

Температурні режими дискового екструдера

Л. Шкарапута, Л. Митрохіна, І. Морозова, Л. Тищенко, В. Даниленко, В. Абросімов

Інститут біоорганічної хімії та нафтохімії НАН України,
Україна, 02094 Київ, вул. Мурманська, 1, факс: (044) 559-98-00

З метою вдосконалення управління температурними режимами у процесі виробництва полімерних композиційних матеріалів на лініях грануляції досліджено розподіл температури і розроблено математичний опис нестационарних процесів, що проходять в проміжку між диском та корпусом дискового екструдера.

Виробництво сучасних композиційних полімерних матеріалів для багатошарових антикорозійних покриттів включає стадію змішування інгредієнтів у дисковому екструдері [1]. На якість матеріалів суттєво впливають температурні умови в проміжку між диском і корпусом екструдера (рис. 1). На жаль, безпосередній контроль за розподілом температур, зазвичай, відсутній. У промислових екструдерах контролюють лише температуру корпусу. Виникають запитання, як вимірювана величина співвідноситься з фактично існуючою в розплаві, яким є розподіл температур у зазорі, яким чином одержати найдостовірнішу інформацію про тепловий режим під час переробки матеріалу і, найсуттєвіше, як можна здійснити автоматичне керування процесом. Останнє потребує знання динамічних характеристик.

Розглянемо розплав багатокомпонентної полімерної композиції під час виготовлення клею-розплаву [2] в зазорі дискового екструдера, де відбувається диспергування, гомогенізація і остаточна пластифікація матеріалу, як плоску стінку $\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$, (рис. 1).

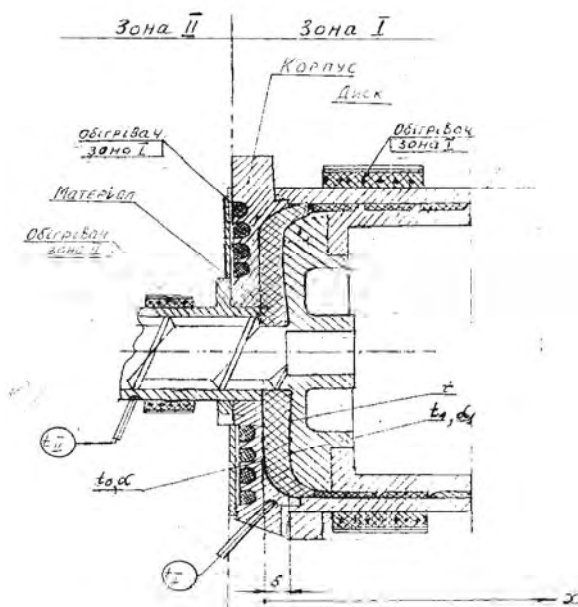


Рис. 1. Розрахункова схема дискового екструдера

Рівняння теплопровідності матиме такий вигляд [3]:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = -\frac{q}{\lambda} \quad (1)$$

де t – температура, °C; x – координата, м; q – інтенсивність тепловиділення у розплаві, кВт/м³; λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·град).

Двічі інтегруючи рівняння (1), одержимо

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q}{\lambda} x + C_1 \quad (2)$$

$$t = -\frac{q}{\lambda} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_0 \quad (3)$$

Для визначення констант C_0 та C_1 розглянемо граничні умови III роду [3]:

$$-\lambda \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=0} = \alpha(t_0 - t|_{x=0}) \quad (4)$$

$$-\lambda \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=\delta} = \alpha_1(t|_{x=\delta} - t) \quad (5)$$

де α та α_1 – відповідні коефіцієнти тепловіддачі, Вт/(м²·град) (рис. 1).

