

Член-кореспондент НАН України В. А. Даниленко, І. В. Белінський,
В. В. Гржибовський, В. А. Лемешко

Експериментальне дослідження деформування пружнопластичного структурованого середовища та формування компактонів у ньому

Експериментально доведено існування компактонів у структурованих просторово-нелокальних середовищах. Наведено результати експерименту по визначенню квазістатичного деформування та формування компактонів у структурованому середовищі з пружнопластичною взаємодією елементів. Показано, що при пружній взаємодії двох елементів навантаження й розвантаження відбувається за пружним законом Герца, а в ланцюгу куль поширюється компактон із герцівською пружною взаємодією. При пружнопластичній взаємодії двох елементів після деформування має місце залишкова деформація, а в ланцюгу куль поширюється згасаюче збурення, яке вироджується в компактон, коли напруження між елементами досягає межі пружності в околі точки їх взаємодії.

Значний інтерес до вивчення поширення збурення в гранульованому середовищі природного та штучного походження зумовлений тим, що внутрішня структура такого середовища формує нелінійні хвилі з особливими властивостями, які можуть бути використані як для технологічних цілей деформування штучних гранульованих матеріалів, так і для вивчення особливостей поширення нелінійних збурень у структурованих геофізичних середовищах з різними законами взаємодії елементів. Вперше так звана контактна задача теорії пружності була розв'язана Г. Герцом у публікаціях [1, 2], де ним визначалася залежність величини зближення пружних тіл, які контактують, від величини статичної сили, що діє на них. У монографії [3] розглядається узагальнений закон Герца, а в [4] — напівемпіричний закон взаємодії пружнопластичних твердих тіл при їх статичному деформуванні. Безперечно досить актуальними є експериментальні дослідження законів взаємодії пружнопластичних елементів гранульованого середовища при імпульсному навантаженні.

Нижче наведені результати експериментальних досліджень квазістатичного деформування та поширення збурень в ланцюгу пружних куль діаметром 41,25 мм з урахуванням пружнопластичних прошарків між ними.

Фізико-механічні властивості матеріалу куль: густина $\rho_1 = 7800 \text{ кг/м}^3$, коефіцієнт Пуассона $\nu_1 = 0,29$, модуль Юнга $E_1 = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$.

Пружнопластичні прошарки між кулями виготовлені з дюралюмінію Д16-Т: $\rho_2 = 2810 \text{ кг/м}^3$; $\nu_2 = 0,33$, $E_2 = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, межа пружності $\sigma_s = 295 \text{ МПа}$.

Попередні дослідження [5, 6] засвідчили, що характерні часові параметри процесу взаємодії двох куль при співударі зі швидкістю 0,1–2,0 м/с більш ніж на порядок перевищують час власних коливань пружної кулі [7]. Тому в окремо взятому елементі структурованого середовища при ударі встановлюється механічна рівновага. Тобто, деформація куль і прошарків між ними є квазістатичною.

Таким чином, при співударі двох куль квазістатичний закон їх взаємодії встановлює залежність між силою, яка діє на кулі, та зближенням їх при цьому. Сили, які діють під час удару двох куль, реєструються датчиками-кулями [5, 6, 8], а величина зближення куль при цьому реєструється датчиками прискорення, які епоксидною смолою приклеєні до датчиків-куль. Чутливі елементи датчиків сили та прискорення перпендикулярні напрямку руху ударяючої кулі. За датчики прискорення використовували датчики типу АВС-017, маса яких не перевищувала 5% маси кулі. Градування датчиків сили та прискорення здійснювалось порівнянням їх динамічних характеристик з аналогічними характеристиками датчика прискорення фірми Брюль і К'ер типу 4384.

За вимірювальну апаратуру використовували двоканальний цифровий осцилограф фірми Tektronix-TDS 210, швидкодіючий аналогово-цифровий перетворювач фірми National Instruments-NI5102, персональний комп'ютер типу "note-book"-Compag Armada 3500 та узгоджуючі підсилювачі.

Таким чином, в результаті окремого експерименту при співударі двох куль, при наявності між ними тонких прошарків з різними фізико-механічними властивостями, були отримані залежності від часу: сил $F_1(t)$, $F_2(t)$ та прискорень $a_1(t)$, $a_2(t)$ відповідно першої (ударяючої) та другої (яку ударяють) куль, а також величини швидкості $V_{1,m}$ першої кулі до взаємодії, та швидкість $V_{2,m}$ другої кулі після взаємодії.

