

## НИЗКОЧАСТОТНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ СКОРОСТИ БРОУНОВСКОГО МОТОРА С ФЛУКТУАЦИЯМИ ЗНАКА ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

А. А. Чернова, Т. Е. Корочкова, В. М. Розенбаум

*Институт химии поверхности им. А. А. Чуйко НАН Украины,  
Киев, 03164, ул. Генерала Наумова, 17*

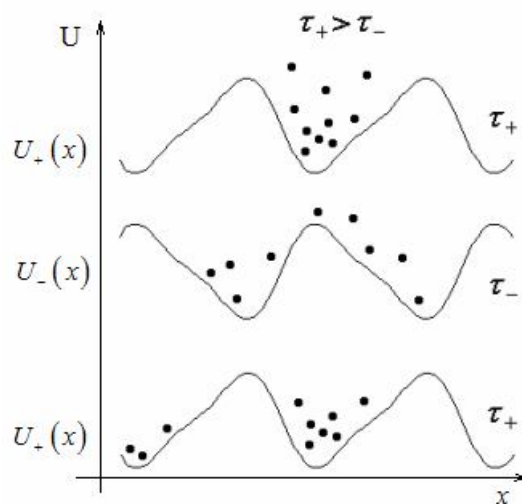
*Показано, что во втором порядке теории возмущений по частотам, изменяющим знак потенциальной энергии на противоположный, направление скорости броуновской частицы определяется исключительно разностью этих частот, а величина скорости является монотонно убывающей функцией температуры. В случае флуктуаций потенциальной энергии не только по знаку но и по величине, могут возникать точки останова мотора, вблизи которых изменяется направление движения, что может быть использовано для сегрегации наночастиц.*

### Введение

В последние несколько лет развитие сканирующей зондовой микроскопии позволило непосредственно наблюдать и управлять движением одиночных молекул на поверхности, что предоставило новые возможности в изучении и понимании механизмов работы молекулярных машин, отличающихся от таковых для макроскопических машин [1, 2]. В частности, направленный транспорт наночастиц в низкоразмерных системах активно изучался в Институте химии поверхности им. А. А. Чуйко НАН Украины, начиная с 2003 года [3–8], и в различных аспектах обсуждался на страницах данного сборника [9, 10].

Одной из фундаментальных проблем современной неравновесной статистической физики является превращение различных типов энергии (химической, тепловой и др.) в энергию направленного движения частиц. Решение этой проблемы представляет интерес для объяснения механизмов возникновения направленного движения в биологических системах (так называемых молекулярных моторов и насосов). Известно, что неравновесные флуктуации, генерируемые извне химическими реакциями, протекающими в условиях далеких от равновесия (с нарушением условия детального баланса), могут вызывать дрейф броуновских частиц в анизотропной среде в отсутствие градиентов температур, а также макроскопических сил или электрических полей. Транспорт частиц и макромолекул, наведенный неравновесными флуктуациями, может найти применение во многих областях, в частности при сегрегации частиц и регулировании биологических процессов [11, 12].

Наиболее распространены модели, в которых такое движение основано на взаимодействии между управляемым объектом и неоднородной, обычно периодически структурированной подложкой. Новые возможности возникают при наличии пространственно-временной асимметрии потенциальной энергии частицы [7]. Считается, что потенциальная энергия  $U(x, t) = f(t)V(x)$  флуктуирует между двумя потенциальными рельефами  $U_+(x)$  и  $U_-(x)$ , которые имеют одинаковую форму, но разное растяжение по энергетической шкале в ”+” и ”–” состояниях. Особый интерес представляют флуктуации знака потенциальной энергии, возникающие при  $f(t) = f\sigma(t)$ , где  $f$  – заряд или дипольный момент, а  $\sigma(t) = \pm 1$ . В этом случае в



**Рис. 1.** Флуктуации знака пространственно-асимметричного потенциального рельефа в сочетании с временной асимметрией этих флуктуаций приводит к направленному движению броуновской частицы.

