я c_р \mu_0 S} \left(\frac{U}{\omega w} \right)^2. \quad (9)$$

Именно такая величина ε является конструктивным пределом для максимальной величины амплитуды колебаний $x_{ая}$ якоря Я под действием $F_{ПР}$. В соответствии с [4] имеем

$$x_{ая} = \frac{|F_{ПР} + c_я x_p + b_я \dot{x}_p|}{m_я \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_{0я}^2)^2 + \left(\frac{b_я \omega_1}{m_я}\right)^2}}, \quad (10)$$

где $|F_{ПР} + c_я x_p + b_я \dot{x}_p| = |F_a \cos \omega_1 t + c_я x_{ар} \cos(\omega_1 t - \varphi_я - \varphi_p) - \omega_1 b_я x_{ар} \sin(\omega_1 t - \varphi_я - \varphi_p)|$ — модуль вынуждающей силы колебательной системы якоря; $\omega_1 = 2\omega$; $\omega_{0я} = \sqrt{c_я/m_я}$ — собственная частота колебаний массы $m_я$; $x_{ар}$ — амплитуда колебаний РМ; $\varphi_я = \text{arctg} \frac{b_я \omega_1}{\omega_1^2 - \omega_{0я}^2}$;

$$\varphi_p = \text{arctg} \frac{(b_я + b_p) \omega_1}{\omega_1^2 - \omega_{0p}^2}.$$

Амплитуда

$$x_{ар} = \frac{|b_я \dot{x}_я + c_я x_я|}{m_p \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_{0p}^2)^2 + \left(\frac{b_я + b_p}{m_p} \omega_1\right)^2}}, \quad (11)$$

где $|b_я \dot{x}_я + c_я x_я| = |x_{ая} c_я \cos(\omega_1 t - \varphi_я) - \omega_1 b_я x_{ая} \sin(\omega_1 t - \varphi_я)|$ — модуль вынуждающей силы колебательного звена РМ; $\omega_{0p} = \sqrt{(c_я + c_p)/m_p}$ — собственная частота колебаний РМ.

Из (10) и (11) определим модули $|F_{ПР} + c_я x_p + b_я \dot{x}_p|$, $|b_я \dot{x}_я + c_я x_я|$, используя выражение [3]

$$A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = A_\Sigma \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\text{где } A_\Sigma = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Итак,

$$\begin{aligned} |F_{ПР} + c_я x_p + b_я \dot{x}_p| &= |F_a \cos \omega_1 t + c_я x_{ар} \cos(\omega_1 t - \varphi_я - \varphi_p) - \omega_1 b_я x_{ар} \sin(\omega_1 t - \varphi_я - \varphi_p)| = \\ &= \left| \left[F_a \sin \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2} \right) + c_я x_{ар} \left(\omega_1 t - \varphi_я - \varphi_p - \frac{\pi}{2} \right) + \omega_1 b_я x_{ар} \sin(\omega_1 t - \varphi_я - \varphi_p) \right] \right| = \\ &= |F_{a\Sigma} \sin(\omega_1 t + \Psi_\Sigma)|, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_{a\Sigma} &= \left\{ F_a^2 + x_{ар}^2 \left[(c_я^2 + \omega_1^2 b_я^2) + 2F_a c_я \omega_1 b_я \cos \left(\Psi_\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\}^{1/2}; \\ \text{tg } \Psi_\alpha &= \frac{-c_я x_{ар} \sin \left(\varphi_я + \varphi_p + \frac{\pi}{2} \right) - \omega_1 b_я x_{ар} \sin(\varphi_я + \varphi_p)}{c_я x_{ар} \cos \left(\varphi_я + \varphi_p + \frac{\pi}{2} \right) + \omega_1 b_я x_{ар} \cos(\varphi_я + \varphi_p)}; \\ \text{tg } \Psi_\Sigma &= \frac{-F_a \sin \frac{\pi}{2} - x_{ар} \sqrt{c_я^2 + (b_я \omega_1)^2} \sin(\varphi_я + \varphi_p)}{F_a \cos \frac{\pi}{2} + x_{ар} \sqrt{c_я^2 + (b_я \omega_1)^2} \cos(\varphi_я + \varphi_p)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{-[F_a + x_{ap} \sqrt{c_{я}^2 + (b_{я}\omega_1)^2} \sin(\varphi_{я} + \varphi_p)]}{x_{ap} \sqrt{c_{я}^2 + (b_{я}\omega_1)^2} \cos(\varphi_{я} + \varphi_p)}.$$