Фізичні величини, що характеризували процес співудару куль, визначали таким чином:

$$\begin{aligned} V_1(t) &= V_{1,m} - \int_0^t a_1(t) dt; & V_2(t) &= \int_0^t a_2(t) dt; \\ U_1(t) &= \int_0^t V_1(t) dt; & U_2(t) &= \int_0^t V_2(t) dt, \end{aligned} \quad (1)$$

де $V_1(t)$, $V_2(t)$ та $U_1(t)$, $U_2(t)$ — швидкості руху та переміщення першої і другої куль під час удару відповідно.

За результатами експерименту визначалась залежність між середньою силою $F(t) = [F_1(t) + F_2(t)]/2$, яка діє між кулями при співударі, та їх зближенням $U(t) = U_1(t) - U_2(t)$. Отримана залежність $U(t) = f[F(t)]$ характеризує діаграму деформування куль при співударі як в процесі навантаження, так і при розвантаженні.

Якість та похибка отриманих в експерименті результатів контролювалась підрахунками відповідно балансів імпульсу та енергії:

$$\begin{aligned} m_1 V_{1,m} &= m_1 V_{1,1} + m_2 V_{2,m}; \\ \frac{m_1 V_{1,m}^2}{2} &= \frac{m_1 V_{1,1}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2,m}^2}{2} + E_g, \end{aligned} \quad (2)$$

де m_1 , m_2 — маси куль; $V_{1,1} = V_{1,m} - \int_0^\tau a_1(t) dt$ — швидкість першої кулі після удару; τ — час зіткнення куль; $E_g = \int_0^{U_k} F dU$ — втрата енергії в процесі удару; U_k — залишкове зближення куль після їх зіткнення.