высокотемпературном приближении [7] было показано, что направленное движение возникает исключительно за счет различия времен жизни состояний  $\tau_+$  и  $\tau_-$ . В более продолжительном состоянии увеличивается вероятность локализации частицы вблизи минимума потенциальной ямы, а в менее продолжительном состоянии преобладает динамический эффект более быстрого спуска частицы по крутому участку потенциального рельефа. В результате возникает тенденция к движению в отрицательном направлении при  $\tau_+ > \tau_-$ , как схематически изображено на рис. 1. При  $\tau_+ < \tau_-$  направление движения изменяется на противоположное.

Возникает вопрос, является ли такое поведение броуновской частицы следствием высокотемпературного приближения или оно сохраняется и при произвольных температурах. В работе [7] также было показано, что в случае флуктуаций потенциальных профилей не только по знаку, но и по величине могут возникать точки остановки мотора, вблизи которых изменяется направление движения. Эти вопросы требуют детального изучения, поскольку изменение направления движения при изменении различных параметров системы может применяться для сегрегации наночастиц. В данной статье для выяснения поставленных вопросов и расчета скорости частицы в широком диапазоне температур используется низкочастотное приближение, справедливое при  $\tau_{\pm} \gg \tau_D$ , где  $\tau_D = L^2 / D$  – характерные времена диффузии на расстояниях порядка периода потенциала  $L$ ,  $D = k_B T / \zeta$  – коэффициент диффузии ( $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура,  $\zeta$  – коэффициент трения).

### Вывод уравнений

Функции распределения  $\rho_{\pm}(x, t)$  пребывания броуновской частицы в двух состояниях с потенциальными рельефами  $U_+(x)$  и  $U_-(x)$  удовлетворяют уравнениям Смолуховского с дополнительными слагаемыми  $\gamma_+ \rho_+(x, t)$  и  $\gamma_- \rho_-(x, t)$ , описывающими скорости перехода частицы между этими состояниями [5, 6, 13]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho_{\pm}(x,t) &= -\frac{\partial}{\partial x}J_{\pm}(x,t)\mp[\gamma_+\rho_+(x,t)\pm\gamma_-\rho_-(x,t)], \\ J_{\pm}(x,t) &= -De^{-\beta U_{\pm}(x)}\frac{\partial}{\partial x}\left[e^{\beta U_{\pm}(x)}\rho_{\pm}(x,t)\right].\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь  $\beta = (k_B T)^{-1}$ ,  $\gamma_{\pm}$  – вероятность перехода из состояния ” $\pm$ ” в состояние ” $\mp$ ”, потенциальные энергии  $U_{\pm}(x)$  являются периодическими функциями с периодом  $L$ , а распределения  $\rho_{\pm}(x,t)$  удовлетворяют условию нормировки  $\int_0^L[\rho_+(x,t)+\rho_-(x,t)]dx=1$ . Для стационарных процессов ( $\partial\rho_{\pm}(x,t)/\partial t=0$ ) средняя скорость направленного движения частицы определяется суммой потоков  $J_{\pm}(x)$ :

$$v = L[J_+(x) + J_-(x)]. \quad (2)$$

Перейдем к нормированным на единицу функциям распределения  $p_{\pm}(x) = [(\gamma_+ + \gamma_-)/\gamma_{\mp}] \rho_{\pm}(x)$ , которые позволяют записать дифференциальных уравнений для стационарных потоков и их решения в виде:

$$\frac{d}{dx}J_{\pm}(x) = \mp\gamma^* [p_+(x) - p_-(x)], \quad J_{\pm}(x) = \gamma^* \left\{ \varphi_{\pm} \mp \int_0^x [p_+(x') - p_-(x')] dx' \right\}, \quad \gamma^* = \frac{\gamma_+ \gamma_-}{\gamma_+ + \gamma_-}. \quad (3)$$

Подставляя в решения (3) определение потоков из (1), домножая их почленно на  $\exp[\beta U_{\pm}(x)]$  и интегрируя по  $x$ , находим константы  $\varphi_{\pm}$ :

$$\varphi_{\pm} = \mp \frac{\int_0^L dx e^{\beta U_{\pm}(x)} \int_0^x dx' [p_+(x') - p_-(x')]}{\int_0^L dx e^{\beta U_{\pm}(x)}}. \quad (4)$$

