



УДК 681.586.772

ЛЕВИЦЬКИЙ А.С., канд. техн. наук,  
Ін-т електродинаміки НАН України, м. Київ



## ПОХИБКИ ЄМНІСНОГО ДАТЧИКА БИТТЯ ВАЛА ГІДРОГЕНЕРАТОРА, ЗУМОВЛЕНІ НЕТОЧНІСТЮ МОНТАЖУ НА МАШИНІ

*Проведено розрахунок похибок вимірювання ємнісними датчиками радіального биття циліндричних поверхонь валів потужних гідрогенераторів, зумовлених неточністю встановлення датчиків на машині. Отримано аналітичні вирази та побудовано графіки для розрахунків впливу ексцентриситету та перекосу активного електродатчика.*

Ємнісні датчики є перспективними пристроями для вимірювання биття валів великих електричних машин, у тому числі гідрогенераторів [1–5]. У роботах [2, 3] виконані дослідження, використовуючи які можна розрахувати передаточну характеристику і вибрати оптимальні розміри ємнісного датчика биття, у якого активний (інформативний) електрод виконаний у вигляді круга, а охоронний – у вигляді кільця, розташованого навколо активного електрода. Природно, передаточна характеристика відповідає ідеальному розташуванню активного електрода датчика щодо поверхні контрольованого вала. Однак, при встановленні датчика на ма-

шині неминуче виникають технологічні похибки, такі як ексцентриситет і перекіс. Звичайно, вони можуть виникати одночасно, але зручніше розраховувати величину кожної похибки окремо, припускаючи, що інша при цьому дорівнює нулю.

Метою даної роботи є оцінка впливу зазначених похибок на точність вимірювання величини биття.

### Розрахунок похибки від ексцентриситету.

Припустимо ємнісний датчик з активним електродом 1 встановлено на машині з деяким ексцентриситетом  $e$  щодо вала 2 (Рис. 1). Природно, електрична ємність  $C_x$  між електродом 1 і поверхнею вала 2 буде відрізнятися від ємності  $C_0$  між цими ж елементами в ідеальному положенні, тобто, коли  $e = 0$ . Розрахуємо цю відносну різницю. Для розрахунку введемо систему координат  $XYZ$ , у якій площина  $XOY$  збігається з площиною електрода датчика 1, а вісь  $OZ$  – перпендикулярна поздовжній осі вала 2 і перетинає її в точці  $O_R$ . Виберемо на площині електрода елементарну площадку 3 з нескінченно малими розмірами  $\Delta x$  й  $\Delta y$ . Ємність  $\Delta C_i$  елементарного конденсатора між площадкою 3 і поверхнею вала 2 визначиться, як

$$\Delta C_i = \epsilon_0 \epsilon \frac{\Delta x \Delta y}{z_i}$$

де  $\epsilon_0 = 8,8541 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  – діелектрична проникність вакууму;  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність;  $z_i$  – відстань між площадкою 3 і поверхнею вала 2.

З огляду на співвідношення в прямокутних трикутниках  $ABC$  і  $ABO_R$ , знайдемо, що  $z_i = d + R - \sqrt{R^2 - x_i^2}$ , де  $d$  – відстань (зазор) між площиною датчика 1 і валом 2;  $R$  – радіус вала;  $x_i$  – поточна координата площадки 3.