З рівняння (2) випливає $\left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=0} = C_1$, а з виразу (3)

$t|_{x=0} = C_0$. Тоді гранична умова (4) матиме вигляд

$$C_0 - \frac{\lambda}{\alpha} C_1 = t_0.$$

У результаті аналогічних перетворень одержали в явному вигляді вираз і для другої граничної умови (5):

$$-\lambda \left(-\frac{q}{\lambda} \delta + C_1 \right) = \alpha_1 \left(-\frac{q}{\lambda} \cdot \frac{\delta^2}{2} + C_1 \delta + C_0 - t_1 \right)$$

Визначивши із системи останніх двох рівнянь значення сталих C_0 та C_1 , знайшли вираз для розрахунку розподілу температури за товщиною шару матеріалу:

$$t = K \left[t_0 \left(\frac{\delta - x}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} \right) + t_1 \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) \right] + q \frac{K \delta^2}{\lambda} \left[\left(\frac{\lambda}{\alpha \delta} + \frac{x}{\delta} \right) \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{2\lambda} \right) - \frac{1}{2K} \left(\frac{x}{\delta} \right)^2 \right] \quad (6)$$

$$\text{де } K = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} \right)^{-1}$$

Після експериментального визначення аргументів останнього виразу (екструдер лінії грануляції ЛГП-60): $\delta = 6 \cdot 10^{-3}$ м; $\lambda = 0,348$ Вт/(м·град); $\alpha = \alpha_1 = 58$ Вт/(м² град); $q = 1044$ кВт/м³ було розраховано розподіл температур в проміжку між диском та корпусом за різних температур корпусу (t_0) та диску (t_1). Встановлено, що за рахунок високої інтенсивності тепловиділення локальні перегреви можуть досягати багатьох десятків градусів (рис. 2) (вихідні $t_0 = 100$ °С, $t_1 = 80$ °С). Це підтверджується експериментально: під час переробки цієї композиції за зазначених умов спостерігали значне газовиділення і підгорання матеріалу. Встановлено, що керування тепловим режимом слід здійснювати не за температурою корпусу екструдера (зона I), а за показаннями термопари наступної зони II, яка є менш інерційною і дає вірогіднішу інформацію про температуру розплаву матеріалу.

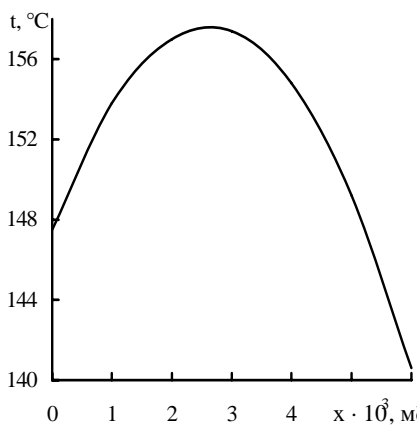


Рис. 2. Розподіл температур (t) по довжині (x) в зазорі дискового екструдера

Аналізуючи неусталені режими, доцільно перейти до рівнянь у відхиленнях. Рівняння нестационарної теплопровідності має такий вигляд:

$$a \frac{\partial^2 \Delta t}{\partial x^2} + \frac{q}{\gamma c} = \frac{\partial \Delta t}{\partial \tau} \quad (7)$$

де a – коефіцієнт температуропровідності,
 $a = \lambda/\gamma c$, м²/с; γ – густина, кг/м³;
 c – теплоємність, кДж/(кг·град).

Виконавши перетворення за Лапласом ($\bar{t}_i = \int_0^\infty \Delta t_i e^{-p\tau} d\tau$, де p – оператор Лапласа), отримали рівняння теплопровідності у звичайних похідних:

$$\frac{d^2 \bar{t}}{dx^2} - \frac{p}{a} \bar{t} = -\frac{q}{\lambda} \quad (8)$$

з граничними умовами

$$-\frac{\lambda}{\alpha} \frac{d\Delta t}{dx} \Big|_{x=0} + \Delta t \Big|_{x=0} = \Delta t_0; \quad -\frac{\lambda}{\alpha_1} \frac{d\Delta t}{dx} \Big|_{x=\delta} + \Delta t \Big|_{x=\delta} = \Delta t_1.$$

