

АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ МОДЕЛЕЙ МНОГОСКОРОСТНЫХ СИСТЕМ С ОЧЕРЕДЯМИ

Ключевые слова: *многоскоростная система, узкополосные и широкополосные заявки, алгоритмы расчета.*

ВВЕДЕНИЕ

Модели многоканальных систем обслуживания, в которых разнотипные заявки требуют одновременно случайное число каналов, достаточно точно описывают работу современных мультимедийных коммуникационных сетей связи. В литературе они получили название многоскоростных систем обслуживания (Multi-Rate Queue, MRQ) [1].

Качество обслуживания (Quality of Service, QoS) разнотипных трафиков в таких системах существенным образом зависит от принятой стратегии доступа в каналы (Call Admission Control, САС). Очевидно, что применение полнодоступной стратегии доступа не позволяет удовлетворить различные требования разнотипных заявок, предъявляемые к показателям QoS. При этом, как правило, наиболее жесткие требования предъявляются к показателям QoS широкополосных заявок (w -заявок). Поэтому в литературе предложены различные стратегии доступа в многоскоростных системах с явными потерями (т.е. без очередей). Так, с целью защиты w -заявок от частых потерь широко используется стратегия, ограничивающая доступ узкополосных заявок (n -заявок) в каналы, а также стратегия резервирования каналов. Согласно первой стратегии n -заявки принимаются лишь тогда, когда их число в системе не превышает некоторого порогового значения, а при использовании стратегии неизолированного резервирования каналов n -заявки принимаются лишь тогда, когда число свободных каналов больше определенного порогового значения. При использовании обеих стратегий доступа w -заявки принимаются всегда, если в момент их поступления имеется достаточное число свободных каналов. Модели многоскоростных систем с явными потерями обширно освещены, например, в работах [1–5].

В [6] предложена САС, основанная на схеме изолированного резервирования каналов, т.е. согласно этой стратегии определенная часть каналов выделяется специально для w -заявок, а в оставшейся общей зоне вводится ограничение на число заявок либо одного типа, либо обоих типов. Кроме того, исследуется модель MRQ с явными потерями.

Другой превентивной мерой защиты w -заявок от частых потерь является их буферизация. В доступной литературе эти модели недостаточно исследованы. В настоящей статье предложены простые вычислительные процедуры для расчета моделей MRQ с очередями w -заявок, в которых принята стратегия доступа, основанная на схеме неизолированного резервирования каналов для w -заявок. При этом исследуются модели с конечными и бесконечными очередями. Иными словами, для защиты w -заявок процедуры буферизации и резервирования каналов используются одновременно. Последнее обстоятельство позволяет произвести анализ и выбор наиболее рациональной схемы организации процессов обслуживания разнотипных заявок в исследуемых системах. При разработке соответствующих вычислительных процедур используется подход, предложенный в работе [6].

1. МОДЕЛИ ИССЛЕДУЕМЫХ MRQ И РАСЧЕТ ИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Рассмотрим модель многоскоростной системы, которая содержит $N > 1$ каналов для обслуживания потока n - и w -заявок; n -заявка обслуживается лишь одним каналом, а для обслуживания одной w -заявки требуется m , $m > 1$, свободных каналов. При этом все каналы, обслуживающие одну w -заявку, начинают и завершают свою работу одновременно. Узкополосные заявки обслуживаются в режиме без ожидания (т.е. не принятые n -заявки теряются), а широкополосные заявки при отсутствии необходимого числа свободных каналов ожидают в очереди конечной или бесконечной длины.

Стратегия доступа n -заявок определяется следующим образом. Если в момент поступления заявки данного типа число свободных каналов больше определенного порогового значения, то она принимается для обслуживания; в противном случае поступившая заявка теряется. С целью эффективного использования каналов системы значение порогового параметра A должно быть кратным m , т.е. поступившая n -заявка принимается, если в этот момент число свободных каналов больше, чем mA , $1 \leq A \leq \bar{A}$, где

$$\bar{A} = \begin{cases} [N/m] - 1, & \text{если } \text{mod}(N, m) = 0, \\ [N/m] & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Здесь и в дальнейшем $\text{mod}(x, y)$ означает остаток от деления x на y , а $[x]$ — целую часть x .

