

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ МОДЕЛЕЙ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ МИКРОСОТОВОЙ СТРУКТУРЫ С ОЧЕРЕДЯМИ РАЗНОТИПНЫХ ВЫЗОВОВ

Ключевые слова: *беспроводная связь, микросотовая сеть, буферный накопитель, очередь вызовов, хэндовер, показатели качества, приближенные методы расчета.*

ВВЕДЕНИЕ

В беспроводных сотовых сетях связи (БССС) для того, чтобы уменьшить вероятности потери новых (o -вызовы) и хэндовер-вызовов (h -вызовы), используются различные стратегии доступа в радиоканалы базовых станций (БС) и/или организуются буферные накопители для ожидания разнотипных вызовов. Достаточно обширную библиографию по математическим моделям таких сетей можно найти в работах [1–4].

Поскольку h -вызовы более чувствительны к возможным потерям и задержкам, чем o -вызовы, то предложенные схемы зачастую подразумевают использование резервных каналов для h -вызовов и/или организацию лишь их очереди в базовой станции. Организацию очереди h -вызовов можно реализовать в сетях, где микросоты покрываются некоторой макросотой, т.е. имеется некоторая зона (хэндовер-зона), внутри которой мобильный пользователь (МП) может обслуживаться в любой из соседних сот. Время, за которое МП пересекает зону хэндовер, называется интервалом деградации. Когда МП поступает в зону хэндовер, проверяется наличие свободных каналов в новой соте. Если имеется свободный канал, то h -вызов немедленно занимает его и процедура хэндовер считается успешно завершённой на данном этапе; в противном случае канал старой (т.е. предыдущей) соты по-прежнему используется данным h -вызовом и одновременно становится в очередь для ожидания освобождения какого-либо канала новой соты. Если до завершения интервала деградации не появляется свободный канал, то происходит вынужденное прерывание разговора h -вызова.

Проблемы расчета показателей качества обслуживания (Quality of Service — QoS) таких сетей являются предметом исследования многих работ (см., например, [4–9] и библиографию к ним). Вместе с тем следует отметить, что для компенсации шансов o -вызовов в некоторых сетях организуются буферы и для этого типа вызовов [10–12]. Очевидно, что такая схема позволяет увеличить общую пропускную способность сети.

С практической точки зрения наибольший интерес представляют модели сетей с буферными накопителями для обоих типов вызовов. Модель с ограниченными буферами исследована в [13]. Однако предложенный в этой работе подход позволяет исследовать только модели с малыми размерами буферных накопителей. В связи с этим в настоящей работе предлагается подход к исследованию моделей БССС с произвольными размерами буферных накопителей, а также модели с бесконечными буферными накопителями. Еще одним достоинством предложенного подхода является то, что, в отличие от подхода работы [13], при его использовании удастся разработать простые аналитические формулы для расчета искомых показателей QoS изучаемых сетей. Отметим, что хотя здесь для упрощения описания модели и промежуточных расчетов рассматриваются модели моносервисных БССС, полученные результаты легко можно адаптировать для мультисервисных БССС [14].

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛЕЙ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается модель изолированной соты беспроводной сети, базовая станция которой содержит $N > 1$ радиоканалов. Предполагается, что o -вызовы (h -вызовы) поступают согласно закону Пуассона с интенсивностью λ_o (λ_h), а время занятия канала вызовами любого типа — показательным распределением случайная величина со средним μ^{-1} . Если в период обслуживания вызова любого типа происходит процедура хэндовер, то время его дообслуживания в новой соте также имеет экспоненциальное распределение с тем же средним вследствие отсутствия памяти у показательного распределения.

Обслуживание разнотипных вызовов осуществляется по схеме резервирования каналов для h -вызовов, т.е. поступивший o -вызов принимается лишь тогда, когда число свободных радиоканалов БС больше g , $0 \leq g \leq N-1$. В противном случае o -вызов присоединяется к очереди, если число таких вызовов в соответствующем буфере не превышает заданной величины R_o , где $0 < R_o < \infty$; иначе поступивший o -вызов блокируется. Хэндовер-вызов принимается при наличии хотя бы одного свободного канала. В противном случае h -вызов присоединяется к очереди, если число таких вызовов в соответствующем буфере не превышает величины R_h , где $0 < R_h < \infty$; иначе поступивший h -вызов блокируется.

В момент освобождения канала выбор вызова из очереди для обслуживания осуществляется следующим образом. Если в этот момент число свободных каналов БС равно g , то один o -вызов из очереди (если таковые имеются) выбирается для обслуживания; в противном случае освобожденный канал простаивает даже при наличии очереди o -вызовов. Простой каналов недопустимы при наличии в соте h -вызовов. Внутри каждой очереди может использоваться любая дисциплина обслуживания, и для определенности изложения предполагается, что это дисциплина FCFS (первый пришел — первым обслужился).

Здесь исследуются модели с нетерпеливыми o -вызовами. Это означает, что o -вызов может покинуть очередь до начала процесса обслуживания, если время его ожидания в буфере превышает некоторую случайную величину с конечным средним τ_o^{-1} . Аналогично h -вызов может покинуть очередь до начала процесса обслуживания, если время его деградации (т.е. интервал времени, за которое он пересекает зону хэндовер) превышает некоторую случайную величину с конечным средним τ_h^{-1} . Предполагается, что указанные случайные величины независимы одна от другой и одинаково распределены согласно показательному закону.

Здесь также исследуются модели с неограниченными очередями, при этом в них предполагается, что новые вызовы в очереди терпеливы и потеря хэндовер-вызова из-за окончания интервала деградации — маловероятное событие.

Проблема состоит в разработке приближенного метода расчета основных показателей QoS изучаемых моделей. В данном случае этими показателями выступают вероятности потери разнотипных вызовов, средние длины их очередей, а также среднее время ожидания разнотипных вызовов в соответствующих очередях.

2. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА

Сначала рассмотрим модель с ограниченными очередями разнотипных вызовов. Для детального описания работы исследуемой системы используется двумерная цепь Маркова (ЦМ). Состояние соты в произвольный момент времени описывается двумерным вектором $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$, где k_1 — суммарное число занятых каналов и h -вызовов в очереди, а k_2 — число o -вызовов в очереди. Тогда фазовое пространство состояний (ФПС) системы определяется следующим образом:

$$S = \bigcup_{i=0}^{R_o} S_i, \quad (1)$$

$$S_0 := \{\mathbf{k} : k_1 = 0, 1, \dots, N + R_h; k_2 = 0\}, S_i := \{\mathbf{k} : k_1 = N - g, N - g + 1, \dots, N + R_h; k_2 = i\}, \\ i \geq 1.$$

Интенсивность перехода $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'$, где $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in S$, обозначается $q(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$. Тогда, учитывая механизм функционирования системы, находим, что указанные величины определяются так:

$$q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_o + \lambda_h, & \text{если } k_1 \leq N - g - 1, k_2 = 0, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_o, & \text{если } k_1 \geq N - g, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ \lambda_h, & \text{если } k_1 \geq N - g, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ f(k_1)\mu + (k_1 - N)^+ \tau_h, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ (N - g)\mu\delta(k_1, N - g) + k_2\tau_o, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

Здесь и в дальнейшем приняты следующие обозначения: $\mathbf{e}_1 = (1, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1)$, $f(x) = \min(x, N)$, $x^+ = \max(0, x)$, $\delta(i, j)$ — символы Кронекера.