Модуль

$$|b_{я}\dot{x}_{я} + c_{я}x_{я}| = |-\omega_1 b_{я} x_{ая} \sin(\omega_1 t - \varphi_{я}) + c_{я} x_{ая} \cos(\omega_1 t - \varphi_{я})| = x_{ая} \sqrt{c_{я}^2 + (\omega_1 b_{я})^2}.$$

Из (10) и (11) с учетом соотношений для модулей числителей в этих выражениях получаем

$$\left. \begin{aligned} x_{ая} &= \frac{F_a m_p B_p}{\sqrt{(m_p m_{я} B_p B_{я})^2 - \gamma(c_{я}^2 + \omega_1^2 b_{я}^2)}}; \\ x_{ap} &= \frac{F_a \sqrt{c_{я}^2 + (\omega_1 b_{я})^2}}{\sqrt{(m_p m_{я} B_p B_{я})^2 - \gamma(c_{я}^2 + \omega_1^2 b_{я}^2)}}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где

$$B_{я} = \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_{0я}^2)^2 + \left(\frac{b_{я}}{m_{я}} \omega_1\right)^2}; \quad B_p = \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_{0p}^2)^2 + \left(2 \frac{b_{я} + b_p}{m_p} \omega_1\right)^2};$$

$$\gamma = c_{я}^2 + (\omega_1^2 b_{я})^2 + 2F_a c_{я} \omega_1 b_{я} \cos\left(\Psi_{\alpha} + \frac{\pi}{2}\right).$$

С учетом (9) находим

$$x_{ая \max} \leq \varepsilon = \delta - x_{я\Pi} = \delta - \frac{c_{я} + c_p}{2c_{я}c_p\mu_0 S} \left(\frac{U}{\omega w}\right)^2. \quad (13)$$

На основании (12) и (13) получаем

$$\delta \geq \frac{F_{a\Pi P}}{A + D}, \quad (14)$$

где

$$A = \frac{m_p B_p}{m_{я} m_p B_{я} B_p - c_{я}^2}; \quad D = \frac{c_{я} + c_p}{c_{я} c_p}.$$

Согласно (9) и (14), при $x_{ая \max} > \varepsilon$ или $\delta \leq F_{a\Pi P}/(A + D)$ возникают удары якоря Я о магнитопровод М и этим самым может быть разрушена система магнитопровода ЭМВС.

Далее перейдем к воспроизведению ЭМВС полигармонической вибрации при действии задающего напряжения в виде

$$U = \sum_{k=1}^n U_{ak} \cos \omega_k t,$$

где U_{ak} , ω_k — амплитуда и круговая частота k -й гармоники.

В работе [5] отмечено, что более точное воспроизведение ЭМВС полигармонической вибрации осуществляется системой, состоящей из нескольких магнитопроводов с обмотками, каждая из которых подключена к одному из генераторов напряжения $U_{ak} \cos \omega_k t$, $k = \overline{1, n}$,

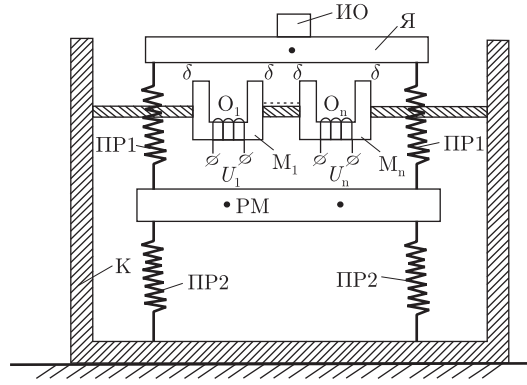


Рис. 3

и общего для n -магнитопроводов якоря Я. Схема такой системы ЭМВС показана на рис. 3, где M_1, M_n — магнитопроводы; U_1, U_n — задающие напряжения; O_1, O_n — обмотки; остальные обозначения такие, как на рис. 1.