Обслуживание w -заявок осуществляется следующим образом. Если в момент поступления заявки данного типа число свободных каналов не меньше, чем m , то заявка немедленно занимает любые m свободных каналов одновременно; в противном случае она присоединяется к очереди. Поскольку после ухода из системы w -заявки всегда имеется необходимое число свободных каналов для обслуживания заявки того же типа, то в таких случаях одна w -заявка выбирается из очереди, если очередь не пуста. В противном случае освобожденные каналы простаивают. Если после ухода из системы n -заявки число свободных каналов становится достаточным для обслуживания w -заявки, то одна w -заявка выбирается из очереди. В противном случае освобожденный канал простаивает и w -заявки продолжают находиться в очереди до освобождения необходимого числа каналов. Для определенности изложения предполагается, что w -заявки в очереди обслуживаются в порядке поступления.

Как видно из описания, система относится к классу неконсервативных, когда возможны простои каналов при наличии очереди. Подобные системы являются достаточно сложными относительно разработки эффективных методов расчета и оптимизации их показателей QoS. Здесь исследуются модели MRQ с конечными и бесконечными очередями. Если в модели с конечными очередями в момент поступления w -заявки в очереди уже имеются R таких заявок, то она получает отказ и теряется. А модели с бесконечными очередями не допускают потери w -заявок.

С целью получения обозримых результатов для таких достаточно сложных моделей предполагается, что они являются марковскими, т.е. входящие трафики считаются пуассоновскими и времена обслуживания заявок являются показательными распределенными случайными величинами. Интенсивность потока n -заявок (w -заявок) равна λ_n (λ_w), а интенсивность их обслуживания — μ_n (μ_w).

Сначала рассмотрим модели с конечными очередями. В стационарном режиме функционирование данной MRQ описывается двумерной цепью Маркова (ЦМ) с состояниями вида $\mathbf{k} = (k_n, k_w)$, где k_n (k_w) означает число n -заявок (w -заявок) в системе. Очевидно, что диапазоны изменения числа заявок каждого типа определяются как

$$0 \leq k_n \leq N - mA; \quad 0 \leq k_w \leq \left\lfloor \frac{N}{m} \right\rfloor + R, \quad (1)$$

где N — количество каналов, R — длина очереди.

С учетом описанной схемы обслуживания определяем, что если система находится в состоянии $\mathbf{k} = (k_n, k_w)$, то число w -заявок в каналах (k_w^s) и число w -заявок в очереди (k_w^q) определяются следующим образом:

$$k_w^s = \begin{cases} \left\lfloor \frac{N - k_n}{m} \right\rfloor, & \text{если } k_w \geq \left\lfloor \frac{N - k_n}{m} \right\rfloor, \\ k_w & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (2)$$

$$k_w^q = \begin{cases} k_w - \left\lfloor \frac{N - k_n}{m} \right\rfloor, & \text{если } k_w \geq \left\lfloor \frac{N - k_n}{m} \right\rfloor, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (3)$$

Из (1)–(3) следует, что в любом возможном состоянии $\mathbf{k} = (k_n, k_w)$ должно выполняться условие

$$0 \leq k_n + mk_w^s \leq N. \quad (4)$$

Следовательно, множество всех возможных состояний S данной цепи содержит двумерные векторы $\mathbf{k} = (k_n, k_w)$, компоненты которых удовлетворяют условиям (1)–(4).

С учетом описанной схемы обслуживания определяем, что элементы производящей матрицы данной цепи $q(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$, $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in S$, имеют вид

$$q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_n, & \text{если } f(\mathbf{k}) > mA, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_w, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ k_n \mu_n, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ k_w^s \mu_w, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (5)$$

где $\mathbf{e}_1 = (1, 0), \mathbf{e}_2 = (0, 1)$, а $f(\mathbf{k}) := N - k_n - mk_w^s$ означает число свободных каналов в состоянии $\mathbf{k} \in S$.

Граф пространства состояний модели S и возможные переходы между его состояниями показаны на рис. 1.