Розв'язка рівняння (8) у загальному вигляді має такий вид [4]:

$$\Delta \bar{t} = \frac{q}{p\gamma c} + C_3 \exp\left(x\sqrt{\frac{p}{a}}\right) + C_4 \exp\left(-x\sqrt{\frac{p}{a}}\right).$$

Використовуючи граничні умови, визначили C_3 та C_4 . Після перетворень одержали вираз, який описує поведінку відхилення температури як функцію характеристик клею-розплаву та оператора Лапласа:

$$\Delta \bar{t} = \frac{q}{p\gamma c} + \frac{\left(\bar{t}_1 - \frac{q}{p\gamma c}\right) \left[\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(x\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-x\sqrt{\frac{p}{a}}\right) \right]}{\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 + \frac{\lambda}{\alpha_1} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha_1} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} + \frac{\left(\bar{t}_0 - \frac{q}{p\gamma c}\right) \left[\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha_1} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left((\delta-x)\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha_1} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-(\delta-x)\sqrt{\frac{p}{a}}\right) \right]}{\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 + \frac{\lambda}{\alpha_1} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha_1} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} \quad (9)$$

Передаточні функції по окремих каналах описуються наступними виразами:

- канал $\bar{t}_0 \rightarrow \bar{t}$ (вплив температури корпусу на розподіл температур у розплаві композиції):

$$W_0 = \frac{\Delta \bar{t}(p)}{\Delta \bar{t}_0(p)} = \frac{\left(1 + \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(\delta\left(1 - \frac{x}{\delta}\right)\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-\delta\left(1 - \frac{x}{\delta}\right)\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 + \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 - \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} \quad (10)$$

- канал $\bar{t}_1 \rightarrow \bar{t}$ (вплив температури диску на розподіл температур у клеї-розплаві):

$$W_1 = \frac{\Delta \bar{t}(p)}{\Delta \bar{t}_1(p)} = \frac{\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(x\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-x\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 + \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 - \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}$$

- канал $\bar{q} \rightarrow \bar{t}$ (вплив інтенсивності тепловиділення на розподіл температур у клеї-розплаві):

$$W_q = \frac{\Delta \bar{t}}{\Delta \bar{q}} = \frac{1}{p\lambda} \left\{ \frac{\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(x\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-x\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 + \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 - \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} + \frac{\left(1 + \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(1-x\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(1+x\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 + \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right) - \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \left(1 - \frac{\lambda\alpha_1}{\alpha^2} \sqrt{\frac{p}{a}}\right) \exp\left(-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} \right\}$$

Було проаналізовано зміну температури у найбільш "гарячому" місці: $x = 5 \cdot 10^{-3}$ м при $\delta = 0,01$ м, $\lambda = 0,348$ Вт/(м·град), $c = 2,51$ кДж/(кг·град), $\gamma = 940$ кг/м³, $a = 1,47 \cdot 10^{-7}$ м²/с. За таких умов амплітудно-фазова характеристика (АФХ) по каналу $t_0 \rightarrow t$ має такий вигляд:

$$W(j\omega; 0,005) = \frac{(1 + 0,261\sqrt{j\omega})\exp(0,217\sqrt{j\omega}) - (1 - 0,261\sqrt{j\omega})\exp(-0,271\sqrt{j\omega})}{(1 + 0,261\sqrt{j\omega})^2 \exp(0,434\sqrt{j\omega}) - (1 - 0,261\sqrt{j\omega})\exp(-0,434\sqrt{j\omega})}$$

де $j = \sqrt{-1}$; ω – частота.

Результати розрахунку АФХ в координатах $\text{Im}(\omega)$ – $\text{Re}(\omega)$ наведено на рис. 3.