Тоді  $\Delta C_i$  буде дорівнювати

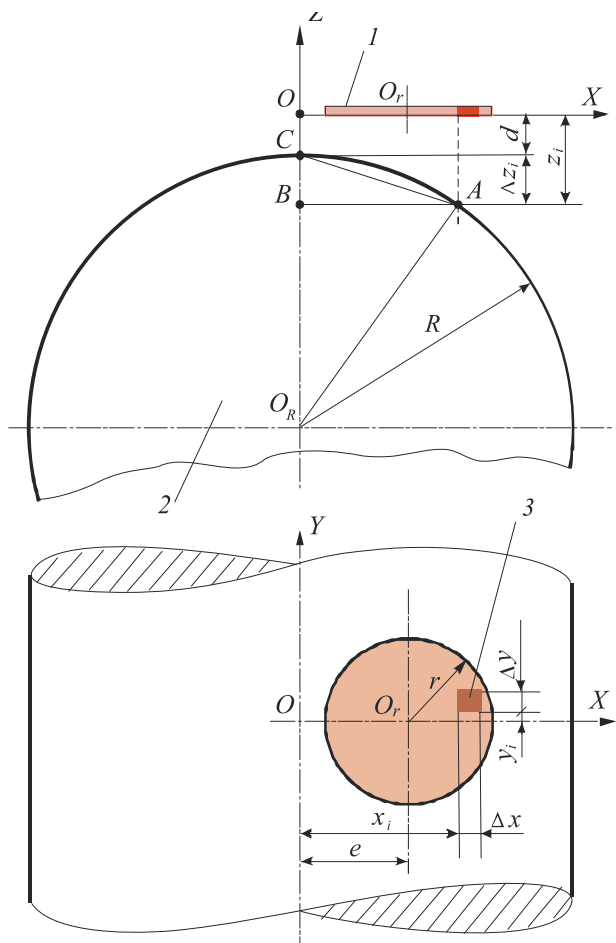


Рис. 1. Розрахункова схема для визначення похибки від ексцентриситету



$$\Delta C_i = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\Delta x \Delta y}{d + R - \sqrt{R^2 - x_i^2}}. \quad (1)$$

При нескінченному збільшенні кількості елементарних площадок існує границя у вигляді подвійного інтеграла від функції  $f(x, y) = \frac{1}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}}$  по деякій області  $D$ , що обмежена кругом радіусом  $r$ . При цьому загальна ємність  $C_X$  між пластиною 1 і валом 2 буде дорівнювати

$$C_X = \sum_{i=1}^{i=\infty} \Delta C_i = \varepsilon_0 \varepsilon \iint_D \frac{dx dy}{d + R - \sqrt{R^2 - x_i^2}}. \quad (2)$$

Обчислення подвійного інтеграла (2) зведемо до обчислення двократного інтеграла, при цьому спочатку зробимо інтегрування по  $y$ , розглядаючи  $x$  як сталу, а потім отриманий результат проінтегруємо по  $x$ .

$$C_X = \varepsilon_0 \varepsilon \int_{\phi_1}^{\phi_2} dx \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{dy}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}}. \quad (3)$$

Визначимо межі внутрішнього інтеграла  $\phi_1$  і  $\phi_2$ . Скористаємося тим, що рівняння круга радіусом  $r$  з координатами центра  $x = e$  і  $y = 0$ , на площині  $XOY$  має вигляд  $(x - e)^2 + y^2 = r^2$ , або

$$y = \sqrt{r^2 - (x - e)^2}. \quad (4)$$

Тоді межі внутрішнього інтеграла запишуться у вигляді  $\phi_1 = -\sqrt{r^2 - (x - e)^2}$ ;  $\phi_2 = \sqrt{r^2 - (x - e)^2}$ .

Межі зовнішнього інтеграла зі змінною знайдемо як абсциси крайньої лівої і крайньої правої точок області  $\phi_1 = r - e$ ;  $\phi_2 = r + e$ . Підставивши у формулу (3) межі інтегрування  $\phi_1, \phi_2, \phi_1, \phi_2$  отримаємо

$$\begin{aligned} C_X &= \sum_{i=1}^{\infty} \Delta C_i = \\ &= \varepsilon_0 \varepsilon \int_{r-e}^{r+e} dx \int_{-\sqrt{r^2-(x-e)^2}}^{\sqrt{r^2-(x-e)^2}} \frac{dy}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} = \\ &= 2\varepsilon_0 \varepsilon \int_{r-e}^{r+e} \frac{\sqrt{r^2 - (x - e)^2} dx}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

При відсутності ексцентриситету ємність  $C_0$  між пластиною 1 і поверхнею вала 2, згідно [3], складе

$$C_0 = 4\varepsilon_0 \varepsilon \int_0^r \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}}. \quad (6)$$

Відносна різниця між  $C_X$  і  $C_0$  є похибкою  $\delta$ , внесеною ексцентриситетом  $e$ , і буде дорівнювати

$$\begin{aligned} \delta &= 100\% \cdot \frac{C_X - C_0}{C_0} = \\ &= \frac{\int_{e-r}^{e+r} \frac{\sqrt{r^2 - (x - e)^2}}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} - 2 \int_0^r \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}}}{2 \int_0^r \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}}} \cdot 100\% \end{aligned} \quad (7)$$

Для чисельного визначення похибки  $\delta$  за формулою (7) була використана програма МАТНЕМАТИКА 5.2., і результати обчислень відображені у вигляді графіків.