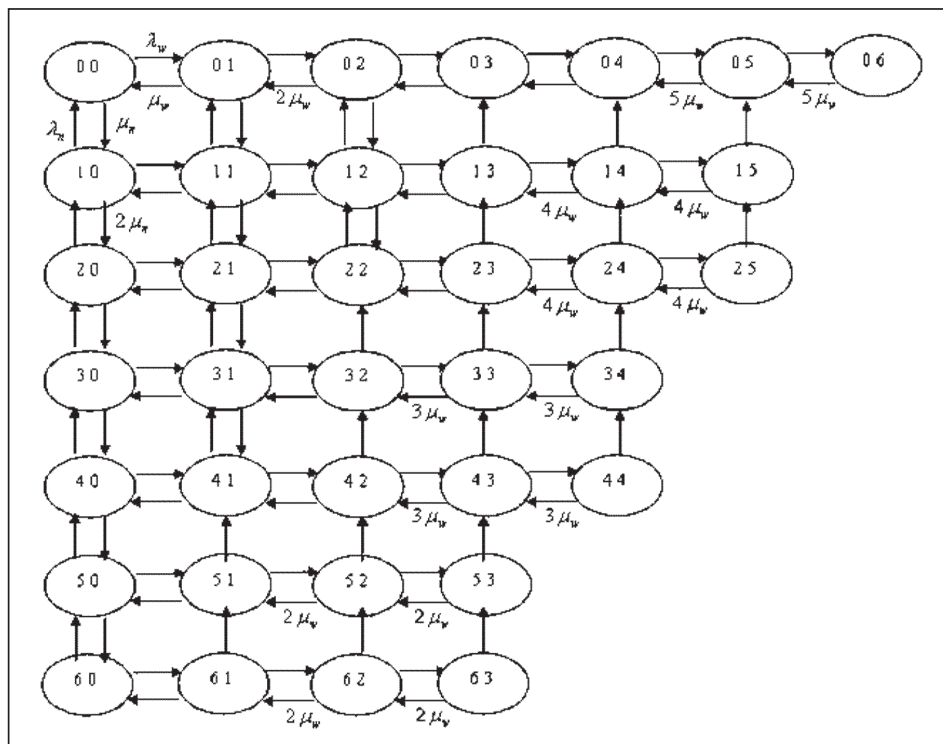


Рис. 1. Граф переходов модели, $N = 10, m = 2, A = 2, R = 1$

Из соотношений (5) можно сделать вывод о том, что соответствующая ЦМ является неприводимой, т.е. при любых положительных значениях нагрузочных параметров системы в ней существует стационарный режим.

Стационарную вероятность состояния \mathbf{k} обозначим через $p(\mathbf{k})$. Тогда с учетом (5) можно показать, что система уравнений равновесия (СУР) исследуемой модели имеет вид

$$\begin{aligned} p(\mathbf{k})(\lambda_n I(N > k_n + m(k_w^s + A)) + \lambda_w I(k_w \leq N + R - 1) + k_n \mu_n + k_w^s \mu_w) = \\ = \lambda_n p(\mathbf{k} - \mathbf{e}_1) I(N > k_n + m(k_w^s + A) + 1) + \lambda_w p(\mathbf{k} - \mathbf{e}_2) I(k_w > 0) + \\ + (k_n + 1) \mu_n p(\mathbf{k} + \mathbf{e}_1) + (k_w^s + 1) \mu_w p(\mathbf{k} + \mathbf{e}_2), \quad \mathbf{k} \in S. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь и в дальнейшем $I(A)$ означает индикаторную функцию события A . Система уравнений (6) дополняется нормирующим условием

$$\sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) = 1. \quad (7)$$

Основными показателями QoS данной системы являются вероятности потери разнотипных заявок. Вероятности потери n - и w -заявок обозначим PB_n и PB_w соответственно. Они определяются через стационарное распределение модели

$$PB_n = \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) I(N \leq k_n + m(k_w^s + A)), \quad (8)$$

$$PB_w = \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) \delta(k_w^q, R). \quad (9)$$

Здесь и в дальнейшем $\delta(i, j)$ означают символы Кронекера:

$$\delta(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

Поиск стационарного распределения модели из СУР (6), (7) является тривиальной задачей при небольшой размерности пространства состояний S . Однако для реальных систем указанная СУР имеет огромную размерность, и потому данная задача становится трудно разрешимой. Для модели с бесконечными очередями указанная система вообще имеет бесконечную размерность, потому для ее решения приходится использовать метод производящих функций. А применение последнего метода для данной модели связано с известными трудностями, так как он требует решения достаточно сложной системы дифференциальных уравнений огромной размерности. В связи с этим здесь разработаны простые вычислительные процедуры расчета стационарных распределений исследуемых моделей с конечными и бесконечными очередями.