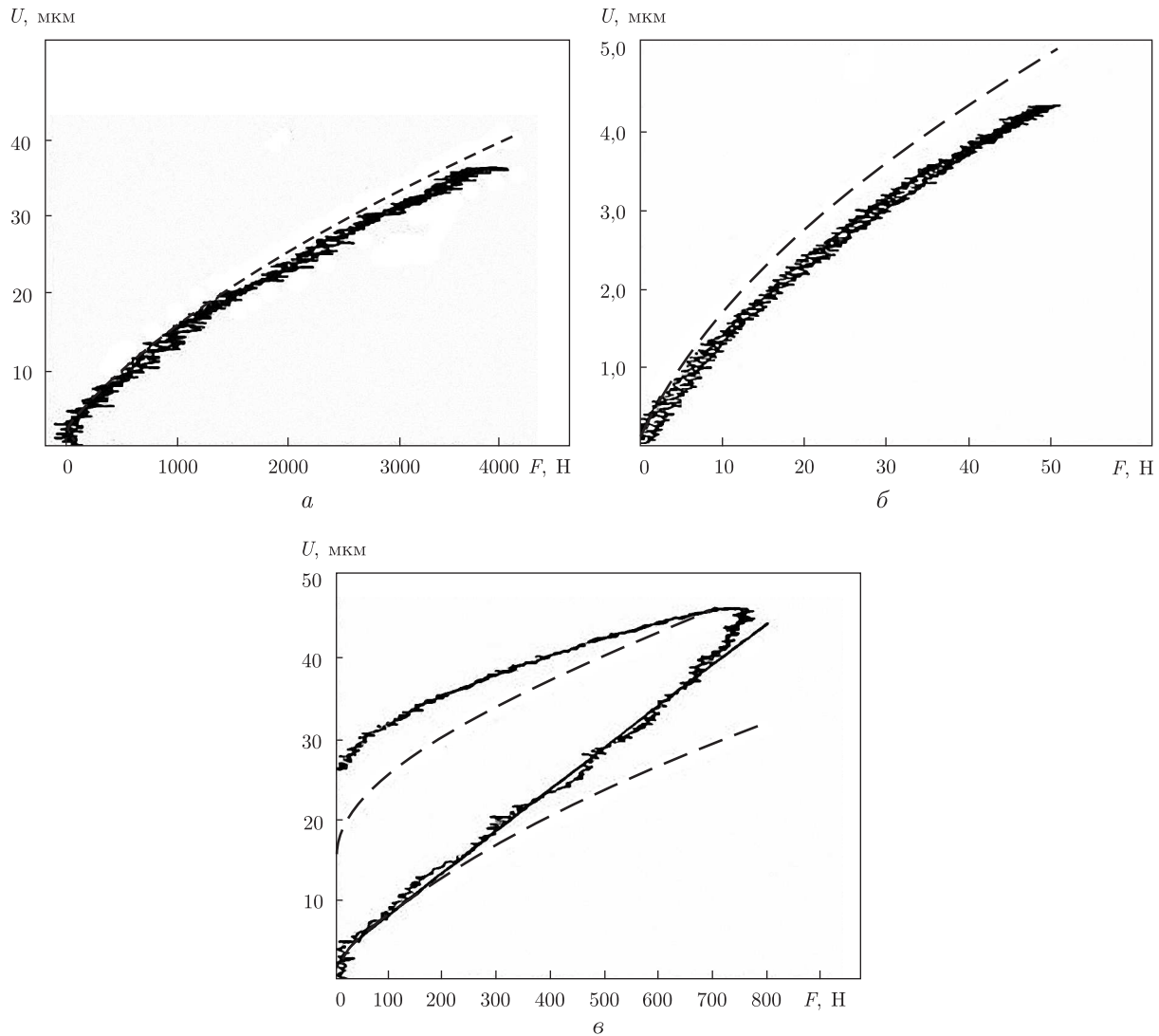


Рис. 1. Квазістатичне деформування пружних куль без прошарку між ними при швидкості їх співудару 0,88 м/с (*a*) та при наявності між ними прошарку дюралюмінію Д16-Т завтовшки 2,84 мм при швидкості їх співудару 0,035 м/с (*б*) й 0,5 м/с (*в*). Штрихові криві — відповідно закону Герца при навантаженні (*a*, *б*, *в* — нижня крива) та розвантаженні (*в* — верхня крива). Суцільна пряма — залежність (7)

В результаті проведених експериментів встановлено, що похибка методики визначення квазістатичного деформування елементів структурованого середовища по балансу імпульсу та енергії не перевищує 1,5 й 2,5% відповідно.

Нижче аналізується вплив умов контакту між елементами структурованого середовища на особливості їх квазістатичного деформування. Дані, що представлені на рис. 1, ілюструють діаграми квазістатичного деформування куль залежно від фізичних властивостей контакту між ними. Так (див. рис. 1, *a*), при пружному контакті між кулями діаграми квазістатичного деформування при навантаженні і розвантаженні збігаються між собою і задовільно узгоджуються з пружним законом Герца (див. штрихову криву на рис. 1, *a*). Згідно з цим законом, зближення між кулями U залежить від сили F взаємодії між ними:

$$U = \left(\frac{\sqrt{2}D}{\sqrt{R_1}} \right)^{2/3} F^{2/3}, \quad (3)$$

де $D = \frac{3(1-\nu_1^2)}{2E_1}$; R_1 – радіус пружної кулі.

Відзначимо, що втрати енергії при цьому деформуванні не перевищують 1–2%.

Пружнопластичний контакт між кулями здійснювався шляхом розташування між ними пружнопластичного прошарку дюралюмінію Д16-Т завтовшки 2,84 мм (діаграми їх квазі-статичного деформування зображені на рис. 1, б, в).

Наведені дані вказують на те, що при швидкості співудару куль 0,035 м/с криві навантаження та розвантаження збігаються (див. рис. 1, б). При цьому максимальна сила, що виникає при взаємодії куль, становить $F_m = 51,3$ Н.

За значенням максимальної сили F_m можемо оцінити середнє значення пружності σ_k , що виникає на площині контакту між пружною кулею та прошарком Д16-Т.

Так, згідно з задачею Герца, середнє значення цієї величини визначається за формулою:

$$\sigma_k = \frac{F_k}{\pi a^2}, \quad (4)$$

де $a = (F_k \cdot D \cdot R_1)^{1/3}$; $D = \frac{3}{4} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)$; a – радіус зони контакту.

Отже, при співударі двох куль зі швидкістю 0,035 м/с максимальна середня напруга на площині контакту становить $\sigma_k = 307$ МПа, що близько збігається з межею пружності прошарку дюралюмінію. Тобто, в пружній області взаємодії квазістатичний закон деформування увігнутий до осі сили. Кінцева пластична деформація відсутня, а втрати енергії при цьому становлять 3,4% енергії ударяючої кулі.