На Рис. 2 показана залежність похибки від ексцентриситету  $\delta = f(e)$  для ряду значень радіуса  $r$  датчика (при постійних значеннях  $d = 1$  mm і  $R = 0,35$  m).

Як видно з розрахунку і Рис. 2, похибка від ексцентриситету при вимірюванні биття на одному валу практично не залежить від радіуса активного електрода датчика  $r$ , і при  $e = 2$  mm для всіх  $1$  mm  $< r < 12$  mm складе приблизно 0,5%.

Рис. 3 ілюструє залежність  $\delta = f(e)$  для ряду значень радіуса  $R$  вала (при постійних значеннях  $d = 1$  mm і  $r = 8$  mm).

Аналіз обчислень і графіків на Рис. 3 показує, що вплив ексцентриситету при вимірюванні тим самим датчиком більш відчутно позначається при менших значеннях радіуса контрольованого вала  $R$ .

### Розрахунок похибки від перекосу.

Складемо розрахункову схему для визначення впливу перекосу ємнісного датчика із плоским круглим електродом на точність вимірювання (Рис. 4). Нехай активний електрод датчика 1 в результаті неточного встановлення на машині виявився нахиленим на деякий кут по відношенню до поздовжньої осі вала 2. Природно, при цьому змінилася ємність  $C_X$  між ним та поверхнею вала 2 у порівнянні з ємністю  $C_0$  в ідеальному положенні, тобто без перекосу. Розрахуємо відносну зміну цієї ємності.

Введемо систему координат  $XYZ$  таким чином, щоб площина  $XOY$  проходила через край пластини датчика 1 (точка  $O$ ), паралельно горизонтальній площині симетрії вала 2.

Проекцією круглої пластини радіусом  $r$  на площину  $XOY$  буде еліпс з великою піввіссю  $a = r$ , малою піввіссю  $b = r \cos \alpha$  та координатами цент-

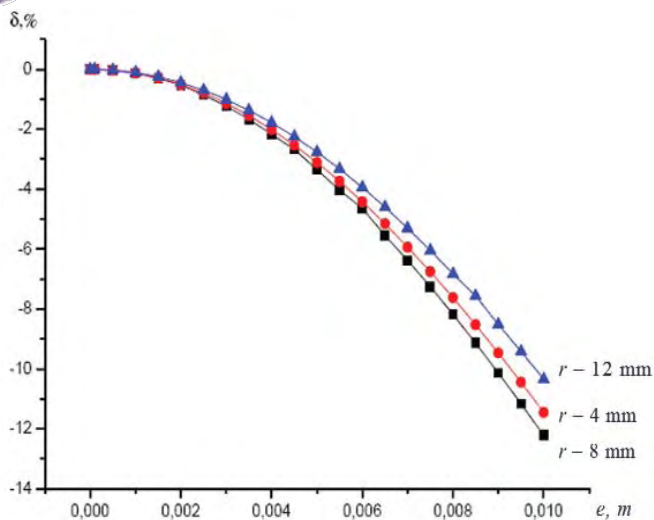


Рис. 2. Похибка від ексцентриситету  $\delta = f(e)$  для ряду значень радіуса  $r$  активного електрода датчика.

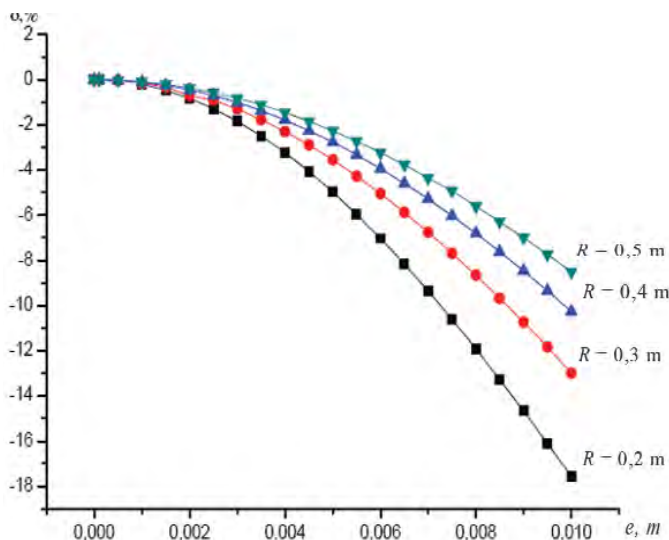


Рис. 3. Похибка від ексцентриситету  $\delta = f(e)$  для ряду значень радіуса вала  $R$ .