Рассмотрим расщепление пространства состояний модели по строкам, т.е. по значению первой компоненты вектора состояния (см. рис. 1):

$$S = \bigcup_{i=0}^{N-mA} S_i, \quad S_i \cap S_j = \emptyset, \quad i \neq j, \quad (10)$$

где $S_i := \{k \in S: k_n = i\}$, $i = 0, 1, \dots, N - mA$.

Стационарную вероятность состояния (i, j) внутри класса S_i обозначим $\rho_i(j)$. Из (5) определяем, что стационарное распределение внутри класса S_i совпадает с соответствующим распределением классической системы обслуживания $M|M|[b_i]|R$, где $b_i := \lfloor (N - i) / m \rfloor$. Следовательно, для вычисления этих вероятностей могут быть использованы формулы

$$\rho_i(j) = \begin{cases} \frac{v_w^j}{j!} \rho_i(0), & \text{если } j = 1, \dots, [b_i], \\ \left(\frac{v_w}{[b_i]} \right)^j \cdot \frac{([b_i])^{b_i}}{[b_i]!} \rho_i(0), & \text{если } j = [b_i] + 1, \dots, [b_i] + R, \end{cases} \quad (11)$$

где

$$\nu_w := \frac{\lambda_w}{\mu_w}; \rho_i(0) = \left(\sum_{j=0}^{[b_i]} \frac{\nu_w^j}{j!} + \frac{([b_i])^{b_i}}{[b_i]!} \sum_{j=[b_i]+1}^{[b_i]+R} \left(\frac{\nu_w}{[b_i]} \right)^j \right)^{-1}. \quad (12)$$

Интенсивности переходов между классами состояний S_i и S_j обозначим $\theta(i, j)$. Тогда с использованием (5), (11), (12) имеем

$$\theta(i, i+1) = \begin{cases} \lambda_n \sum_{j=0}^{[b_i-A]-1} \rho_i(j), & \text{если } \text{mod}(N-i, m) \neq 0, \\ \lambda_n \sum_{j=0}^{[b_i-A]} \rho_i(j), & \text{если } \text{mod}(N-i, m) = 0, \end{cases} \quad (13)$$

$$\theta(i, i-1) = i\mu_n; \quad (14)$$

$$\theta(i, j) = 0, \text{ если } |i-j| > 1. \quad (15)$$

Из соотношений (13)–(15) находится стационарное распределение укрупненных состояний (т.е. классов состояний S_i). Так, стационарные вероятности укрупненных состояний S_i , обозначаемые $\pi(i)$, вычисляются следующим образом:

$$\pi(i) = \frac{\nu_n^i}{i!} \prod_{j=1}^i \theta(j-1, j) \pi(0), \quad i = 1, \dots, N-mA, \quad (16)$$

здесь

$$\nu_n := \frac{\lambda_n}{\mu_n}; \quad \pi(0) = \left(1 + \sum_{i=1}^{N-mA} \frac{\nu_n^i}{i!} \prod_{j=1}^i \theta(j-1, j) \right)^{-1}. \quad (17)$$

Тогда стационарное распределение исходной модели приближенно определяется как

$$p(i, j) \approx \rho_i(j) \pi(i), \quad (i, j) \in S. \quad (18)$$

Следовательно, после выполнения определенных математических преобразований получаем приближенные формулы вычисления показателей QoS (8), (9)

$$PB_n \approx \sum_{i=0}^{N-mA} \left(\sum_{j=[b_i-A]}^{[b_i]+R} \rho_i(j) \pi(i) I(\text{mod}(N-i, m) \neq 0) + \sum_{j=[b_i-A]+1}^{[b_i]+R} \rho_i(j) \pi(i) I(\text{mod}(N-i, m) = 0) \right), \quad (19)$$

$$PB_w = \sum_{i=0}^{N-mA} \rho_i([b_i]+R) \pi(i). \quad (20)$$

С применением предложенного подхода можно также разработать приближенные формулы вычисления показателей QoS модели с бесконечными очередями w -заявок. Отметим, что условием существования стационарного режима внутри расщепленной модели с пространством состояний S_i является выполнение неравенства $\nu_w < [b_i]$. Поскольку оно должно выполняться для любого i , $i = 0, 1, \dots, N-mA$, то отсюда получаем легко проверяемое условие эргодичности исходной модели: $\nu_w < A$. При его выполнении можно предложить следующую формулу расчета значения (приближенного) вероятности потери n -заявок (ввиду очевидности подробное изложение отдельных этапов описанного выше подхода опускается):

$$PB_n \approx 1 - \sum_{i=0}^{N-mA} \left(\sum_{j=0}^{[b_i-A]-1} \rho_i(j) \pi(i) I(\text{mod}(N-i, m) \neq 0) + \sum_{j=0}^{[b_i-A]} \rho_i(j) \pi(i) I(\text{mod}(N-i, m) = 0) \right). \quad (21)$$