Для порівняння даних експерименту, представлених на рис. 1, б, з пружним законом Герца слід зазначити: прошарок дюралюмінію Д16-Т завтовшки 2,84 мм розташовувався між двома кулями діаметром 41,25 мм, зближення між якими в експерименті реєструвалось датчиками прискорення; сумарне зближення між кулями в основному формувалось на двох контактах куль з прошарком дюралюмінію. Оскільки в експериментах максимальне зближення між кулями не перевищувало 0,05 мм (1,8% товщини прошарку), то можемо припустити, що таке зближення U дорівнює подвоєному зближенню, яке виникає між кулею і півпростором дюралюмінію:

$$U = 2 \left(\frac{D}{\sqrt{R_1}} \right)^{2/3} F^{2/3}. \quad (5)$$

Ця залежність зображена штриховою лінією на рис. 1, б, яка перевищує дані експерименту на 10%, що, на наш погляд, може бути пов'язано з неточністю схеми розрахунку і неточністю фізико-механічних властивостей матеріалу прошарку.

При збільшенні швидкості співудару від 0,07 до 0,5 м/с зростає кінцева пластична деформація від 1 до 25 мкм, а дисипація енергії при цьому змінюється від 7,7 до 34,3% енергії ударяючої кулі.

На рис. 1, в нижня і верхня штрихові криві ілюструють пружний закон Герца, розрахований на стадії відповідно навантаження і розвантаження. Навантаження розраховувалось за формулою (5).

Залежність $U = f(F)$ при розвантаженні обчислювалась за пружним законом Герца:

$$U(F) = U_m - 2 \left(\frac{D}{\sqrt{R_1}} \right)^{2/3} (F_m^{2/3} - F^{2/3}), \quad (6)$$

де U_m , F_m відповідно максимальне зближення та максимальна сила, що досягалися в експерименті. Як видно з даних, наведених на рис. 1, в, у кінці стадії навантаження дані експерименту перевищують дані розрахунку майже на 50%.

Крива навантаження (див. рис. 1, в) наближається до лінійної залежності деформації від сили, що є характерною ознакою квазістатичного закону деформування пластичних матеріалів [7]. Перехід області в околі контакту в пластичний стан відбувається при значенні сили $F_s = 45$ Н і значенні деформації $U_s = 2,4$ мкм. При подальшому зближенні куль залежність деформації від сили є лінійною, яка ілюструється суцільною прямою на рис. 1, в:

$$U(F) = 2U_s + \frac{F - F_s}{\pi R_1 \cdot \sigma_s}. \quad (7)$$

Залишкова деформація при розвантаженні двох куль, яка отримана в експерименті, перевищує на 40% дані, обчислені за пружним законом Герца (див. верхню штрихову криву на рис. 1, в). Тобто, на процес розвантаження впливають процеси, можливо, пружнов'язкі.

Таким чином, квазістатичний закон деформування пружних куль при наявності між ними пружнопластичного прошарку є пружним при значенні пружності в околі контакту взаємодії, що дорівнює або менше межі пружності матеріалу прошарку.

Зі збільшенням сили взаємодії все чіткіше проявляються пластичні властивості в квазістатичному законі взаємодії.

Отже, можна стверджувати, що розроблена методика експериментального визначення квазістатичного закону деформування твердих тіл з різними фізичними властивостями їх контакту є новим способом дослідження деформування структурних середовищ при динамічному навантаженні. В зв'язку з цим досить актуальним є дослідження особливостей поширення збурень в структурованих просторово-нелокальних середовищах з різними фізичними властивостями контакту їх елементів.

Результати експериментального дослідження поширення збурень в ланцюгу пружних куль при ударі такою, як і в ланцюгу, кулею [5, 6] показують, що залежності швидкості поширення збурення c , його часової τ та просторової півширини $\lambda = \tau \cdot c$ від амплітуди F задовільно екстраполюються виразами:

$$c = 182,9F^{0,161}; \quad \tau = 456,1F^{-0,158}; \quad \frac{\lambda}{d} = 2,06, \quad (8)$$

де c і τ вимірювались відповідно в м/с та мкс.

Отже, залежність фазової швидкості поширення збурення від амплітуди та сталість його просторової півширини вказують на те, що дане збурення формується чотирма кулями і відноситься до класу компактонів [9], які поширюються в просторово-нелокальних середовищах.