Стационарная вероятность состояния $\mathbf{k} \in S$ обозначается $p(\mathbf{k})$. Тогда искомые показатели QoS определяются стационарными распределениями вероятностей состояний модели. Так, среднее число o -вызовов (L_o) и среднее число h -вызовов (L_h) в очереди определяются как соответствующие маргинальные распределения исходной цепи:

$$L_o = \sum_{k_2=1}^{R_o} k_2 \sum_{k_1=N-g}^{N+R_h} p(k_1, k_2), \quad (3)$$

$$L_h = \sum_{k_1=N+1}^{N+R_h} (k_1 - N) \sum_{k_2=0}^{R_o} p(k_1, k_2), \quad (4)$$

Для нахождения вероятности потери разнотипных вызовов можно использовать следующий подход. Как отмечалось выше, потери o -вызовов происходят при таких событиях:

(i) в момент поступления o -вызова в соответствующем буфере уже имеется R_o таких вызовов;

(ii) время ожидания в буфере o -вызова превышает заданный порог τ_o^{-1} .

Следовательно, вероятность потери o -вызовов (P_o) определяется так:

$$P_o = \sum_{k_1=N-g}^{N+R_h} p(k_1, R_o) + \frac{1}{\lambda_o} \sum_{k_2=1}^{R_o} k_2 \tau_o \sum_{k_1=N-g}^{N+R_h} p(k_1, k_2). \quad (5)$$

В последней формуле первый член суммы обозначает вероятность появления события (i), а второй — вероятность появления события (ii).

Аналогичным образом заключаем, что потери h -вызовов происходят при следующих событиях:

(iii) в момент поступления h -вызова в соответствующем буфере уже имеется R_h таких вызовов;

(iv) интервал деградации h -вызова завершается раньше, чем он получает доступ к свободному каналу.

Следовательно, вероятность потери h -вызовов (P_h) определяется так:

$$P_h = \sum_{k_2=0}^{R_o} p(N + R_h, k_2) + \frac{1}{\lambda_h} \sum_{k_1=N+1}^{N+R_h} (k_1 - N) \tau_h \sum_{k_2=0}^{R_o} p(k_1, k_2). \quad (6)$$

Формула (6) комментируется аналогично формуле (5). Далее с использованием формул (3)–(6) из модифицированной формулы Литтла вычисляется среднее время ожидания o -вызовов (W_o) и h -вызовов (W_h) в буфере:

$$W_x = \frac{L_x}{\lambda_x(1 - P_x)}, \quad x \in \{o, h\}. \quad (7)$$

Таким образом, для нахождения характеристик (3)–(7) необходимо определить стационарное распределение вероятностей состояний модели из соответствующей системы уравнений равновесия (СУР). Она составляется на основе соотношений (2)

и ее явный вид, а также соответствующий алгоритм решения данной задачи приводится в [13]. Однако из-за своего комбинаторного характера указанный алгоритм эффективен лишь при малых значениях R_o и R_h и совсем непригоден даже при их умеренных значениях. Вместе с тем с практической точки зрения представляют интерес модели с произвольным размером буферных накопителей для ожидания разнотипных вызовов (они представляют также и определенный научный интерес).

В связи с изложенными фактами для преодоления отмеченных трудностей здесь предлагается использовать приближенный метод, основанный на принципах фазового укрупнения состояний двумерных цепей Маркова [15].

Этот метод приемлем для исследования моделей широко распространенных микросетей, в которых интенсивность h -вызовов намного превосходит интенсивность o -вызовов, а время разговора весьма непродолжительное. Иными словами, ниже предполагается, что $\lambda_h \gg \lambda_o \gg \mu$. Важно отметить, что это допущение не является чрезмерно тяжелым, так как выполняется во многих реальных сетях подобного типа [16]. Более того, как видно из дальнейшего изложения, конечные результаты прямо не зависят от нагрузочных параметров входящих трафиков, а лишь от их отношений $\nu_x := \lambda_x / \mu$, $x \in \{o, h\}$. Кроме того, предположим, что интенсивности потерь вызовов из очереди также существенно меньше интенсивностей их поступления.

В силу принятых выше допущений относительно соотношений нагрузочных параметров разнотипных трафиков находим, что в представлении (1) интенсивности переходов между состояниями внутри каждого класса S_i намного превосходят интенсивности переходов между классами. Исходя из этого, множества S_i далее объединяются в отдельные укрупненные состояния $\langle i \rangle$ и вводится следующая функция укрупнения с областью определения (1):

$$U(k) = \langle i \rangle, \text{ если } k \in S_i, i = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

Функция укрупнения (8) определяет укрупненную модель, которая является одномерной ЦМ с конечным фазовым пространством состояний $\tilde{S} := \{\langle i \rangle : i = 0, 1, 2, \dots, R_o\}$.

Для нахождения стационарного распределения исходной модели потребуется предварительное определение стационарных распределений расщепленных моделей. Расщепленная модель с пространством состояний S_0 описывается одномерным процессом размножения и гибели, параметры которого определяются так (см. (2)):

$$\lambda_j = \begin{cases} \lambda_o + \lambda_h, & \text{если } j < N - g, \\ \lambda_h, & \text{если } j \geq N - g; \end{cases} \quad \mu_j = \begin{cases} f(j)\mu, & \text{если } j \leq N, \\ N\mu + (j - N)\tau_h, & \text{если } j > N. \end{cases} \quad (9)$$

Стационарное распределение вероятностей состояний этой модели обозначается $\rho_0(i)$, $i = 0, 1, \dots, N + R_h$. С учетом соотношений (9) оно определяется так:

$$\rho_0(i) = \begin{cases} \frac{\nu^i}{i!} \cdot \rho_0(0), & 1 \leq i \leq N - g, \\ \left(\frac{\nu}{\nu_h}\right)^{N-g} \cdot \frac{\nu_h^i}{i!} \cdot \rho_0(0), & N - g + 1 \leq i \leq N, \\ \frac{\nu^{N-g}}{N!} \cdot \nu_h^g \cdot \prod_{j=N+1}^i \frac{\lambda_h}{N\mu + (j-N)\tau_h} \cdot \rho_0(0), & N + 1 \leq i \leq N + R_h, \end{cases} \quad (10)$$