Здесь

$$\rho_i(j) = \begin{cases} \frac{\nu_w^j}{j!} \rho_i(0), & \text{если } j = 1, \dots, [b_i], \\ \left(\frac{\nu_w}{[b_i]} \right)^j \frac{([b_i])^{[b_i]}}{[b_i]!} \rho_i(0), & \text{если } j \geq [b_i] + 1, \end{cases} \quad (22)$$

где

$$\rho_i(0) = \left(\sum_{j=0}^{[b_i]-1} \frac{\nu_w^j}{j!} + \frac{\nu_w^{[b_i]}}{([b_i]-1)!} \cdot \frac{1}{[b_i] - \nu_w} \right)^{-1}. \quad (23)$$

Отметим, что величины $\pi(i)$, $i = 0, 1, \dots, N - mA$, также вычисляются, исходя из формул (16), (17).

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Изложим результаты численных экспериментов, выполненных с помощью разработанных выше алгоритмов расчета исследуемых моделей. Вычислительные программы разработаны на языке Object Pascal в интегрированной среде разработки Delphi 6. Здесь целью выполнения численных экспериментов является изучение поведения PB_n и PB_w относительно изменения значений порогового параметра A при фиксированных нагрузках (хотя разработанные алгоритмы позволяют провести анализ поведения показателей QoS относительно изменения и других структурных и нагрузочных параметров системы).

Некоторые результаты численных экспериментов для модели с ограниченной очередью широкополосных заявок показаны на рис. 2–5. Их анализ позволяет сделать следующие выводы.

— При любых допустимых значениях нагрузочных и структурных параметров системы функция PB_n является монотонно возрастающей относительно порогового параметра A (рис. 2, 3). Это естественно, так как увеличение значения A уменьшает

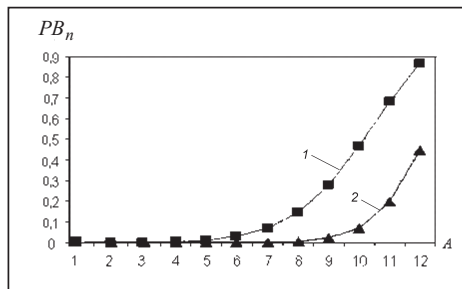


Рис. 2. Зависимость вероятности потери n -заявок от A для $\lambda_n = 0,08$, $\mu_n = 0,5$, $\mu_w = 2$, $m = 2$, $N = 26$, $R = 4$ при $\lambda_w = 7$ (1), $\lambda_w = 3$ (2)

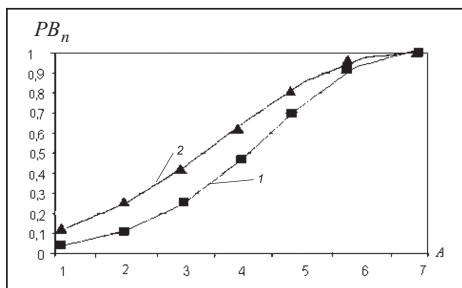


Рис. 3. Зависимость вероятности потери n -заявок от A для $\lambda_n = 0,08$, $\lambda_w = 10$, $\mu_n = 0,5$, $m = 2$, $N = 15$, $R = 4$ при $\mu_w = 4$ (1), $\mu_w = 3$ (2)

шансы узкополосных заявок для доступа в каналы. При этом увеличение нагрузки широкополосных заявок приводит также к увеличению потери узкополосных заявок (см. рис. 2), а увеличение скорости обслуживания широкополосных заявок, наоборот, сопровождается уменьшением интенсивности потери узкополосных заявок (см. рис. 3).