Для такого ЭМВС тяговое усилие F якоря Я равно

$$F_{\Sigma} = \sum_{k=1}^n F_k, \quad (15)$$

где

$$F_k = \frac{1}{2\mu_0 S_k} \left(\frac{U_{ak}}{\omega_k w_k} \right)^2 (1 + \cos 2\omega_k t). \quad (16)$$

Из (15) и (16) видно, что в данном случае в тяговом усилии якоря имеется постоянная составляющая

$$F_{\Pi\Sigma} = \frac{1}{2\mu_0} \sum_{k=1}^m \frac{1}{S_k} \left(\frac{U_{ak}}{\omega_k w_k} \right)^2$$

и переменная

$$F_{\text{ПР}\Sigma} = \frac{1}{2\mu_0} \sum_{k=1}^r \left(\frac{U_{ak}}{\omega_k w_k} \right)^2 \cos 2\omega_k t.$$

Механическая система ЭМВС здесь такая, как и ранее, т. е. механическая схема подобна схеме, изображенной на рис. 2. Уравнения движения якоря Я соответствуют (7). Отличием является то, что здесь тяговое усилие F_{Σ} равно сумме тяговых усилий F_k . Система (7) линейная, что позволяет при ее решении применить принцип суперпозиции. А это значит, что к каждому смещению x_k и на каждой амплитуде x_{ak} , $k = \overline{1, n}$, можно применить соотношения (8), (10), (12). Отличием будет в соотношениях для x_p , x_{pn} и x_{ap} .

Для выяснения этого вопроса запишем общие дифференциальные уравнения для ЭМВС (см. рис. 3) в виде

$$\left. \begin{aligned} m_{\text{я}} \sum_{k=1}^n \ddot{x}_{\text{я}k} + b_{\text{я}} \sum_{k=1}^n \dot{x}_{\text{я}k} + c_{\text{я}} \sum_{k=1}^n x_{\text{я}k} &= F_{\Sigma} + b_{\text{я}} \dot{x}_p + c_{\text{я}} x_p, \\ m_{\text{п}} \ddot{x}_p + (b_{\text{я}} + b_{\text{п}}) \dot{x}_p + (c_{\text{я}} + c_{\text{п}}) x_p &= b_{\text{я}} \sum_{k=1}^n \dot{x}_{\text{я}k} + c_{\text{я}} \sum_{k=1}^n x_{\text{я}k}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

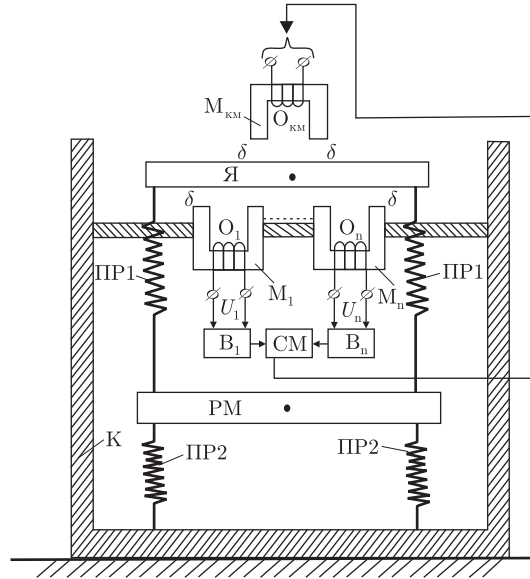


Рис. 4

Из (17) в соответствии с (8) получаем

$$\left. \begin{aligned} x_{яП} &= \frac{c_{я} + c_{р}}{c_{я}c_{р}} \sum_{k=1}^n F_{Пк}, \\ x_{рП} &= \frac{1}{c_{р}} \sum_{k=1}^n F_{Пк}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Величина $x_{яП}$, выраженная (18), уменьшает воздушный зазор δ . В результате образуется зазор

$$\varepsilon = \delta - x_{яП} = \delta - \frac{c_{я} + c_{р}}{c_{я}c_{р}} \sum_{k=1}^n F_{Пк} = \delta - \frac{c_{я} + c_{р}}{2c_{я}c_{р}\mu_0} \sum_{k=1}^n \frac{1}{S_k} \left(\frac{U_{ak}}{\omega_k w_k} \right)^2. \quad (19)$$

Заметим, что с увеличением ω_k , $k = \overline{1, n}$, уменьшается тяговое усилие F_k , что в некоторой степени не позволяет форсированно уменьшать δ . Однако выражение (19) обуславливает ограничение $\left| \sum_{k=1}^n x_k \right|$. Значения $x_{аяk}$, $x_{арk}$, $k = \overline{1, n}$, определяются согласно (10) и (11) и в этом случае воздушный зазор δ должен соответствовать выражению $\delta \geq \left| \sum_{k=1}^n x_k \right| / (A + D)$, где A и D — те же обозначения, что и в (14).