Через эти константы выражается искомая скорость (2)

$$v = \gamma^* L(\varphi_+ + \varphi_-). \quad (5)$$

Представление (5) для средней скорости имеет общий характер: через константы  $\varphi_{\pm}$  она зависит от функций распределения  $p_{\pm}(x)$ , удовлетворяющих (согласно (1)) дифференциальному уравнению

$$\frac{d}{dx}\left[e^{\beta U_{\pm}(x)}p_{\pm}(x)\right] = D^{-1}\gamma_{\pm}e^{\beta U_{\pm}(x)}\left\{\pm\int_0^x[p_+(x')-p_-(x')]dx'-\varphi_{\pm}\right\}. \quad (6)$$

Подстановка решения этого уравнения в соотношения (4) и (5) позволяет найти скорость броуновского мотора.

Перейдем к выводу приближенных решений уравнений (4) – (6), использующих малый параметр – эффективную частоту  $\gamma^*$  переключений потенциальных рельефов. Прежде всего отметим, что поскольку средняя скорость (5) пропорциональна  $\gamma^*$ , то в

первом порядке теории возмущений по  $\gamma^*$  в уравнении (6) надо положить  $\gamma_{\pm} = 0$ , что дает равновесное решение:

$$p_{\pm}^{(0)}(x) = e^{-\beta U_{\pm}(x)} / \int_0^L dx' e^{-\beta U_{\pm}(x')}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (4) и (5), получаем известное выражение для средней скорости в первом порядке теории возмущений [14].

$$v^{(1)} = \gamma^* L S^{(1)}, \quad S^{(1)} = \int_0^L dx [q_+(x) - q_-(x)] \int_0^x dx' [p_+^{(0)}(x') - p_-^{(0)}(x')], \quad (8)$$

$$q_{\pm}(x) = e^{\beta U_{\pm}(x)} / \int_0^L dx' e^{\beta U_{\pm}(x')}$$

В интересующем нас случае флуктуаций знака потенциальной энергии  $U_{\pm}(x) = \pm U(x)$  имеем равенства  $q_{\pm}(x) = p_{\mp}^{(0)}(x)$  и

$$S^{(1)} = -\frac{1}{2} \left\{ \int_0^L dx [q_+(x) - q_-(x)] \right\}^2 = 0. \quad (9)$$

Таким образом, в первом порядке теории возмущений флуктуации знака потенциальной энергии дают нулевой вклад в скорость и необходимо вычисление скорости во втором порядке теории возмущений. Для этого надо найти решение уравнения (6), правая часть которого содержит  $p_{\pm}(x) = p_{\pm}^{(0)}(x)$ , и подставить его в соотношения (4) и (5). В результате, вводя амплитуду  $V$  флуктуирующей по знаку потенциальной энергии, получаем:

$$v^{(2)} = (\gamma_+ - \gamma_-) \frac{\gamma^* \zeta L^3}{V} S^{(2)}, \quad S^{(2)} = \beta V L^{-2} F \int_0^L dx e^{-\beta U(x)} \int_0^L dx' e^{\beta U(x')},$$

$$F = \frac{1}{2} \int_0^L dx [q_+(x) - q_-(x)] \int_0^x dx' \int_0^{x'} dx'' [q_-(x') q_+(x'') - q_+(x') q_-(x'')] \times$$

$$\times \left\{ \int_0^{x''} dx''' [q_-(x''') - q_+(x''')] - 2A \right\} - A^3, \quad (10)$$

$$A = \int_0^L dx q_+(x) \int_0^x dx' q_-(x') - \frac{1}{2}.$$

Приведенное соотношение является основным общим результатом данной работы. Из него следует, что при  $U_{\pm}(x) = \pm U(x)$  направление движения определяется знаком разности  $\gamma_+ - \gamma_-$  и обусловлено исключительно наличием временной асимметрии флуктуаций ( $\gamma_+ \neq \gamma_-$ ). Для расчета зависимости скорости от температуры и параметров потенциального рельефа надо конкретизировать вид функции  $U(x)$  и рассчитать величину  $S^{(2)}$  в выражении (11).