— При любых допустимых значениях нагрузочных и структурных параметров системы функция PB_w является монотонно убывающей относительно порогового параметра A (рис. 4 и 5). Это также естественно, поскольку увеличение значения порогового параметра A увеличивает шансы широкополосных заявок для доступа в каналы. При этом для выбранных исходных данных даже десятикратное увеличение объема буфера для ожидания широкополосных заявок почти не влияет на вероятности их потери, поэтому на рис. 4 показана лишь одна кривая зависимости PB_w от A . Это явление для выбранных исходных данных объяс-

няется тем, что здесь нагрузка потери узкополосных заявок очень низкая (см. рис. 4). Очевидно, что для других исходных данных следует ожидать наличия существенной зависимости функции PB_w также и от объема буфера для ожидания широкополосных заявок. Следует отметить, что увеличение скорости обслуживания узкополосных заявок приводит к уменьшению вероятности потери широкополосных заявок (см. рис. 5), поскольку с увеличением скорости обслуживания узкополосных заявок увеличиваются шансы широкополосных заявок на доступ в каналы.

Результаты численных экспериментов для модели с неограниченной очередью широкополосных заявок в виде графиков показаны на рис. 6. Как и следовало ожидать, для данной модели увеличение значения порогового параметра A уменьшает шансы узкополосных заявок на доступ в каналы, т.е. функция PB_n является монотонно возрастающей относительно порогового параметра A . Здесь условие эргодичности модели выполняется для значений параметра $A \geq 4$, и поэтому на оси абсцисс указан соответствующий интервал изменения значений параметра A . Сравнительный анализ графиков на рис. 2 и 6 показывает, что для выбранных исходных данных множества значений функции PB_n в моделях с конечными и бесконечными очередями почти не отличаются одно от другого. Такое сходство имеет место не только при малых размерах буфера (т.е. при $R = 4$), но и для достаточно большого объема буфера в модели с конечной очередью широкополосных заявок (т.е. при $R = 40$). Этот факт объясняется низкими значениями нагрузочных параметров узкополосных заявок ($\lambda_n = 0,08$; $\mu_n = 0,5$).

Отметим, что рассмотренные алгоритмы позволяют также решить ряд задач по улучшению показателей QoS исследуемых систем. Так, в модели с ограниченной очередью широкополосных заявок в наличии имеются два управляемых параметра — пороговый параметр A и длина очереди R . Следовательно, за счет выбора их соответствующих значений в некоторых случаях удастся достичь желаемого уровня потери разнотипных заявок. С учетом монотонности вероятностей потерь разнотипных заявок по обоим параметрам здесь для конкретности изложения рассматривается лишь одна задача оптимизации этой модели, где в качестве управляемого параметра выбирается пороговый параметр. Иными словами, предполагается, что общее число каналов и размер буфера для ожидания w -заявок в очереди являются фиксированными, а нагрузки трафиков также считаются известными. Чтобы подчеркнуть зависимость вероятностей потерь n - и w -заявок от порогового параметра A , здесь указанные вероятности обозначаются $PB_n(A)$ и $PB_w(A)$ соответственно.

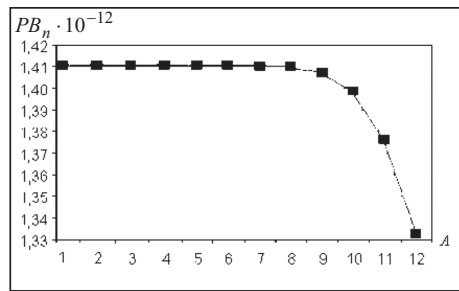


Рис. 4. Зависимость вероятности потери w -заявок от A для $\lambda_n = 0,08$, $\lambda_w = 3$, $\mu_n = 0,5$, $\mu_w = 2$, $m = 2$, $N = 26$, $R = 4$

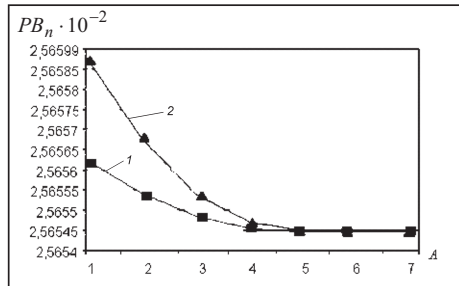


Рис. 5. Зависимость вероятности потери w -заявок от A для $\lambda_n = 0,08$, $\lambda_w = 10$, $\mu_w = 2$, $m = 2$, $N = 15$, $R = 4$ при $\mu_n = 0,7$ (1), $\mu_n = 0,4$ (2)