ра (точка  $O_1$ )  $x_{O_1} = 0$  і  $y_{O_1} = r \cos \alpha$ .

Виберемо на площині  $XOY$  в області, обмеженій еліпсом (область  $D$ ) елементарну площадку  $3$  з нескінченно малими розмірами  $\Delta x$  й  $\Delta y$  і координатами  $x_i$  та  $y_i$ . Проекція площадки  $3$  на площину електрода  $1$  також буде елементарною площадкою, а ємність між нею і валом  $2$  буде дорівнювати

$$\Delta C_i = \epsilon_0 \epsilon \frac{\Delta x \Delta y}{z_i}$$

З Рис. 4 очевидно, що  $z_1 = z_{i1} + d + z_{i2}$ . Розглянувши прямокутний трикутник  $EFO$ , знаходимо, що  $z_1 = y_i \operatorname{tg} \alpha$ . Далі зі співвідношень у прямокутних трикутниках  $O_R AB$  і  $ABC$  визначимо  $z_{i2} = d + R - \sqrt{R^2 - x_i^2}$ , де  $d$  – відстань, що вимірюється;  $R$  – радіус вала;  $x_i, y_i$  – координати елементарної площадки  $3$  на площині  $XOY$  в області  $D$ , обмеженої еліпсом. Тоді

$$\Delta C_i = \epsilon_0 \epsilon \frac{\Delta x \Delta y}{y_i \operatorname{tg} \alpha + d + R - \sqrt{R^2 - x_i^2}} \quad (8)$$

Як відомо з курсу математичного аналізу, при необмеженому збільшенні кількості елементарних площадок існує межа у вигляді подвійного інтеграла від  $\phi$  у н к ц і ї  $f(x, y) = \frac{1}{y_i \operatorname{tg} \alpha + d + R - \sqrt{R^2 - x_i^2}}$  по області  $D$ . Ця межа визначить загальну ємність між пластиною  $1$  і валом  $2$ :

$$C_X = \sum_{i=1}^{i=\infty} \Delta C_i = \epsilon_0 \epsilon \iint_D \frac{dx dy}{y_i \operatorname{tg} \alpha + d + R - \sqrt{R^2 - x_i^2}} \quad (9)$$

Обчислення подвійного інтеграла (9) зведемо до обчислення двократного інтеграла, при цьому спочатку зробимо інтегрування по  $y$ , розглядаючи  $x$  як постійну, а потім отриманий результат інтегруємо по  $x$ .