Представляет интерес анализ величины и направления скорости мотора в том случае, когда потенциальные профили флуктуируют таким образом, что  $U_+(x) = U(x)$ ,  $U_-(x) = \alpha U(x)$ , где  $\alpha$  близко к  $-1$ , но не равно  $-1$ , т.е. потенциальные профили только приближенно можно считать флуктуирующими по знаку. Тогда соотношения (8) и (10) можно представить в виде:

$$v = \gamma^* L \Phi(\alpha, \varepsilon), \quad \Phi(\alpha, \varepsilon) = [S^{(1)}(\alpha) + \varepsilon S^{(2)}], \quad \varepsilon = (\gamma_+ - \gamma_-) \zeta L^2 / V. \quad (11)$$

Здесь введен безразмерный параметр временной асимметрии  $\varepsilon$ , который считается малым в силу использованного низкочастотного приближения. Величина  $S^{(1)}(\alpha)$  определяется выражением (8), равна нулю при  $\alpha = -1$  и мала при  $|\alpha + 1| \ll 1$ . Таким образом, при выполнении условий  $|\varepsilon| \ll 1$  и  $|\alpha + 1| \ll 1$  слагаемые  $S^{(1)}(\alpha)$  и  $\varepsilon S^{(2)}$  могут быть одного порядка величины. Знаки этих слагаемых могут быть различными в зависимости от значений  $\alpha$ ,  $\varepsilon$ , температуры и параметров потенциального профиля. Поэтому при определенных совокупностях значений перечисленных параметров функция  $\Phi(\alpha, \varepsilon)$  может обращаться в нуль, что соответствует точкам остановки мотора. Тогда небольшие изменения одного из параметров вблизи этих точек приводит к обращению направления движения. Для конкретных потенциальных профилей эти вопросы рассмотрены в последующие разделах данной статьи.

### Пилообразный потенциал

Пилообразные потенциальные профили двух рассматриваемых состояний определим соотношением:

$$\beta U_{\pm}(x) = \begin{cases} 2u_{\pm} x / [(1 + \kappa)L], & 0 < x < [(1 + \kappa)/2]L, \\ 2u_{\pm} (L - x) / [(1 - \kappa)L], & [(1 + \kappa)/2]L < x < L. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь параметры  $u_{\pm}$  задают амплитуды потенциальных энергий в единицах  $k_B T$ , а  $\kappa$  – параметр асимметрии, изменяющийся от  $-1$  до  $+1$ . Для параметризации  $U_+(x) = U(x)$ ,  $U_-(x) = \alpha U(x)$  целесообразно ввести один параметр  $u$  для двух потенциальных профилей, так что  $u_+ = u$  и  $u_- = \alpha u$ . Тогда в первом порядке теории возмущений по низким частотам переключения потенциальных профилей вычисление интегралов в соотношении (8) дает:

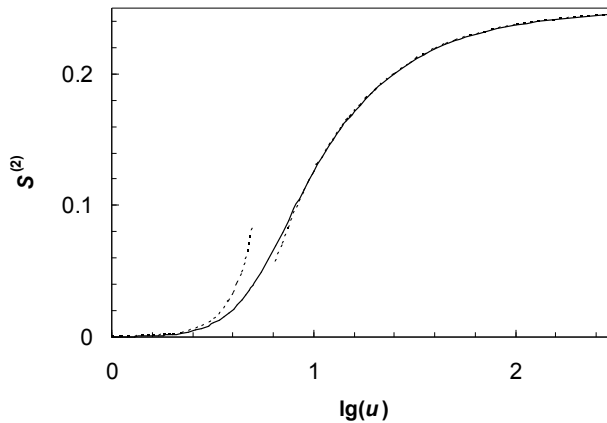
$$S^{(1)}(\alpha) = \frac{\kappa}{2} \left\{ \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \frac{\sinh[(1 - \alpha)u/2]}{\sinh(u/2) \sinh(\alpha u/2)} - \frac{u}{2 \sinh^2(u/2)} - \frac{\alpha u}{2 \sinh^2(\alpha u/2)} \right\} \quad (13)$$

$$\xrightarrow{|\alpha| \rightarrow 0} \frac{\kappa}{4} (1 + \alpha) \frac{u^2 \cosh(u/2) - (u + \sinh u) \sinh(u/2)}{\sinh^3(u/2)} = \begin{cases} -\kappa(1 + \alpha)u^3/90, & u \ll 1 \\ -\kappa(1 + \alpha)/2, & u \gg 1 \end{cases}$$