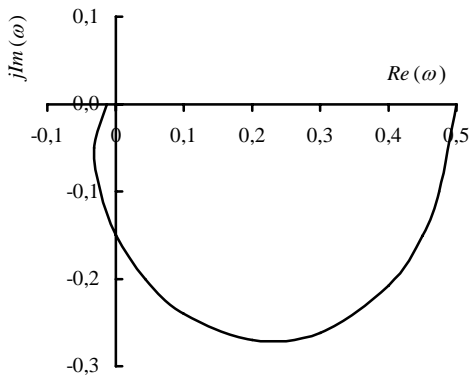


Рис. 3. Амплітудно-фазова характеристика

Була розглянута поведінка замкнутої системи з регулятором (канал $t_0 \rightarrow t$). Виходячи із співвідношення $W_{\text{зам}} = W_p \cdot W(1 + W_p \cdot W)^{-1}$ було розраховано АФХ замкнутої системи та її дійсну частотну характеристику $\text{Re}(\omega)$, рис. 4.

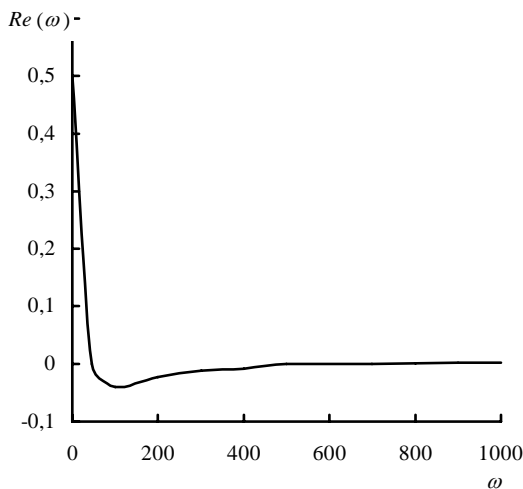


Рис. 4. Залежність дійсної частотної характеристики

Для визначення перехідного процесу залежність $\text{Re}(\omega)$ було апроксимоване відрізками прямих $\text{Re} = \text{Re}_2 + (\text{Re}_1 - \text{Re}_2)(\omega_2 - \omega)/(\omega_2 - \omega_1)$, де індекси 2 і 1 визначають координати кінця і початку відрізка. В нашому випадку слід виділити чотири інтервали, п'ять характерних частот. Нижче наведені координати інтервалів:

Характерна частота ω_i	Дійсна частина АФХ $\text{Re}_i(\omega)$
0	0,333
30	0,076
60	-0,010
100	-0,031
300	-0,013

Зазначимо, що при $\omega = 300$ $\text{Re}_{300} < 5\% R_0$.

Використовуючи інтеграл Фур'є [4], одержали загальний вираз для визначення динаміки зміни температури:

$$\Delta t(\tau) = \frac{2}{\pi} \left\{ \int_0^{30} \text{Re}_{10}(\omega) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} d\omega + \int_{30}^{60} \text{Re}_{21}(\omega) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} d\omega + \int_{60}^{100} \text{Re}_{32}(\omega) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} d\omega + \int_{100}^{300} \text{Re}_{43}(\omega) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} d\omega \right\}$$

Для "характерного" інтервалу, де $\omega_2 > \omega_1$ відповідна складова $\Delta t(\tau)$ буде

$$\begin{aligned} \frac{2}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \text{Re}(\omega) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} d\omega &= \frac{2}{\pi} \left\{ \int_{\omega=0}^{\omega_2} \text{Re}(\omega) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} d\omega - \int_{\omega=0}^{\omega_1} \text{Re}(\omega) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} d\omega \right\} = \\ &= \frac{2}{\pi} \int_{\omega=0}^{\omega_2} \left[\left(\text{Re}_2 + \frac{(\text{Re}_1 - \text{Re}_2)}{(\omega_2 - \omega_1)} \omega \right) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} - \frac{(\text{Re}_1 - \text{Re}_2)}{(\omega_2 - \omega_1)} \sin(\omega\tau) \right] d\omega - \\ &- \int_{\omega=0}^{\omega_1} \left[\left(\text{Re}_2 + \frac{(\text{Re}_1 - \text{Re}_2)}{(\omega_2 - \omega_1)} \omega \right) \frac{\sin(\omega\tau)}{\omega} - \frac{(\text{Re}_1 - \text{Re}_2)}{(\omega_2 - \omega_1)} \sin(\omega\tau) \right] d\omega \end{aligned}$$

Після визначення коефіцієнтів при $\frac{\sin(\omega\tau)}{\omega}$ та $\sin(\omega\tau)$ одержали вираз для розрахунку перехідного процесу по каналу $t_0 \rightarrow t$ (рис. 5).