где $\nu := \nu_o + \nu_h$,

$$\rho_0(0) = \left(\sum_{i=0}^{N-g} \frac{\nu^i}{i!} + \left(\frac{\nu}{\nu_h}\right)^{N-g} \cdot \sum_{i=N-g+1}^N \frac{\nu_h^i}{i!} + \frac{\nu^{N-g}}{N!} \cdot \nu_h^g \cdot \sum_{j=N+1}^{N+R_h} \prod_{i=N+1}^j \frac{\lambda_h}{N\mu + (i-N)\tau_h} \right)^{-1}.$$

Расщепленные модели с пространством состояний S_i представляют собой идентичные для всех $i \geq 1$ процессы размножения и гибели. При этом интенсивность размножения в них — постоянная величина, равная λ_h , а интенсивность гибели

в состоянии j равна $f(j)\mu + (j-N)^+ \tau_h$, где $j = N-g, \dots, N+R_h$, $x^+ = \max(0, x)$. Следовательно, стационарные вероятности состояний расщепленных моделей с пространством состояний S_i , $i \geq 1$, обозначаемые как $\rho_i(j)$, вычисляются следующим образом (поскольку все расщепленные модели с пространством состояний S_i , $i \geq 1$, имеют одинаковое распределение, то ниже индекс i в обозначении $\rho_i(j)$, опускается):

$$\rho(j) = \begin{cases} \frac{v_h^j \cdot (N-g)!}{j! \cdot v_h^{N-g}} \cdot \rho(N-g), & N-g+1 \leq j \leq N, \\ v_h^g \cdot \frac{(N-g)!}{N!} \cdot \prod_{i=N+1}^j \frac{\lambda_h}{N\mu + (i-N)\tau_h} \cdot \rho(N-g), & N+1 \leq j \leq R_h, \end{cases} \quad (11)$$

где

$$\rho(N-g) = \left(1 + v_h^g \cdot (N-g)! \left(\sum_{i=N-g+1}^N \frac{v_h^{i-N}}{i!} + \frac{1}{N!} \cdot \sum_{j=N+1}^{N+R_h} \prod_{i=N+1}^j \frac{\lambda_h}{N\mu + (i-N)\tau_h} \right) \right)^{-1}.$$

Для нахождения стационарного распределения $\pi(\langle j \rangle)$, $\langle j \rangle \in \tilde{S}$, укрупненной модели достаточно определения ее производящей матрицы. Обозначим ее элементы $q(\langle i' \rangle, \langle i'' \rangle)$, $\langle i' \rangle, \langle i'' \rangle \in \tilde{S}$. С учетом (2), (10) и (11) находим, что искомые величины определяются из следующих соотношений:

$$q(\langle i' \rangle, \langle i'' \rangle) = \begin{cases} \tilde{\lambda}_o, & \text{если } i' = 0, i'' = 1, \\ \lambda_o, & \text{если } i' > 0, i'' = i' + 1, \\ ((N-g)\mu + i'\tau_o)\rho(N-g) + \\ + i'\tau_o(1 - \rho(N-g)), & \text{если } i'' = i' - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (12)$$

где $\tilde{\lambda}_o := \lambda_o \left(1 - \sum_{i=0}^{N-g-1} \rho_0(i) \right)$.

Следовательно, вероятности состояний укрупненной модели определяются как стационарное распределение вероятностей состояний процесса размножения и гибели с интенсивностями, заданными соотношениями (12), т.е.

$$\pi(\langle j \rangle) = \frac{\tilde{\lambda}_o \lambda_o^{j-1}}{\prod_{i=1}^j q(\langle i \rangle, \langle i-1 \rangle)} \cdot \pi(\langle 0 \rangle), \quad j = 1, \dots, R_o, \quad (13)$$

где $\pi(\langle 0 \rangle) = \left(1 + \tilde{\lambda}_o \sum_{i=1}^{R_o} \frac{\lambda_o^{i-1}}{\prod_{j=1}^i q(\langle i \rangle, \langle i-1 \rangle)} \right)^{-1}$.

С использованием (10)–(13) стационарное распределение вероятностей состояний исходной модели приближенно находится так:

$$\begin{aligned} p(0, k_2) &\approx \rho_0(k_2) \pi(\langle 0 \rangle); \\ p(k_1, k_2) &\approx \rho(k_2) \pi(\langle k_1 \rangle), \quad k_1 \geq 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда с учетом (3) и (14) находим, что среднее число o -вызовов в очереди определяется следующим образом:

$$L_o \approx \sum_{i=1}^{R_o} i \sum_{j=N-g}^{N+R_h} \rho(j) \pi(\langle i \rangle) = \sum_{i=1}^{R_o} i \pi(\langle i \rangle) \sum_{j=N-g}^{N+R_h} \rho(j) = \sum_{i=1}^{R_o} i \pi(i). \quad (15)$$

Среднее число h -вызовов в очереди запишем так (см. (4)):

$$\begin{aligned}
 L_h &\approx \sum_{i=1}^{R_h} i \sum_{j=0}^{R_o} \rho_j(N+i) \pi(\langle j \rangle) = \sum_{i=1}^{R_h} i \left(\rho_0(N+i) \pi(\langle 0 \rangle) + \sum_{j=1}^{R_o} \rho(N+i) \pi(\langle j \rangle) \right) = \\
 &= \sum_{i=1}^{R_h} i \left(\rho_0(N+i) \pi(\langle 0 \rangle) + \rho(N+i) \sum_{j=1}^{R_o} \pi(\langle j \rangle) \right) = \\
 &= \sum_{i=1}^{R_h} i (\rho_0(N+i) \pi(\langle 0 \rangle) + \rho(N+i) (1 - \pi(\langle 0 \rangle))). \quad (16)
 \end{aligned}$$

Вероятность потери o -вызовов приближенно определяется следующим образом (см. (5)):

$$\begin{aligned}
 P_o &\approx \sum_{i=N-g}^{N+R_h} \rho_{R_o}(i) \pi(\langle R_o \rangle) + \frac{\tau_o}{\lambda_o} \sum_{j=1}^{R_o} j \sum_{i=N-g}^{N+R_h} \rho(i) \pi(\langle j \rangle) = \\
 &= \pi(\langle R_o \rangle) + \frac{\tau_o}{\lambda_o} \sum_{j=1}^{R_o} j \pi(\langle j \rangle). \quad (17)
 \end{aligned}$$

Аналогично находим следующую приближенную формулу для вычисления вероятности потери h -вызовов (см. (6)):

$$\begin{aligned}
 P_h &\approx \sum_{i=0}^{R_o} \rho_i(N+R_h) \pi(\langle i \rangle) + \frac{\tau_h}{\lambda_h} \sum_{i=N+1}^{N+R_h} (i-N) \sum_{j=0}^{R_o} \rho_j(i) \pi(\langle j \rangle) = \\
 &= \rho_0(N+R_h) \pi(\langle 0 \rangle) + \rho(N+R_h) \sum_{i=1}^{R_o} \pi(\langle i \rangle) + \frac{\tau_h}{\lambda_h} \sum_{i=1}^{R_h} i \sum_{j=0}^{R_o} \rho_j(N+i) \pi(\langle j \rangle) = \\
 &= \rho_0(N+R_h) \pi(\langle 0 \rangle) + \rho(N+R_h) (1 - \pi(\langle 0 \rangle)) + \\
 &+ \frac{\tau_h}{\lambda_h} \sum_{i=1}^{R_h} i (\rho_0(N+i) \pi(\langle 0 \rangle) + \rho(N+i) \sum_{j=1}^{R_o} \pi(\langle j \rangle)) = \\
 &= \rho_0(N+R_h) \pi(\langle 0 \rangle) + \rho(N+R_h) (1 - \pi(\langle 0 \rangle)) + \\
 &+ \frac{\tau_h}{\lambda_h} \sum_{i=1}^{R_h} i (\rho_0(N+i) \pi(\langle 0 \rangle) + \rho(N+i) (1 - \pi(\langle 0 \rangle))). \quad (18)
 \end{aligned}$$

Используя (15)–(18), из (7) вычисляем приближенные значения средних времен ожидания в буфере разнотипных вызовов.