Как отмечалось выше, при флуктуациях знака потенциальной энергии  $S^{(1)}(-1) = 0$ . В этом случае во втором порядке теории возмущений вычисление интегралов в соотношении (10) приводит к громоздким выражениям, которые упрощаются для предельно асимметричных пилообразных потенциалов с  $\kappa = 1$ :

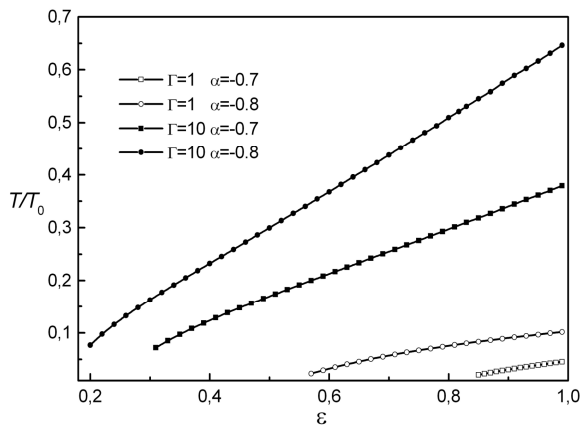
$$S^{(2)} = \frac{u^3 + 3u^2 \sinh u + u \sinh^2 u - 10(u + \sinh u) \sinh^2(u/2)}{16u \sinh^4(u/2)} = \begin{cases} u^4/7560, & u \ll 1 \\ (u-5)/4u, & u \gg 1 \end{cases} \quad (14)$$

Из этого выражения видно, что температурная зависимость скорости мотора, которая определяется зависимостью  $S^{(2)}$  от параметра  $u$  (который обратно пропорционален температуре), является монотонно убывающей функцией (рис. 2). При нулевой температуре  $v^{(2)} = \varepsilon \gamma^* L / 4$ . Численные расчеты зависимости  $S^{(2)}$  от параметра  $u$  при различных  $k$  показывают, что по мере уменьшения асимметрии потенциала значения  $S^{(2)}$  уменьшаются. Подставляя (13) и (14) в формулу (11) легко видеть, что направлением движения можно управлять варьированием параметров модели.



**Рис. 2.** Флуктуации знака пространственно-асимметричного потенциального рельефа в сочетании с временной асимметрией этих флуктуаций приводят к направленному движению броуновской частицы. Сплошные и пунктирные кривые соответствуют явной аналитической зависимости (14) и ее асимптотикам.

К аналогичным выводам можно прийти, используя метод трансфер матрицы [5], который позволяет получать численные зависимости скорости мотора в широком диапазоне температур и частот переключения пилообразных потенциалов. На рис. 3 приведена диаграмма, характеризующая области с противоположными направлениями движения броуновского мотора. Повышение температуры точек остановки мотора происходит при увеличении параметра временной асимметрии и, соответственно, уменьшении параметра  $\varepsilon$ .



**Рис. 3.** Диаграмма направлений движения броуновского мотора в осях относительная температура – параметр временной асимметрии. Представленные кривые соответствуют точкам остановки мотора и разделяют области с различными знаками скорости. Здесь  $T/T_0 = k_B T / V = u^{-1}$  и  $\Gamma = (\gamma_+ + \gamma_-) \zeta L^2 / V$ .