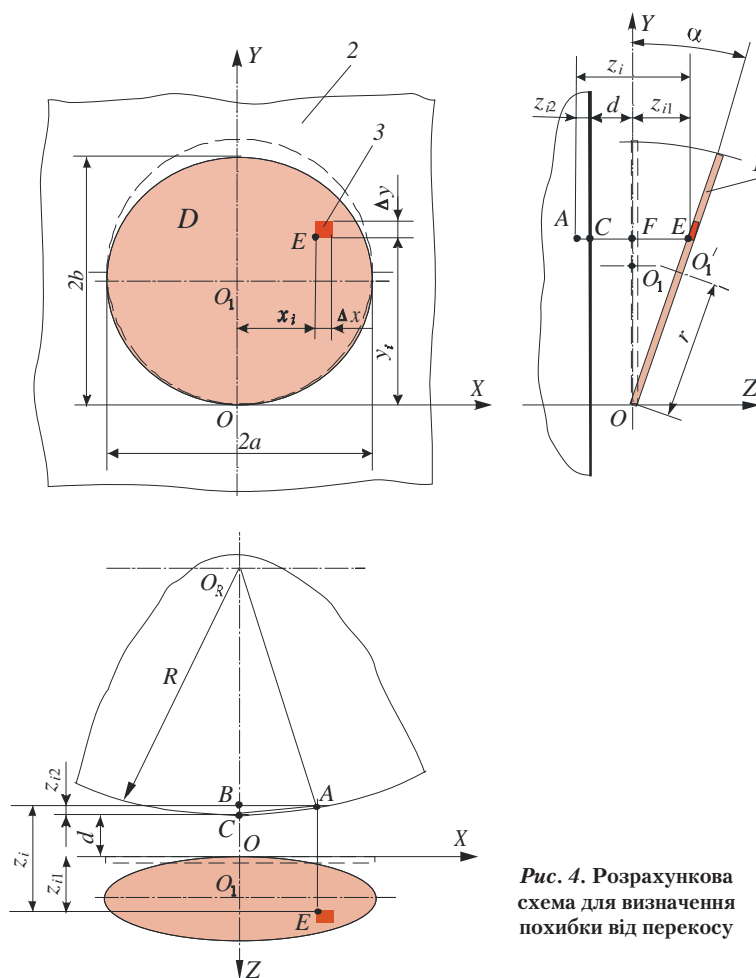


Рис. 4. Розрахункова схема для визначення похибки від перекосу



$$C_X = \varepsilon_0 \varepsilon \int_{\phi_1}^{\phi_2} dx \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{dy}{ytg\alpha + d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} \quad (10)$$

Визначимо межі внутрішнього інтеграла  $\phi_1$  і  $\phi_2$ . Скористаємося тим, що рівняння еліпса з великою піввіссю  $a = r$ , малою піввіссю  $b = r \cos \alpha$ , координатами центра  $x_{O_1} = 0$  і  $y_{O_1} = r \cos \alpha$  має вигляд

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{(r \cos \alpha)^2} = 1 \quad (11)$$

Розв'язавши рівняння (11) границі області  $D$  (еліпса) відносно  $y$ , знайдемо межі внутрішнього інтеграла  $\phi_1 = \cos \alpha (r - \sqrt{r^2 - x^2})$ ;  $\phi_2 = \cos \alpha (r + \sqrt{r^2 - x^2})$ .

Межі зовнішнього інтеграла  $\phi_1$  та  $\phi_2$  зі змінною  $x$  знайдемо як абсциси крайньої лівої і крайньої правої точок області  $D$  (або як найменше і найбільше значення  $x$  у всій області  $D$ )  $\phi_1 = -r$ ;  $\phi_2 = +r$ . Тоді формулу (10) можна записати у вигляді

$$C_X = \varepsilon_0 \varepsilon \int_{-r}^{+r} dx \int_{\cos \alpha (r - \sqrt{r^2 - x^2})}^{\cos \alpha (r + \sqrt{r^2 - x^2})} \frac{dy}{ytg\alpha + d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} \quad (12)$$

Інтегруючи по  $y$  (внутрішній інтеграл), отримуємо

$$C_X = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{tg\alpha} \int_{-r}^{+r} \ln \left[ \frac{\sin \alpha (r + \sqrt{r^2 - x^2}) + d + R - \sqrt{R^2 - x^2}}{\sin \alpha (r - \sqrt{r^2 - x^2}) + d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} \right] dx \quad (13)$$

Похибка  $\delta$ , привнесена перекосом, буде дорівнювати відносній зміні ємності і складе

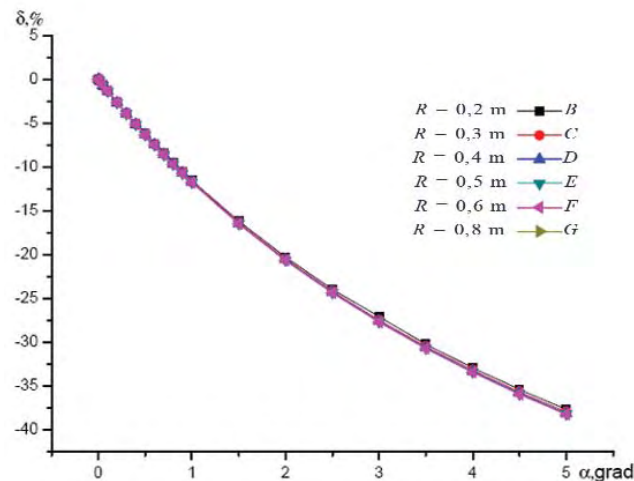


Рис. 6. Похибка від перекосу  $\delta = f(\alpha)$  для ряду значень радіуса  $R$  вала.

$$\delta = 100\% \cdot \frac{C_X - C_0}{C_0} =$$

$$= 100\% \cdot \left( \frac{1}{tg\alpha} \int_{-r}^{+r} \ln \left[ \frac{\sin \alpha (r + \sqrt{r^2 - x^2}) + d + R - \sqrt{R^2 - x^2}}{\sin \alpha (r - \sqrt{r^2 - x^2}) + d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} \right] dx - 4 \int_0^r \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} dx \right) \cdot \frac{4 \int_0^r \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} dx}{4 \int_0^r \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{d + R - \sqrt{R^2 - x^2}} dx} \quad (14)$$

де  $C_0$  – ємність датчика з круглою пластиною, без перекосу, тобто при  $\alpha = 0$ . Вона визначається за формулою (6).