Теперь рассмотрим некоторые частные случаи исследуемой модели, которые часто встречаются при изучении реальных сетей. Отметим, что для упрощения изложения в частных моделях используются прежние обозначения для их стационарного распределения вероятностей состояний расщепленных моделей и укрупненной модели.

Модель с терпеливыми новыми вызовами. В этой модели предполагается, что o -вызовы не покидают очередь не обслуженными, иными словами, $\tau_o = 0$. Тогда стационарные распределения внутри расщепленных моделей также вычисляются с помощью (10) и (11). Однако в этом случае вычисление стационарных вероятностей состояний укрупненной модели осуществляется так:

$$\pi(\langle i \rangle) = \frac{\tilde{\lambda}_o}{\tilde{\mu}} \tilde{\nu}_o^{i-1} \pi(\langle 0 \rangle), \quad i = 1, \dots, R_o,$$

$$\text{где } \tilde{\mu} := (N-g)\mu\rho(N-g), \quad \tilde{\nu}_o := \frac{\lambda_o}{\tilde{\mu}}, \quad \pi(\langle 0 \rangle) = \left(1 + \frac{\tilde{\lambda}_o}{\tilde{\mu}} \cdot \frac{1 - \tilde{\nu}_o^{R_o}}{1 - \tilde{\nu}_o} \right)^{-1}.$$

Из формулы (17) находим, что в данной модели вероятность потери o -вызовов определяется так: $P_o \approx \pi(\langle R_o \rangle)$.

Остальные показатели QoS вычисляются из соответствующих формул.

Модель с бесконечным интервалом деградации. В этой модели предполагается, что $\tau_h = 0$. Здесь стационарные распределения внутри расщепленных моделей вычисляются так:

$$\rho_0(i) = \begin{cases} \frac{\nu^i}{i!} \cdot \rho_0(0), & 1 \leq i \leq N-g, \\ \left(\frac{\nu}{\nu_h}\right)^{N-g} \cdot \frac{\nu^i}{i!} \cdot \rho_0(0), & N-g+1 \leq i \leq N, \\ \frac{\nu^{N-g}}{N!} \cdot \nu_h^g \cdot \tilde{\nu}_h^{i-N} \cdot \rho_0(0), & N+1 \leq i \leq N+R_h, \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{где } \rho_0(0) = \left(\sum_{i=0}^{N-g} \frac{\nu^i}{i!} + \left(\frac{\nu}{\nu_h}\right)^{N-g} \cdot \sum_{i=N-g+1}^N \frac{\nu^i}{i!} + \frac{\nu^{N-g}}{N!} \cdot \frac{\nu_h^{g+1}}{N} \cdot \frac{1-\tilde{\nu}_h^{R_h}}{1-\tilde{\nu}_h} \right)^{-1};$$

$$\rho(j) = \begin{cases} \frac{\nu_h^j}{j!} \cdot \frac{(N-g)!}{\nu_h^{N-g}} \rho(N-g), & j = \overline{N-g+1, N}, \\ \tilde{\nu}_h^{j-N} \cdot \nu_h^g \cdot \frac{(N-g)!}{N!} \rho(N-g), & N+1 \leq j \leq N+R_h, \end{cases} \quad (20)$$

$$\text{где } \rho(N-g) = \left(1 + \nu_h^g (N-g)! \left(\sum_{i=N-g+1}^N \frac{\nu^{i-N}}{i!} + \frac{\tilde{\nu}_h}{N!} \cdot \frac{1-\tilde{\nu}_h^{R_h}}{1-\tilde{\nu}_h} \right) \right)^{-1}.$$

Стационарное распределение вероятностей состояний укрупненной модели в данном случае определяется аналогично (13). При этом следует учитывать, что стационарные распределения расщепленных моделей определяются из соотношений (19) и (20). В данной модели вероятность потери h -вызовов запишем так:

$$P_h \approx \rho_0(N+R_h)\pi(\langle 0 \rangle) + \rho(N+R_h)(1-\pi(\langle 0 \rangle)).$$

Остальные показатели QoS вычисляются из соответствующих формул.

Модель с терпеливыми новыми вызовами и бесконечным интервалом деградации. Эта модель является комбинацией двух предыдущих моделей, т.е. предполагается, что $\tau_o = \tau_h = 0$. Не повторяя описанные выше процедуры, отметим лишь, что показатели QoS вычисляются с помощью следующих формул:

$$L_o \approx \pi(\langle 0 \rangle) \cdot \frac{\tilde{\lambda}_o}{\lambda_o} \cdot \sum_{i=1}^{R_o} i \tilde{\nu}_o^i, \quad L_h \approx (a\pi(\langle 0 \rangle) + b(1-\pi(\langle 0 \rangle))) \sum_{i=1}^{R_h} i \tilde{\nu}_h^i,$$

$$P_o \approx \pi(\langle R_o \rangle), \quad P_h \approx (a\pi(\langle 0 \rangle) + b(1-\pi(\langle 0 \rangle))) \tilde{\nu}_h^{R_h}.$$

Здесь и в дальнейшем приняты обозначения:

$$a := \frac{\nu^{N-g}}{N!} \cdot \nu_h^g \cdot \rho_0(0), \quad b := \frac{(N-g)!}{N!} \cdot \nu_h^g \cdot \rho(N-g).$$

Теперь рассмотрим модель с неограниченными очередями. Ее ФПС определяется следующим образом:

$$S = \bigcup_{i=0}^{\infty} S_i, \quad (21)$$

где $S_0 := \{\mathbf{k} : k_1 = 0, 1, \dots; k_2 = 0\}$; $S_i := \{\mathbf{k} : k_1 = N-g, N-g+1, \dots; k_2 = i\}$, $i \geq 1$.

Элементы производящей матрицы соответствующей цепи Маркова $q(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$, $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in S$, определяются аналогично (2). Среднее число o -вызовов (L_o) и h -вызовов (L_h) в очереди определяется аналогично (3) и (4) соответственно, где верхние пределы суммирования полагаются бесконечными.