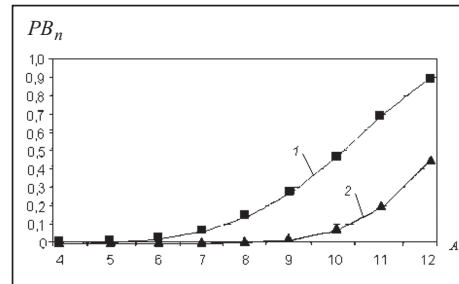


Рис. 6. Зависимость вероятности потери n -заявок от A в модели с бесконечной очередью w -заявок для $\lambda_n = 0,08$, $\mu_n = 0,5$, $\mu_w = 2$, $m = 2$, $N = 26$, при $\lambda_w = 7$ (1), $\lambda_w = 3$ (2)

Пусть эффективность работы системы оценивается уровнем потери разнотипных заявок и задаются ограничения на указанные показатели качества обслуживания

$$PB_n(A) \leq \varepsilon_n, \quad (24)$$

$$PB_w(A) \leq \varepsilon_w, \quad (25)$$

где ε_n и ε_w — заданные величины. Тогда задача выбора оптимальных значений порогового параметра ставится следующим образом. При фиксированных значениях N, m, ν_n и ν_w требуется найти такой интервал изменения значений A (максимальной длины), внутри которого удовлетворяются условия (24) и (25). Концы искомого интервала обозначим A_* и A^* .

Для решения задачи (24), (25) с учетом свойства монотонности функций $PB_n(A)$ и $PB_w(A)$ может быть применен метод дихотомии. Отметим, что аналогичным образом может быть сформулирована и решена задача выбора оптимального значения размера буфера R .

Результаты некоторых численных экспериментов по решению задачи (24), (25) показаны в табл. 1, 2, где $\lambda_n = 0,7$, $\lambda_w = 20$, а символ \emptyset означает, что задача не имеет решения.

Задача, результаты решения которой показаны в табл. 1, характеризуется тем, что в ней $PB_n(1) > PB_w(1)$. При этом следует отметить, что функция $PB_n(A)$ является возрастающей, а функция $PB_w(A)$ — убывающей, $A = 1, 2, \dots, \bar{A}$. Проведенные эксперименты также отличаются тем, что в них нагрузка широкополосных заявок существенно превышает (почти в 10 раз) нагрузки узкополосных заявок.

Таблица 1. Результаты решения задачи (24), (25) при $N = 22$, $m = 2$

[A_* , A^*]	Значение параметров			
	μ_n	μ_w	ε_n	ε_w
[1,4]	1	9	10^{-1}	10^{-6}
[1,3]	1	9	10^{-2}	10^{-6}
[2,4]	1	9	10^{-1}	$8,15 \cdot 10^{-7}$
[2,3]	1	9	10^{-2}	$8,15 \cdot 10^{-7}$
\emptyset	2	3	10^{-1}	10^{-2}
[1,5]	2	7	10^{-1}	10^{-2}
[1,3]	2	7	10^{-2}	10^{-5}
[1,6]	2	9	10^{-1}	10^{-3}
\emptyset	2	9	10^{-4}	10^{-6}
\emptyset	2	9	10^{-1}	$2,99 \cdot 10^{-7}$
[1,6]	2	9	10^{-1}	$8,15 \cdot 10^{-7}$
[1,6]	3	8	10^{-1}	10^{-5}
[1,3]	3	8	10^{-2}	10^{-5}
\emptyset	3	8	10^{-1}	10^{-7}
[4,6]	3	8	10^{-1}	$1,1 \cdot 10^{-6}$
[1,6]	3	9	10^{-1}	10^{-6}
[1,4]	3	9	10^{-2}	10^{-6}
\emptyset	3	9	10^{-5}	10^{-6}
[3,6]	3	9	10^{-1}	$2,99 \cdot 10^{-7}$

Поскольку скорость изменения функции $PB_w(A)$ низкая (см. рис. 4, 5), то результаты решения задачи являются очень чувствительными к возможным изменениям верхнего предела ε_w ограничения (25). Так, например, при $N = 22$, $m = 2$, $\mu_n = 2$, $\mu_w = 9$, $\varepsilon_n = 10^{-1}$ задача имеет оптимальное решение [1, 6], когда $\varepsilon_w = 8,15 \cdot 10^{-7}$, а при тех же исходных данных задача не имеет решения при $\varepsilon_w = 2,99 \cdot 10^{-7}$ (см. табл. 1). Аналогичная ситуация имеет место и для исходных данных, указанных в табл. 2. Так, например, для этих исходных данных при $\mu_n = 3$, $\mu_w = 8$, $\varepsilon_n = 10^{-1}$ задача имеет оптимальное решение [1, 4] при $\varepsilon_w = 10^{-4}$, а при тех же исходных данных задача имеет оптимальное решение [2, 4] при $\varepsilon_w = 0,2 \cdot 10^{-4}$ (см. табл. 2).