Нижче аналізуються результати експериментального дослідження поширення збурень при ударі по ланцюгу 50 пружних куль діаметром 41,25 мм при умовах пружнопластичного контакту між ними.

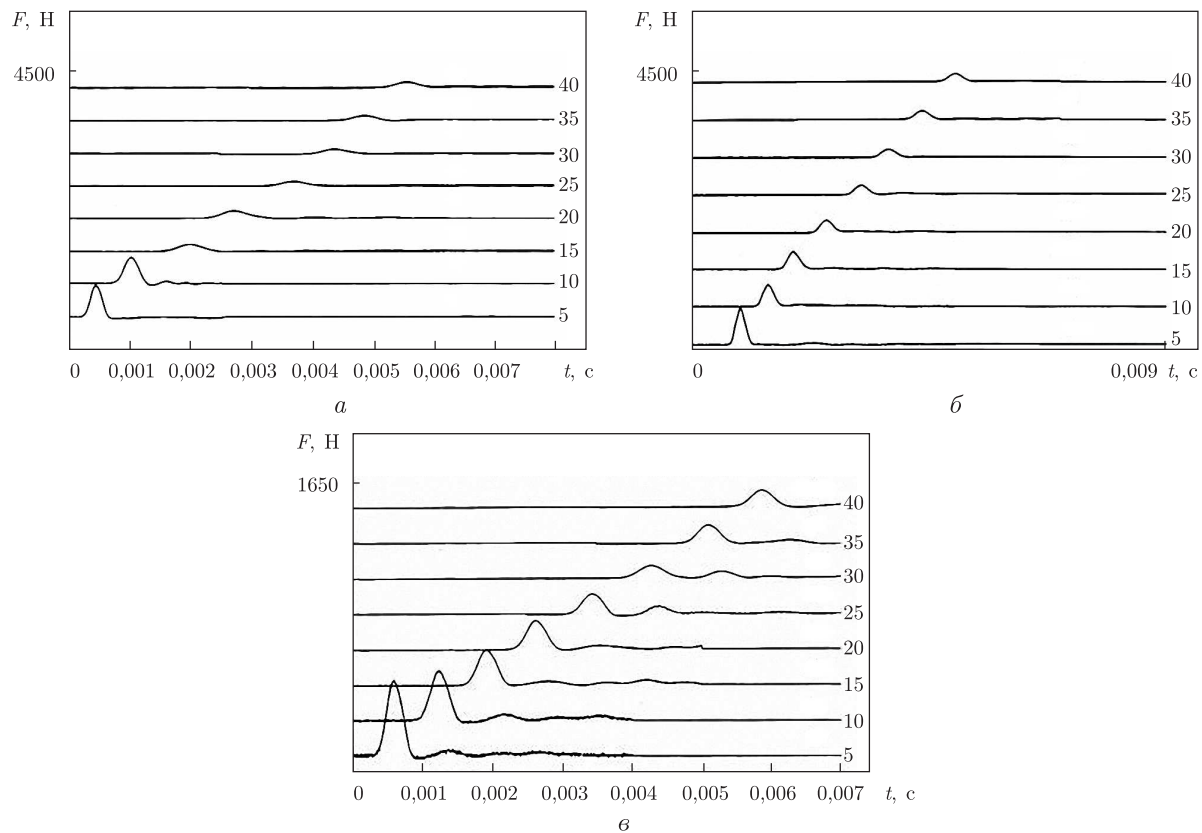


Рис. 2. Еволюція нелінійного збурення в ланцюгу 50 пружних куль з прошарком дюралюмінію Д16-Т завтовшки 0,56 мм (а); 1,3 мм (б) та 2,84 мм (в) після удару по ньому кулею зі швидкістю 0,3 м/с. Цифри на кривих — положення датчика в ланцюгу

Збурення в ланцюгу куль генерувалось ударом по його краю однією кулею, аналогічною кулі в ланцюгу. Експериментальне вимірювання параметрів збурення здійснювалось датчиками та апаратурою, яка описана вище.