Для нахождения стационарного распределения модели можно использовать известный метод двумерных производящих функций. Однако, с одной стороны, он связан с огромными вычислительными и методологическими трудностями, а с другой, неконструктивен. Для преодоления этих трудностей предлагается использовать описанный выше приближенный метод расчета стационарных вероятностей состояний двумерных цепей Маркова. Не повторяя описанные выше процедуры, отметим лишь, что здесь также используется аналогичная (1) схема расщепления пространства состояний модели. В данном случае стационарное распределение вероятностей состояний расщепленной модели с пространством состояний S_0 определяется так:

$$\rho_0(i) = \begin{cases} \frac{v^i}{i!} \cdot \rho_0(0), & 1 \leq i \leq N-g, \\ \left(\frac{v}{v_h}\right)^{N-g} \cdot \frac{v^i}{i!} \cdot \rho_0(0), & N-g+1 \leq i \leq N, \\ \frac{v^{N-g}}{N!} \cdot v_h^g \cdot \tilde{v}_h^{i-N} \cdot \rho_0(0), & i \geq N+1, \end{cases} \quad (22)$$

$$\text{где } \rho_0(0) = \left(\sum_{i=0}^{N-g} \frac{v^i}{i!} + \left(\frac{v}{v_h}\right)^{N-g} \cdot \sum_{i=N-g+1}^N \frac{v^i}{i!} + \frac{v^{N-g}}{N!} \cdot \frac{v_h^{g+1}}{N} \cdot \frac{1}{1-\tilde{v}_h} \right)^{-1}.$$

Отсюда находим первое условие эргодичности исследуемой модели:

$$v_h < N. \quad (23)$$

Расщепленные модели с пространством состояний S_i представляют собой идентичные для всех $i \geq 1$ процессы размножения и гибели, в которых интенсивность размножения — постоянная величина и равна λ_h , а интенсивность гибели в состоянии j равна $f(j)\mu$, где $j \geq N-g$. Следовательно, после определенных алгебраических преобразований находим, что стационарное распределение вероятностей состояний расщепленных моделей с пространством состояний S_i , $i \geq 1$, обозначаемое $\rho_I(j)$, $j \geq N-g$, вычисляется так:

$$\rho(j) = \begin{cases} \frac{v_h^j}{j!} \cdot \frac{(N-g)!}{v_h^{N-g}} \rho(N-g), & j = \overline{N-g+1, N}, \\ \tilde{v}_h^{j-N} \cdot v_h^g \cdot \frac{(N-g)!}{N!} \rho(N-g), & j \geq N+1, \end{cases} \quad (24)$$

$$\text{где } \rho(N-g) = \left(1 + v_h^g (N-g)! \left(\sum_{i=N-g+1}^N \frac{v_h^{i-N}}{i!} + \frac{1}{N!} \cdot \frac{\tilde{v}_h}{1-\tilde{v}_h} \right) \right)^{-1}.$$

Учитывая (2), (22) и (24), находим, что интенсивности переходов между состояниями бесконечномерной укрупненной модели определяются из следующих соотношений:

$$q(\langle j' \rangle, \langle j'' \rangle) = \begin{cases} \tilde{\lambda}_o, & \text{если } j' = 0, j'' = j' + 1, \\ \lambda_o, & \text{если } j' > 0, j'' = j' + 1, \\ \tilde{\mu}, & \text{если } j'' = j' - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (25)$$

Итак, стационарное распределение вероятностей состояний укрупненной модели определяется как стационарное распределение вероятностей состояний процесса

размножения и гибели с интенсивностями, заданными соотношениями (25), т.е.

$$\pi(\langle j \rangle) = \frac{\tilde{\lambda}_o}{\tilde{\mu}} \cdot \tilde{\nu}_o^{j-1} \pi(\langle 0 \rangle), \quad j \geq 1, \quad (26)$$

где $\pi(\langle 0 \rangle) = \left(1 + \frac{\tilde{\lambda}_o}{\tilde{\mu}} \cdot \frac{1}{1 - \tilde{\nu}_o} \right)^{-1}$.

При выводе формул (26) находится легко проверяемое второе условие эргодичности модели:

$$\nu_o < (N - g)\rho(N - g). \quad (27)$$

Замечание. Условие (27) имеет простую вероятностную интерпретацию. Поскольку o -вызовы из очереди обслуживаются лишь тогда, когда число занятых каналов равно $N - g$, то их суммарная интенсивность обслуживания равна $\mu(N - g)\rho(N - g)$, где $\rho(N - g)$ определяет вероятность того, что число занятых каналов равно $N - g$ при наличии очереди o -вызовов. Для существования стационарного режима требуется, чтобы интенсивность входящего трафика o -вызовов (λ_o) была меньше суммарной интенсивности их обслуживания, и, следовательно, отсюда находится условие (27).

При выполнении условий эргодичности (23) и (27) находим, что среднее число o -вызовов в очереди определяется следующим образом:

$$L_o \approx \sum_{i=1}^{\infty} i \sum_{j=N-g}^{\infty} \rho(j) \pi(\langle i \rangle) = \sum_{i=1}^{\infty} i \pi(\langle i \rangle) = \frac{1}{(1 - \tilde{\nu}_o)^2} \cdot \frac{\tilde{\lambda}_o}{\tilde{\mu}} \cdot \pi(\langle 0 \rangle). \quad (28)$$

Среднее число h -вызовов в очереди определяется так:

$$\begin{aligned} L_h &\approx \left(\sum_{i=1}^{\infty} i \rho_0(N + i) \right) \pi(\langle 0 \rangle) + \sum_{i=1}^{\infty} i \sum_{j=1}^{\infty} \rho(N + i) \pi(j) = \\ &= \pi(\langle 0 \rangle) \sum_{i=1}^{\infty} i \rho_0(N + i) + (1 - \pi(\langle 0 \rangle)) \sum_{i=1}^{\infty} i \rho(N + i) = \\ &= \frac{\tilde{\nu}_h}{(1 - \tilde{\nu}_h)^2} \cdot (a\pi(\langle 0 \rangle) + b(1 - \pi(\langle 0 \rangle))). \end{aligned} \quad (29)$$

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Формулы расчета искомых показателей QoS моделей беспроводных сетей с ожиданием (разд. 2) позволяют легко провести их анализ при произвольных размерах буферных накопителей для разнотипных вызовов.