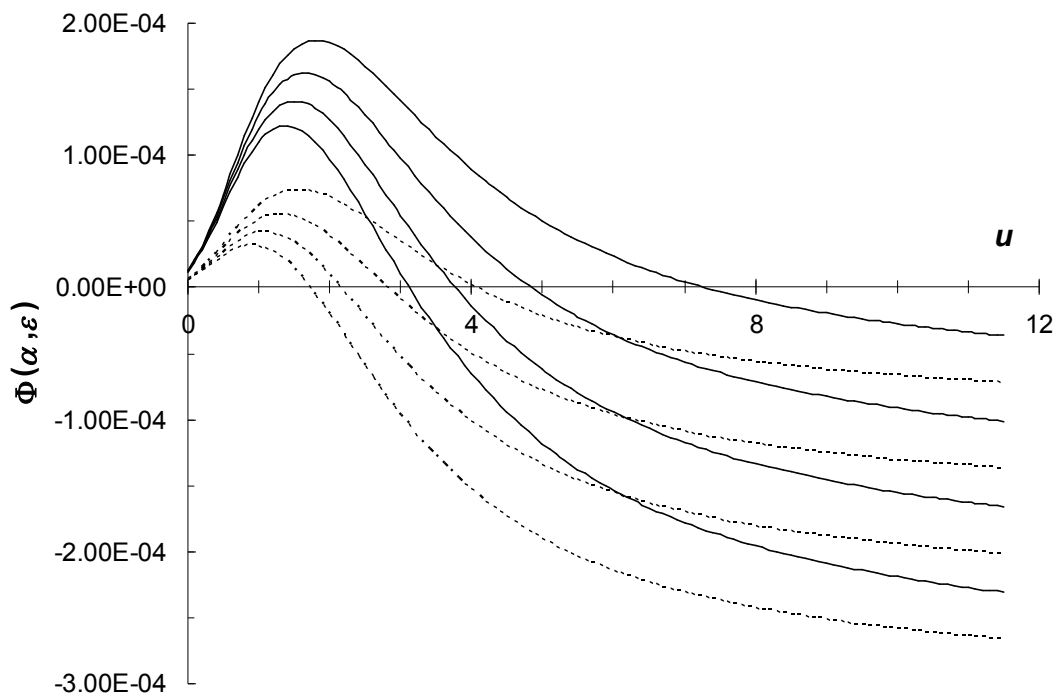
### Потенциал в виде суммы двух гармоник

В теории броуновских моторов широко используется асимметричный потенциальный профиль, представляющий собой сумму двух синусоид, одна из которых характеризуется периодом, в два раза превышающим период другой [11, 12]:

$$\beta U(x) = u \left[ \sin(2\pi x/L) + (1/4)\sin(4\pi x/L) \right]. \quad (15)$$

Такой профиль хорошо аппроксимирует пилообразный потенциал и одновременно имеет нормальные экстремумы без скачка первых производных, как в случае пилообразного потенциала. С другой стороны, первые две гармоники, представленные формулой (15), являются первыми членами разложения произвольной периодической функции в ряд Фурье и потому могут служить хорошим приближением для потенциалов, создаваемых кристаллической полярной подложкой [3].

Подстановка функции (15) в соотношения (8) и (10) приводит к численно берущимся интегралам и позволяет графически построить зависимости функции  $\Phi(\alpha, \varepsilon)$  в (11) от параметра  $u$  при различных значениях параметров  $\alpha$  и  $\varepsilon$ . На рис. 3 эти параметры выбраны таким образом, чтобы показать возможность обращения скорости мотора с изменением параметра  $u$ .



**Рис. 4.** Флуктуации знака пространственно-асимметричного потенциального рельефа в сочетании с временной асимметрией этих флуктуаций приводит к направленному движению броуновской частицы. Сплошные и штриховые кривые соответствуют  $\alpha = -0.998$  и  $-0.999$ . Значения параметра временной асимметрии  $\varepsilon = 0.005, 0.008, 0.011$  и  $0.014$  соответствуют этим кривым по мере уменьшения их максимумов.

### Обсуждение и выводы

Известно, что пространственно-временная асимметрия броуновских моторов, движение которых обусловлено флуктуациями внешней силы, может приводить к

обращению направления движения при изменении температуры или других параметров системы [15, 16]. Аналогичная возможность для моторов с флуктуирующими потенциальными энергиями была показана в высокотемпературном приближении для потенциальных профилей произвольной формы [7]. В частности, при флуктуациях знака потенциальной энергии направленное движение возникает исключительно за счет различия времен жизни состояний, в которых пребывает система с тем или иным знаком потенциальной энергии. Остался невыясненным вопрос, в какой мере такое поведение сохранится при произвольных температурах. Представляло также интерес получить температурную зависимость скорости мотора и исследовать точки остановки, вблизи которых направление движения может обращаться.