Значительное увеличение воздушного зазора δ уменьшает тяговое усилие якоря Я, а это значит, что уменьшаются амплитуды колебаний подвижной системы ЭМВС и, в свою очередь, вибронагрузки, действующие на испытуемые объекты. Следовательно, такой ЭМВС неэффективен. Однако выход из этого затруднительного положения имеется. Для ликвидации факта уменьшения воздушного зазора необходимо осуществить компенсационное действие постоянной составляющей тягового усилия $F_{П\Sigma}$ путем создания постоянной компенсационной составляющей тягового усилия $F_{Пк\Sigma} = F_{П\Sigma}$ следующим образом. На противоположной к M_1, M_n стороне якоря Я с определенным воздушным зазором δ_k к корпусу

К крепится магнитопровод $M_{\text{км}}$ с обмоткой $O_{\text{км}}$, на зажимы которой подается постоянное напряжение $U_{\text{км}}$, которое создает тяговое усилие якоря $F_{\text{Пк}\Sigma}$, компенсирующее $F_{\text{П}\Sigma}$. Упрощенная схема такого ЭМВС изображена на рис. 4, где $M_{\text{км}}$ — компенсационный магнитопровод; B_1, B_n — двухполупериодные выпрямители со сглаживающими фильтрами; C_m — сумматор; $O_{\text{км}}$ — обмотка на $M_{\text{км}}$. Остальные обозначения такие, как на рис. 3.

Вычисление $F_{\text{Пк}\Sigma}$ аналогично расчету тягового усилия $F_{\text{П}\Sigma}$.

Таким образом, схема ЭМВС, показанная на рис. 4, позволяет проводить испытания объектов как на моногармонических, так и на полигармонических вибронагрузках.

1. *Вибрации в технике*. В 6-ти т. / Под ред. чл.-кор. АН СССР К. В. Фролова. — Москва: Машиностроение, 1981. — Т. 6. — 456 с.
2. *Ступель Ф. А.* Электромеханические реле. — Харьков: Изд. Харьков. гос. ун-та, 1956. — 356 с.
3. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике. — Москва: ГИТТЛ, 1956. — 608 с.
4. *Божко А. Е., Голуб Н. М.* Динамико-энергетические связи колебательных систем. — Киев: Наук. думка, 1980. — 188 с.
5. *Божко А. Е.* Принципы и особенности воспроизведения полигармонических вибраций электромагнитными вибраторами // Пробл. машиностроения. — 2004. — 7, № 2. — С. 32–38.

*Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков*

Поступило в редакцию 30.03.2007

УДК 629.7.054

© 2008

В. В. Карачун, О. А. Кладун

Похибки виведення балістичних ракет

(Представлено академіком НАН України В. М. Кошляковим)

The errors of a gyroscopic integrator of linear accelerations are analyzed in model terms. The degree of influence of the penetrable acoustic radiation is set on the technical descriptions of wares.

Одним з перспективних напрямів оптимізації польотів ракет-носіїв (РН) слід визнати ефективність використання аеродинамічних маневрів в атмосфері планет — гальмування, захоплення повітряним середовищем тощо, а також підвищення точності приладів командно-вимірювального комплексу.

Стартова маса сучасних РН може сягати декількох сотень тон. Отже, для здійснення всіх передбачених маневрів необхідна наявність потужних рупійних установок. До двигунів великої тяги слід віднести рідиннопаливні та ядерні. Саме вони забезпечують приріст швидкості за одиницю часу, який вимагає технічне завдання. Разом з тим, на межі струменя, що витікає з сопла двигуна із надзвуковою швидкістю, звичайно виникає зона турбулентності потоку, яка генерує в навколишнє середовище хвилі різної частоти. Товщина цієї турбулентної зони і, відповідно, граничні масштаби вихорів, що поширюються донизу вздовж потоку, безперервно збільшується з віддаленням від зрізу сопла. Інтенсивність шуму, який породжується таким струменем, пропорційна величині її середньої швидкості