Сначала рассмотрим результаты численных экспериментов для общей модели с ограниченными буферными накопителями, т.е. для модели, в которой $\tau_o \neq 0$ и $\tau_h \neq 0$. При этом изучается поведение показателей QoS относительно изменения параметра g (числа резервных каналов для h -вызовов) при фиксированных значениях остальных параметров модели. Соответствующие графики для гипотетической модели показаны на рис. 1–3, где исходные данные выбирались так: $N = 10$; $\lambda_o = 0.2$; $\lambda_h = 2.6$; $\mu = 5$; $\tau_o = 0.1$; $\tau_h = 0.2$. Из этих графиков видно, что увеличение значений параметра g приводит к возрастанию вероятности потери o -вызовов (см. рис. 1, *a*) и уменьшению вероятности потери h -вызовов (см. рис. 1, *b*). Это объясняется тем, что с увеличением числа резервных каналов уменьшаются шансы o -вызовов на доступ к каналам и, наоборот, увеличиваются шансы h -вызовов на доступ к каналам. При этом, как и следовало ожидать, увеличение размера буфера для вызовов каждого типа (при фиксированном значении размера буфера для вызовов другого типа) уменьшает вероятность их потери (см. рис. 1). Также следует отметить, что рост интенсивности любого потока увеличивает вероятность потери.

Средняя длина очереди o -вызовов растет с увеличением числа резервных каналов (см. рис. 2, *a*), а соответствующий показатель для h -вызовов убывает относительно указанного параметра (см. рис. 2, *b*). Вместе с тем обе функции возрастающе относятся к размеру соответствующих буферов. Аналогичный вид имеют средние времена ожидания разнотипных вызовов в очереди (см. рис. 3).

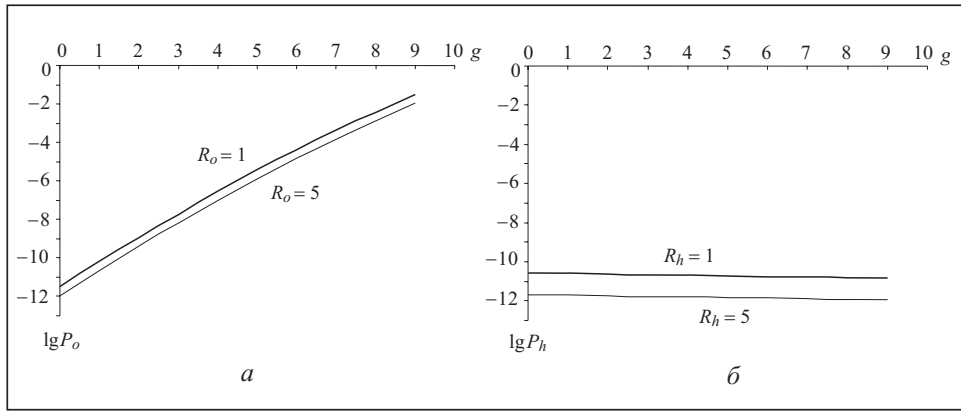


Рис. 1. Зависимость вероятности потери: *a* — *o*-вызовов при $R_h = 1$; *б* — *h*-вызовов при $R_o = 5$ от числа резервных вызовов

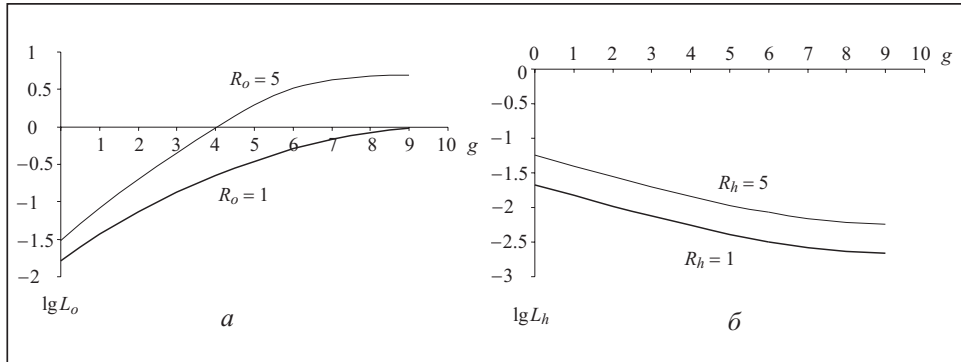


Рис. 2. Зависимость средней длины очереди: *a* — *o*-вызовов при $R_h = 1$; *б* — *h*-вызовов при $R_o = 5$ от числа резервных вызовов

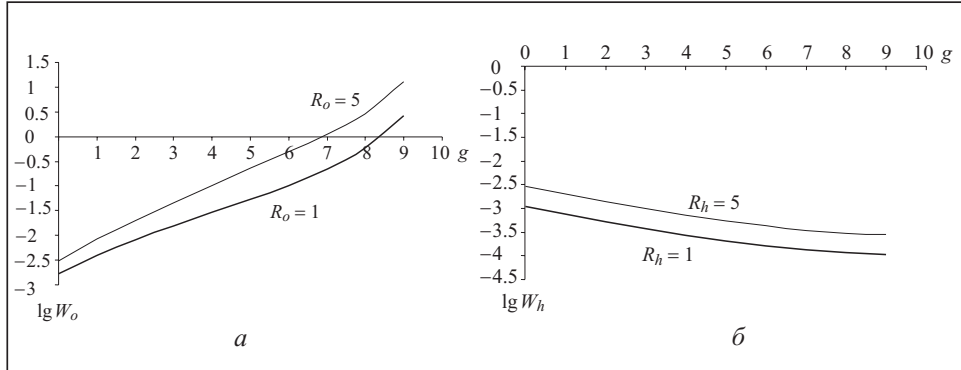


Рис. 3. Зависимость среднего времени ожидания в очереди: *a* — *o*-вызовов при $R_h = 1$; *б* — *h*-вызовов при $R_o = 5$ от числа резервных вызовов

Исследовано также поведение показателей QoS относительно изменения интенсивностей входящих трафиков при фиксированных значениях остальных параметров. Заметим, что эти исследования имеют важное значение, так как на практике интенсивности входящих трафиков определяются с некоторыми погрешностями, а их значения меняются с течением времени. Поэтому большой интерес представляет изучение интервалов инвариантности (или слабой изменчивости) показателей QoS модели относительно изменения интенсивности входящих трафиков при фиксированных значениях остальных параметров. Соответствующие результаты этих исследований показаны на рис. 4–6.