Поставленные вопросы решены в данной статье с использованием низкочастотного приближения. Это приближение справедливо, когда частоты переключения потенциальных профилей  $\gamma_{\pm}$  удовлетворяют неравенству  $\gamma_{\pm} \ll \tau_D^{-1} = k_B T / \zeta L^2$ . Обратное время диффузии для наночастиц в вязкой среде, требуемое для преодоления расстояния  $L$  ( $L$  – пространственный период потенциального профиля), может изменяться в широком интервале от  $10^5$  до  $10^7$  с<sup>-1</sup> при комнатной температуре. Поэтому, если ограничиться рассмотрением частот  $\gamma_{\pm} < 10^3$  с<sup>-1</sup>, то используемое приближение справедливо в широком диапазоне температур, начиная от температур порядка 10 К.

Оказалось, что эффект обращения направления движения при флуктуациях знака потенциальной энергии можно получить только во втором порядке теории возмущений по малым частотам. Соответствующий расчет привел к общему соотношению (10), из которого непосредственно следует, что направление движения определяется знаком разности  $\gamma_+ - \gamma_-$  и обусловлено исключительно наличием временной асимметрии флуктуаций ( $\gamma_+ \neq \gamma_-$ ). Если потенциальные профили флуктуируют не только по знаку, но и по величине, то сумма вкладов первого и второго порядков теории возмущений по малым частотам (11) может обращаться в ноль, что определяет точки остановки мотора. Вариации параметров системы вблизи этих точек изменяют знак скорости, что может использоваться для сегрегации наночастиц. Действительно, если имеется смесь наночастиц, различающихся, например, по размерам, то они будут характеризоваться разными коэффициентами трения  $\zeta$  в вязкой среде. За счет этого можно подобрать такие температуры, что скорости разных частиц будут иметь противоположные направления, и они соберутся в разных областях резервуара. При конкретизации явного вида потенциальной энергии  $U(x)$  взаимодействия наночастиц с полярной подложкой последняя окажется функций зарядов или дипольных моментов наночастиц. Частицы, различающиеся по этим параметрам, также могут быть разделены. Интересно, что вблизи точки остановки этими процессами легко управлять путем незначительных изменений температуры или длительностей лазерных импульсов, используемых в дипольных фотомоторах [7]. Эти возможности иллюстрируют рис. 3 и 4.

Использование двух конкретных потенциальных профилей, пилообразного потенциала и потенциала в виде суммы двух гармоник, позволило количественно воспроизвести температурные зависимости скорости мотора в случаях, когда потенциальные профили флуктуируют не только по знаку, но и по величине. Аналитическое представление (14) для предельно асимметричного пилообразного потенциала, флуктуирующего по знаку, показывает, что температурная зависимость скорости мотора является монотонно убывающей функцией, принимающей при нулевой температуре ненулевое значение. Такой же вывод следует и из численных расчетов асимметричных потенциалов различной формы. В рамках использованного



низкочастотного приближения и метода трансфер матрицы удалось показать, что температурная зависимость скорости имеет только два знакопостоянных интервала с одной точкой остановки (рис. 3 и 4).