Дані, що наведені на рис. 2 та 3, ілюструють еволюцію нелінійного збурення та згасання амплітуди в ланцюгу 50 пружних куль при наявності між ними прошарку дюралюмінію Д16-Т різної товщини. Як видно з наведених даних, максимальна амплітуда збурення істотно згасає на початку ланцюга куль і стабілізується (див. рис. 2) у міру поширення. “Вихід” з пластичної в пружну область відбувається на 15; 20 та 30 позиціях (див. рис. 2, 3) відповідно при товщині прошарку 0,56 мм; 1,3 мм та 2,84 мм. Тобто зі збільшенням товщини пружнопластичного прошарку збільшується область пластичного деформування елементів середовища. Після “виходу” збурення в пружну область його амплітуда та форма зберігаються в процесі подальшого поширення (див. рис. 2).

В табл. 1 наведені значення максимальної сили F_s та середнього значення пружності σ_s , що виникають на межі переходу з пружнопластичної в пружну область при різних товщинах h прошарку та швидкості удару v . Середнє значення по всій товщині прошарків та швидкості удару пружності σ_s на межі “виходу” з пружнопластичної в пружну область дорівнює 325 МПа, що близько збігається з міцністю дюралюмінію Д16-Т: $\sigma_s = 295$ МПа.

На рис. 4 наведено залежність числа Струхалія [10, 11] $SH = (d + h)/(V \cdot 2\tau)$ від номера елемента n , де d , h — відповідно діаметр пружної кулі та товщина прошарку, V , τ —