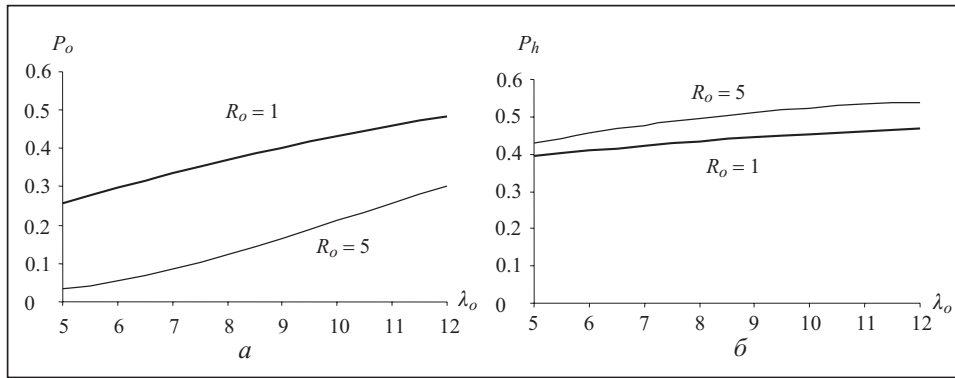


Рис. 4. Зависимость вероятности потери o -вызовов (a) и h -вызовов (b) от интенсивности o -вызовов

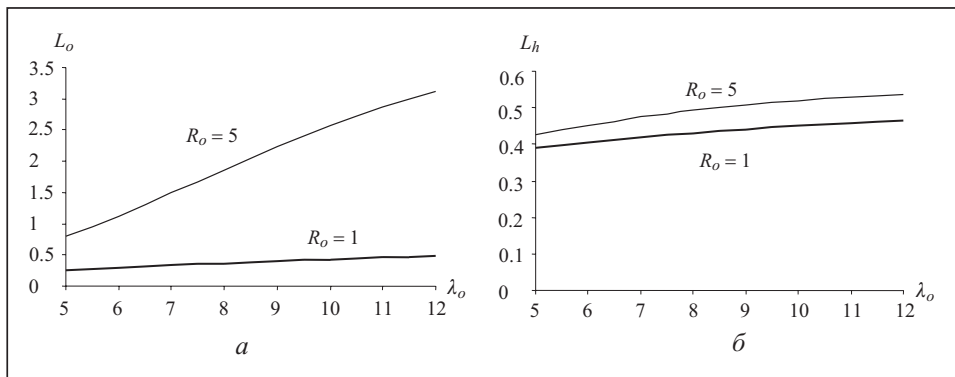


Рис. 5. Зависимость средней длины очереди: a — o -вызовов; b — h -вызовов от интенсивности o -вызовов

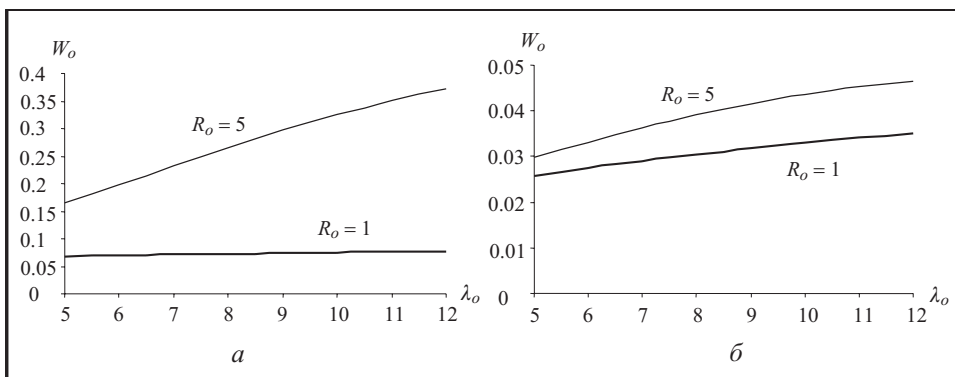


Рис. 6. Зависимость среднего времени ожидания в очереди: a — o -вызовов; b — h -вызовов от интенсивности o -вызовов

Другим направлением исследований было изучение точности разработанных формул для расчета приближенных значений (ПЗ) показателей QoS рассмотренной модели. При этом в качестве точных значений (ТЗ) этих величин используются их значения, вычисленные с помощью подхода, изложенного в [13]. Как отмечалось выше, указанный подход позволяет исследовать показатели QoS модели лишь при малых размерах буферных накопителей. Для указанных выше исходных данных и при $R_o = R_h = 1$ сравнение соответствующих ПЗ и ТЗ приведены в табл. 1 и табл. 2. Из таблиц следует, что разработанные приближенные формулы имеют достаточно высокую точность.

Таблица 1. Сравнительный анализ результатов вычисления показателей QoS *o*-вызовов

<i>g</i>	P_o		L_o		W_o	
	ТЗ	ПЗ	ТЗ	ПЗ	ТЗ	ПЗ
0	3.16236E-12	2.43785E-12	1.62726E-02	1.62730E-02	1.65440E-03	1.65453E-03
1	6.30767E-11	7.86103E-11	3.73811E-02	3.73832E-02	3.88478E-03	3.88485E-03
2	1.15364E-09	2.44697E-09	7.42411E-02	7.42422E-02	8.02593E-03	8.02599E-03
3	1.91132E-08	5.78531E-08	1.34232E-01	1.34237E-01	1.55284E-02	1.55296E-02
4	2.84055E-07	3.14851E-07	2.24514E-01	2.24518E-01	2.90355E-02	2.90361E-02
5	3.74555E-06	3.77654E-06	3.49392E-01	3.49395E-01	5.39924E-02	5.39931E-02
6	4.33084E-05	4.35672E-05	5.06623E-01	5.06628E-01	1.03750E-01	1.03757E-01
7	4.34859E-04	4.35532E-04	6.82404E-01	6.82407E-01	2.19583E-01	2.19589E-01
8	3.80973E-03	3.80652E-03	8.45889E-01	8.45890E-01	5.80761E-01	5.80763E-01
9	3.17847E-02	3.17850E-02	9.54261E-01	9.54271E-01	2.63631E+00	2.63636E+00

Таблица 2. Сравнительный анализ результатов вычисления показателей QoS *h*-вызовов

<i>g</i>	P_h		L_h		W_h	
	ТЗ	ПЗ	ТЗ	ПЗ	ТЗ	ПЗ
0	2.67415E-11	4.04561E-11	2.12586E-02	2.12673E-02	1.08633E-03	1.08641E-03
1	2.48432E-11	3.77538E-11	1.48829E-02	1.48832E-02	7.55501E-04	7.55512E-04
2	2.30828E-11	3.72416E-11	1.04747E-02	1.04768E-02	5.29343E-04	5.29367E-04
3	2.14511E-11	3.68643E-11	7.47977E-03	7.47985E-03	3.76848E-04	3.76853E-04
4	1.99403E-11	2.99853E-11	5.45992E-03	5.45979E-03	2.74515E-04	2.74528E-04
5	1.85443E-11	2.92375E-11	4.10648E-03	4.10661E-03	2.06187E-04	2.0618E-04
6	1.72599E-11	2.83243E-11	3.21075E-03	3.21112E-03	1.61061E-04	1.61059E-04
7	1.60904E-11	2.73051E-11	2.63707E-03	2.63853E-03	1.32213E-04	1.32235E-04
8	1.50534E-11	2.61631E-11	2.30184E-03	2.30195E-03	1.15367E-04	1.15372E-04
9	1.41935E-11	2.58932E-11	2.14829E-03	2.14852E-03	1.07654E-04	1.07663E-04