Для чисельного визначення похибки  $\delta$  за формулою (14) була використана програма МАТНЕМАТІСА 5.2., а результати обчислень відображені у вигляді графіків.

На Рис. 5 показана залежність  $\delta = f(e)$  для ряду значень радіуса  $r$  датчика (при постійних значеннях  $d = 1$  mm і  $R = 0,35$  m), а на Рис. 6 – залежність  $\delta = f(e)$  для ряду значень радіуса  $R$  вала (при  $d = 1$  mm й  $r = 8$  mm ).

Як видно з Рис. 5 похибка від перекосу при вимірюванні биття на одному контрольованому валу для менших значень радіуса активного електрода є значно меншою.

Рис. 6 показує, що похибка від перекосу при вимірюванні датчиком з одним і тим самим розміром активного електрода практично не залежить від величини радіуса  $R$  вала, що контролюється

**Висновки.**

1. Технологічна похибка від перекосу активного електрода датчика радіального биття є знач-

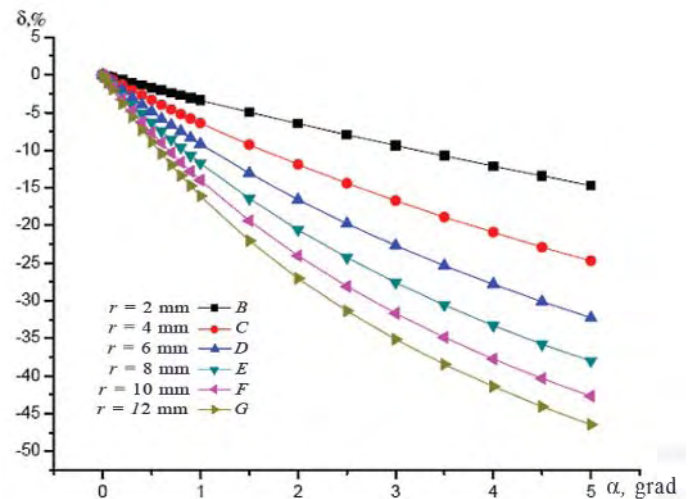


Рис. 5. Похибка від перекосу  $\delta = f(\alpha)$  для ряду значень радіуса  $r$  датчика.



но більшою, ніж похибка від ексцентриситету.

2. При встановленні ємнісного датчика необхідно не допускати перекосів площини активного електрода датчика більших, ніж  $0,1^\circ$ .

3. Отримані результати можуть бути використані в розрахунках ємнісних датчиків биття для систем контролю діагностики потужних гідрогенераторів, а також є корисними для вибору місця встановлення датчика на машині, розробці конструкції вузла кріплення, виборі контрольно-вимірювального інструмента, розробці технології регулювання приладу.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. *Левицький А.С.* Прилади та методи контролю радіального биття циліндричних поверхонь валів потужних гідрогенераторів // Гідроенергетика України. – 2009. – № 1. – С. 14 – 20.

2. *Левицький А.С.* Визначення оптимальних параметрів ємнісного датчика для вимірювання радіального биття циліндричних поверхонь валів потужних гідрогенераторів // Гідроенергетика України. – 2010. – № 2. – С. 4 – 8.

3. *Левицький А.С., Новик А.И.* Оценка погрешности измерения емкостными датчиками биений валов электрических машин // Техн. электродинамика. – 2010. – № 4. – С. 66 – 70.

4. *Lin Jackson, Bissonnette Marc R.* A New Capacitive Proximity Probe Immune To Electrical Runout // Canadian Machine Vibration Association, 1997 Annual Meeting – Toronto, Canada. – 3–5 November 1997. – P. 1–5.

[www.vibrosystem.com/pdf/PCS\\_CMVA.PDF](http://www.vibrosystem.com/pdf/PCS_CMVA.PDF).

5. *PCS-102* Sonde de proximite capacitive.

[http://www.vibrosystem.com/pdf/VW\\_F.PDF](http://www.vibrosystem.com/pdf/VW_F.PDF).

© Левицький А.С., 2010