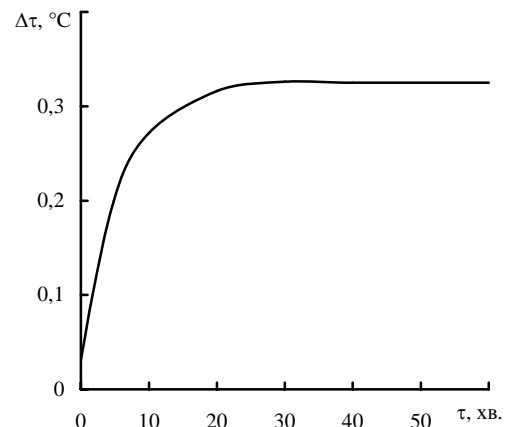


Рис. 5. Перехідний процес

$$\Delta t(\tau) = \frac{2}{\pi} \left\{ 0,333[\text{Si}(30\tau)] + \frac{8,57 \cdot 10^{-3}}{\tau} [\cos(30\tau) - 1] + \right. \\ + 0,162[\text{Si}(60\tau) - \text{Si}(30\tau)] + \frac{2,87 \cdot 10^{-3}}{\tau} [\cos(60\tau) - \cos(30\tau)] + \\ + 0,0215[\text{Si}(100\tau) - \text{Si}(60\tau)] + \frac{0,525 \cdot 10^{-3}}{\tau} [\cos(100\tau) - \\ - \cos(60\tau)] - 0,040[\text{Si}(300\tau) - \text{Si}(100\tau)] - \\ \left. - \frac{0,09 \cdot 10^{-3}}{\tau} [\cos(300\tau) - \cos(100\tau)] \right\}.$$

Запропоновані співвідношення дають змогу розрахувати систему автоматичного управління температурними режимами дискового екструдера.

Література

1. Бортников В.Г., *Основы технологии переработки пластических масс*, Ленинград, Химия, 1983.
2. *Композиція клею-розплаву адгезійного КРА-99*, ТУ У 24.1-03563790-046-2002.
3. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С., *Теплопередача*, Москва, Энергия, 1969.
4. Корн Г., Корн Т., *Справочник по математике для научных работников и инженеров*, Москва, Наука, 1974.

Надійшла до редакції 26 травня 2003 р.

Температурные режимы дискового экструдера

Л. Шкарапута, Л. Митрохина, И. Морозова, Л. Тищенко, В. Даниленко, В. Абросимов

*Институт биоорганической химии и нефтехимии НАН Украины,
Украина, 02094 Киев, ул. Мурманская, 1; факс: (044) 573-25-52*

С целью усовершенствования управления температурными режимами в процессе производстве полимерных композиционных материалов на линиях грануляции исследовано распределение температуры и разработано математическое описание нестационарных процессов, которые проходят в промежутке между диском и корпусом дискового экструдера.

Temperature conditions of a disk extruder

L. Shkaraputa, L. Mitrohina, I. Morozova, L. Tishchenko, V. Danilenko, V. Abrosimov

*Institute of Bioorganic Chemistry and Petrochemistry, National Academy of Sciences of Ukraine,
1, Murmansk Str., Kyiv, 02094 Ukraine, Fax.: (044) 573-25-52*

The allocation of temperature has been studied for the purpose of improving the control of temperature conditions while producing the polymeric composites on granulation lines of proceeding and the mathematical specification of non-stationary processes in a gap between disk and body of disk extruder has been developed.