## Література

1. Synthetic light-activated molecular switches and motors on surfaces / N. Katsonis, M. Lubomska, M. M. Pollard, B. L. Feringa, P. Rudolf // *Progr. Surf. Sci.* – 2007. – V. 82, N 7-8. – P. 407-434.
2. Balzani V., Credi A., Venturi M. Molecular machines working on surfaces and at interfaces // *ChemPhysChem.* – 2008. – V. 9, N 2. – P. 202 – 220.
3. Корочкова Т. Е., Розенбаум В. М., Чуйко А. А. Дрейф броуновской частицы, обусловленный ориентационным структурированием адсорбата // *Доп. НАН України.* – 2004. – № 8. – С. 93-98.
4. Розенбаум В. М. Механизм возникновения высокой эффективности броуновского мотора с флуктуирующим потенциалом // *Письма в Журн. эсперим. и теор. физики.* – 2004. – Т. 79, N. 8. – P.475-479.
5. Two approaches toward a high-efficiency flashing ratchet / V.M. Rozenbaum, T.Ye. Korochkova, D.-Y. Yang, S.H. Lin, T.Y. Tsong // *Phys. Rev. E.* – 2005. – V. 71, N 4. – P. 041102 –1–8.
6. Rozenbaum V.M., Korochkova T.Ye., Liang K.K. Conventional and generalized efficiencies of flashing and rocking ratchets: analytical comparison of high-efficiency limits // *Phys. Rev. E.* – 2007. – V. 75, N 6. – P. 061115–1–5.
7. Розенбаум В.М. Высокотемпературные броуновские моторы: детерминистические и стохастические флуктуации периодического потенциала // *Письма в Журн. эсперим. и теор. физики.* – 2008. – Т. 88, № 5. – С. 391–395.
8. Rozenbaum V. M., Chernova A. A. Near-surface Brownian motor with synchronously fluctuating symmetric potential and applied force // *Surf. Sci.* – 2009. – V. 603, N 23. – P. 3297–3300.
9. Корочкова Т. Е., Розенбаум В. М. Молекулярный насос, управляемый флуктуациями электрического поля // *Химия, физика и технология поверхности.* – 2006. – Вып. 11-12. – с. 29-40.
10. Корочкова Т. Е., Дехтярь М. Л., Розенбаум В. М. Особенности кинематики дипольных фотомоторов // *Химия, физика и технология поверхности.* – 2008. – Вып. 14 – с. 52-60.
11. Reimann P. Brownian motors: noisy transport far from equilibrium // *Phys. Rep.* – 2002. – V. 361. – P. 57–265.
12. Hänggi P., Marchesoni F. Artificial Brownian motors: Controlling transport on the nanoscale // *Rev. Mod. Phys.* – 2009. – V. 81, N 1. – P. 387–442.
13. Van der Broeck C., Hänggi P. Activation rates for nonlinear stochastic flows driven by non-Gaussian noise // *Phys. Rev. A.* – 1984. – V. 30, N 5. – P.2730–2736.
14. Parrondo J.M.R. Reversible ratchets as Brownian particles in an adiabatically changing periodic potential // *Phys. Rev. E.* – 1998. – V. 57, N 6. – P. 7297–7300.
15. Dan D., Mahato M.C., Jayannavar A.M. Multiple current reversals in forced inhomogeneous ratchets // *Phys. Rev. E.* – 2001. – V. 63, N 5. – P. 056307–1–5.  
Ai B.Q., Xie H.Z., Liu L.G. Current reversal in a two-noise ratchet // *Eur. Phys. J. B.* – 2005. – V. 47, N 1. – P. 109–114.

# НИЗЬКОЧАСТОТНИЙ РОЗКЛАД ШВИДКОСТІ БРОУНІВСЬКОГО МОТОРА З ФЛУКТУАЦІЯМИ ЗНАКУ ПОТЕНЦІАЛЬНОЇ ЕНЕРГІЇ

**Г. А. Чернова, Т. Е. Корочкова, В. М. Розенбаум**

*Інститут хімії поверхні ім. О. О. Чуйка НАН України,  
Київ, 03164, вул. Генерала Наумова, 17*

*Показано, що у другому порядку теорії збурень за частотами, які змінюють знак потенціальної енергії на протилежний, напрямок швидкості броунівської частинки визначається виключно різницею цих частот, а величина швидкості є функцією температури, що монотонно спадає. Для флуктуацій потенціальних профілів як за знаком, так і за величиною можуть виникати точки зупинки мотора, поблизу яких змінюється напрямок руху, що може бути використано для сегрегації наночастинок.*

## LOW-FREQUENCY EXPANSION OF VELOCITY OF BROWNIAN MOTOR WITH FLUCTUATING POTENTIAL ENERGY SIGN

**A.A. Chernova, T.Ye. Korochkova, V. M. Rozenbaum**

*A. A. Chuiko Institute of Surface Chemistry, National Academy of Sciences of Ukraine,  
Generala Naumova Str. 17, Kiev, 03164, Ukraine*

*In terms of the second-order perturbation theory in switching frequencies for opposite-sign potentials, it is demonstrated that the velocity direction of a Brownian motor is determined solely by the difference of these frequencies and the velocity magnitude decreases monotonically from some non-zero value as the temperature increases. For fluctuations of potential profiles not only in sign but also in magnitude, there can be stopping points where the motion direction changes, which can be applied for nanoparticle segregation.*