Рассмотренный здесь подход позволяет достаточно просто исследовать решения задачи (24), (25) при любых допустимых соотношениях нагрузок разнотипных заявок и при любых возможных значениях структурных параметров модели. Для каждой конкретной задачи выбора опти-

мальных значений порогового параметра может быть осуществлен соответствующий послеоптимизационный анализ. Таким образом, можно сделать следующие общие выводы относительно свойств решения задачи (24), (25):

— с ростом нагрузки широкополосных заявок ν_w левый конец оптимального интервала (если он существует) движется вправо;

— с ростом нагрузки узкополосных заявок ν_n правый конец оптимального интервала (если он существует) движется влево;

— с уменьшением ε_w левый конец оптимального интервала (если он существует) движется вправо;

— с уменьшением ε_n правый конец оптимального интервала (если он существует) движется влево;

— при одновременном уменьшении ε_n и ε_w длина оптимального интервала сокращается и ниже их определенных значений задача не имеет решения;

— с ростом нагрузок заявок любого типа длина оптимального интервала сокращается и выше их определенных критических значений задача не имеет решения.

Таблица 2. Результаты решения задачи (24), (25) при $N = 46$, $m = 5$

[A_n, A_w^*]	Значение параметров			
	μ_n	μ_w	ε_n	ε_w
[1,2]	3	8	10^{-2}	10^{-4}
[1,4]	3	8	10^{-1}	10^{-4}
[2,4]	3	8	10^{-1}	$0,2 \cdot 10^{-4}$
[2,4]	3	14	10^{-2}	$7,45 \cdot 10^{-8}$
\emptyset	3	14	10^{-2}	10^{-9}
[1,4]	5	8	10^{-1}	10^{-5}
\emptyset	5	8	10^{-2}	10^{-6}
[2,4]	5	8	10^{-1}	$1,903 \cdot 10^{-5}$
\emptyset	5	14	10^{-1}	10^{-8}
[1,3]	9	14	10^{-2}	10^{-7}
[2,5]	9	14	10^{-1}	$6,643 \cdot 10^{-8}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье исследуются задачи расчета показателей QoS моделей многоскоростных систем, в которых допускается образование конечной или бесконечной очереди широкополосных заявок. Узкополосные заявки обслуживаются по схеме с явными потерями, и они могут поступать в систему лишь тогда, когда число свободных каналов превышает заранее определенное пороговое значение. В отличие от классических подходов предложенный метод не требует генерации всего пространства состояний огромной размерности, и решения поставленных задач осуществляются с применением простых вычислительных алгоритмов. Решается также задача нахождения оптимальных значений параметров введенной стратегии обслуживания, при которых удовлетворяются заданные ограничения на вероятности потери разнотипных заявок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ross K.W. Multiservice loss models for broadband telecommunications networks. — N.Y.: Springer-Verlag, 1995. — 340 p.
2. Kelly F.P. Loss networks // Annals of Applied Probability. — 1991. — 1, N 3. — P. 319–378.
3. Gazdziki P., Lambadaris I., Mazumdar R. Blocking probabilities for large multirate Erlang loss system // Advances in Applied Probability. — 1993. — 25. — P. 997–1009.
4. Mitra D., Morrison J.A., Ramakrishnan K.J. ATM network design and optimization: a multirate loss network framework // IEEE/ACM Transaction of Networking. — 1996. — 4. — P. 531–543.
5. Melikov A.Z. Computation and optimization methods for multi-resource queues // Cybernetics and Systems Analysis. — 1996. — 32, N 6. — P. 821–836.
6. Melikov A.Z., Fattakhova M.I., Kaziyev T.S. Multiple-speed system with specialised channels for servicing broadband customers // Automatic Control and Computer Sciences. — 2007. — 40, N 2. — P. 11–19.

Поступила 20.06.2008