Теперь рассмотрим некоторые результаты численных экспериментов для модели с бесконечными буферными накопителями. Исходные данные для гипотетической модели выбирались так: $N = 30$, $\lambda_h = 12$, $\mu = 1$. При $\lambda_o = 2$ условие эргодичности (27) удовлетворится для значений $0 \leq g \leq 15$, а при $\lambda_o = 4$ — для значений $0 \leq g \leq 18$, и потому в графиках для соответствующих кривых указаны эти интервалы изменения параметра g (рис. 7). Из рис. 7, а видно, что увеличение значений параметра g приводит к возрастанию функции L_o , но при этом уменьшается функция L_h . Эти результаты имеют вполне логичное объяснение, так как с ростом числа резервных каналов увеличиваются шансы *h*-вызовов на прямой доступ в каналы, но при этом одновременно уменьшаются шансы *o*-вызовов на прямой доступ в каналы и они вынужденно присоединяются к очереди. Отметим, что среднее число *o*-вызовов в очереди растет с большей скоростью, чем среднее число *h*-вызовов в очереди (см. рис. 7, б). Из этих графиков видно, что для данной системы нет необходимости организации бесконечного буфера для ожидания разнотипных вызовов, так как средние длины очередей разнотипных вызовов достаточно короткие. Так если в изучаемой гипотетической сети для ожидания *o*- и *h*-вызовов в очереди организовать буферы соответственно объемом 5 и 3, то они окажутся достаточными для обработки разнотипных вызовов. При этом вероятность их потери находится в приемлемых границах. Иными словами, в каждом конкретном случае имеются возможности проведения исследования по выбору необходимых объемов буферных накопителей для удовлетворения заданных ограничений на показатели QoS сети.

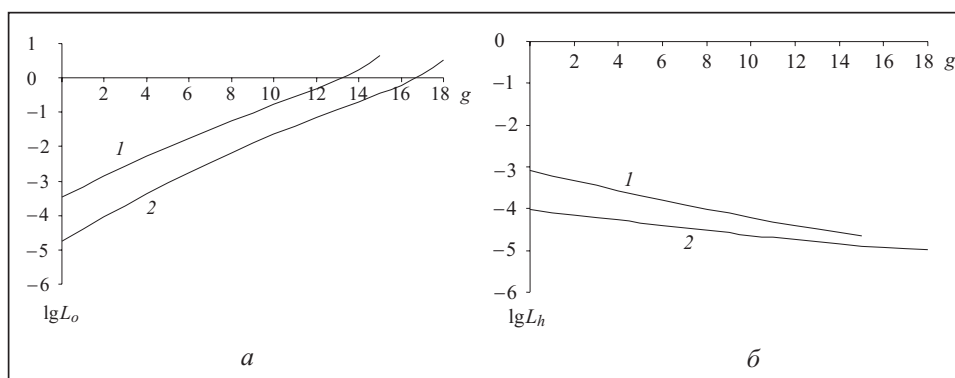


Рис. 7. Зависимость средней длины очереди: а — о-вызовов; б — h-вызовов от числа резервных каналов: $\lambda_0 = 4$ (1); $\lambda_0 = 2$ (2)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье получены аналитические выражения для приближенного расчета показателей QoS беспроводных сетей микросотовой структуры, в которых допускается наличие конечной и/или бесконечной очереди новых и хэндовер-вызовов. При этом предполагается, что длина интервала деградации хэндовер-вызовов — случайная величина с конечным средним значением и новые вызовы в очереди являются нетерпеливыми. Разработанный метод позволяет без особых трудностей за короткое время осуществить анализ подобных сетей, а также решить важные для практики сотовой телефонной связи задачи определения рациональных объемов буферных накопителей и/или числа резервных каналов для оптимизации желаемых показателей QoS сети. Эти проблемы могут стать предметом дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Das Bit S., Mitra S. Challenges of computing in mobile cellular environment — a survey // *Comp. Com.* — 2003. — **26**. — P. 2090–2105.
2. Yue W., Matsumoto Y. Performance analysis of multi-channel and multi-traffic on wireless communication networks. — Boston: Kluwer Acad. Publ., 2002. — 324 p.
3. Chen H., Huang I., Kumar S., Kuo C.C. Radio resource management for multimedia QoS support in wireless networks. — Boston: Kluwer Acad. Publ., 2004. — 256 p.
4. Hong D., Rapoport S.S. Traffic model and performance analysis of cellular mobile radio telephones systems with prioritized and non-prioritized handoff procedures // *IEEE Trans. on Vehicular Technology.* — 1986. — **35**, N 3. — P. 77–92.
5. Wei L., Chao X. Modeling and performance evaluation of cellular mobile networks // *IEEE/ACM Transactions on Networking.* — 2004. — **12**, N 1. — P. 131–145.
6. Yoon C.H., Un C.K. Performance of personal portable radio telephone systems with and without guard channels // *IEEE J. Selected Areas in Com.* — 1993. — **11**, N 6. — P. 911–917.
7. Melikov A.Z., Ponomarenko L.A., Babayev A.T. Numerical method to study mobile cellular wireless networks models with finite queue of h-calls // *J. of Automat. and Inform. Sci.* — 2005. — **37**, N 6. — P. 1–11.
8. Melikov A.Z., Ponomarenko L.A., Babayev A.T. Investigation of cellular network characteristics with limited queue of impatient h-calls // *Ibid.* — 2006. — **38**, N 8. — P. 17–28.
9. Kim C.S., Melikov A.Z., Ponomarenko L.A. Two-dimensional models of wireless cellular networks with infinite queues of handover calls // *Ibid.* — 2007. — **39**, N 12. — P. 25–41.
10. Guerin R. Queuing-blocking system with two arrival streams and guard channels // *IEEE Transac. on Com.* — 1988. — **36**, N 2. — P. 153–163.
11. Ro I.S., Kim C.S., Ponomarenko L.A., Melikov A.Z. Numerical approach to analysis of channel assignment schemes in mobile cellular networks // *J. of Korea Management Engineers Society.* — 2008. — **13**, N 2. — P. 29–39.
12. Melikov A.Z., Velibekov A.M. Computational procedures for analysis of two channels assignment schemes in wireless cellular networks // *Autom. Contr. and Comp. Sci.* — 2009. — **43**, N 2. — P. 96–103.
13. Chang C.J., Su T.T., Chiang Y.Y. Analysis of a cutoff priority cellular radio system with finite queuing and reneging/dropping // *IEEE/ACM Trans. on Networking.* — 1994. — **2**, N 2. — P. 166–175.
14. Melikov A.Z., Kim C.S., Ponomarenko L.A. Numerical investigation of a multithreshold access strategy in multiservice cellular wireless networks // *Cybernetics and System Analysis.* — 2009. — **45**, N 5. — P. 680–691.
15. Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Паладюк В.В. Телетрафик. Модели, методы, оптимизация. — Киев: Политехника, 2007. — 256 с.
16. Casares-Giner V. Integration of dispatch and interconnect traffic in a land mobile trunking systems. Waiting time distribution // *Telecommunication Systems.* — 2001. — **16**, N 3, 4. — P. 539–554.

Поступила 15.02.2010