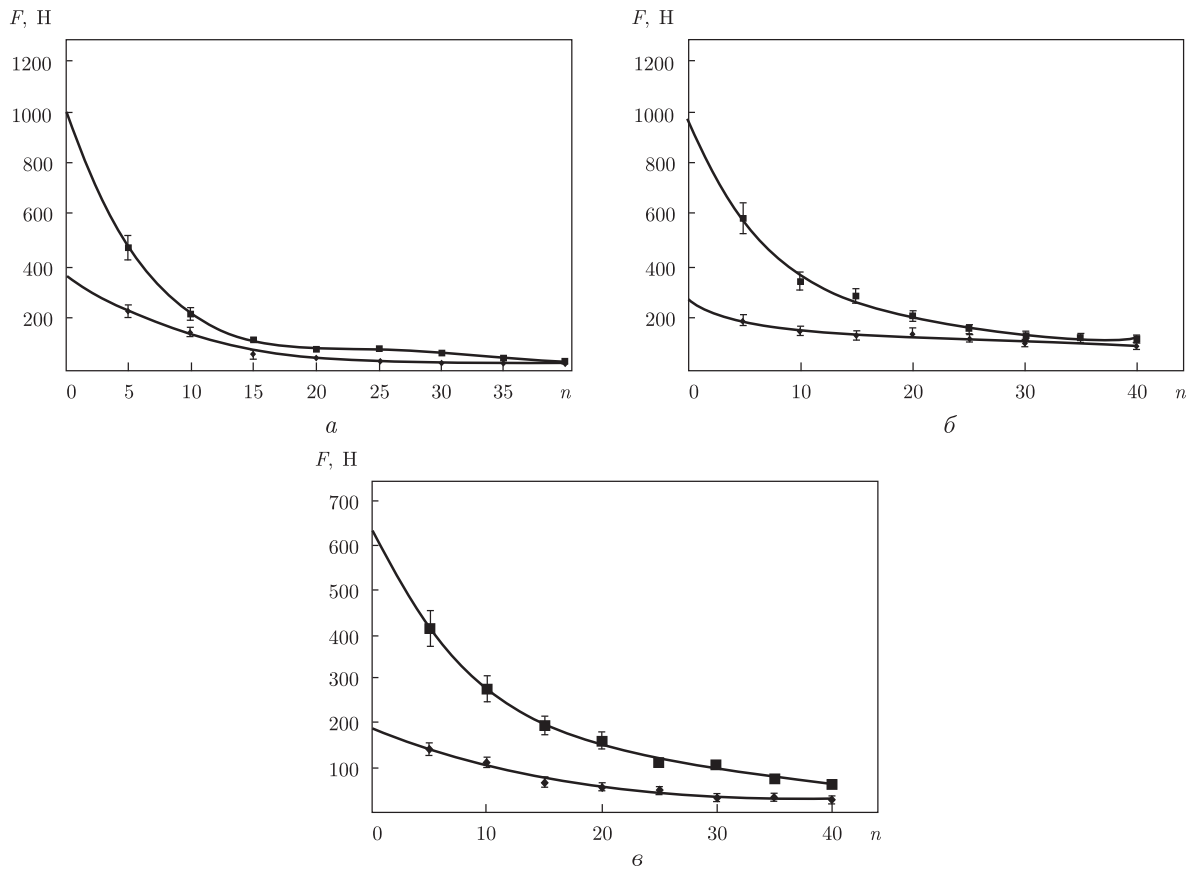


Рис. 3. Згасання амплітуди нелінійного збурення в ланцюгу 50 пружних куль з прошарком дюралюмінію Д16-Т завтовшки 0,56 мм (а); 1,3 мм (б) та 2,84 мм (в) після удару по ньому кулею зі швидкістю 0,3 м/с (верхні криві) та 0,07 м/с (нижні криві).

Вертикальні відрізки — похибка експерименту. Суцільні криві — екстраполяція результатів експерименту поліномом четвертого ступеня

відповідно фазова швидкість та часова півширина збурення. Як видно з наведених даних, число Струхала зменшується з відстанню від початку ланцюга. Це зменшення є істотним для прошарку завтовшки 0,56 мм і незначним для прошарків завтовшки 1,3 й 2,84 мм. На відстанях, де формується компактон, значення числа Струхала стабілізується.

Отже, формування компактону в середовищі, побудованому з пружних та пружнопластичних елементів, здійснюється при досягненні в околі контакту цих елементів межі пружності матеріалу прошарку.

Таблиця 1

h , мм	v , м/с	F_s , Н	σ_s , МПа
0,56	0,07	28	251
	0,30	41	285
1,30	0,07	107	392
	0,30	128	417
2,84	0,07	33	265
	0,30	70	341

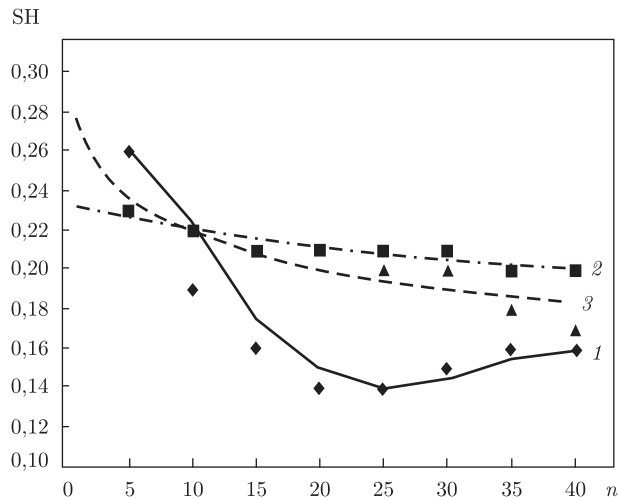


Рис. 4. Залежність числа Струхалів від порядкового номера куль з прошарком між ними завтовшки 0,56 мм (крива 1), 1,30 мм (крива 2) та 2,84 мм (крива 3) при ударі по ланцюгу куль зі швидкістю 0,3 м/с

Таким чином, як показано в цьому повідомленні, а також у [5, 6, 9], солітони, що утворюються в структурованих середовищах, відносяться до класу компактнів, які поширюються в просторово-нелокальних середовищах.

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. – Москва: Наука, 1987. – 248 с.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – Москва: Мир, 1989. – 510 с.
3. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. – Москва: Изд-во лит. по стр-ву, 1965. – 456 с.
4. Батуев Г. С., Голубков Ю. В., Ефремов А. К., Федосов А. А. Инженерные методы исследования ударных процессов. – Москва: Машиностроение, 1969. – 251 с.
5. Даниленко В. А., Белінський І. В., Венгрович Д. Б. та ін. Особливості хвильових процесів у геофізичному середовищі при врахуванні їх структури // Доп. НАН України. – 1996. – № 12. – С. 124–129.
6. Даниленко В. А., Белінський І. В., Гржибовський В. В., Лемешко В. А. Фізичне моделювання еволюції збурення в одновимірному гранульованому середовищі під час імпульсного навантаження // Там само. – 2000. – № 12. – С. 134–137.
7. Кильчевский Н. А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар. – Киев: Наук. думка, 1976. – 319 с.
8. Пат. 37308 Україна. Спосіб вимірювання контактних сил між елементами зразка структурованого середовища / І. В. Белінський, В. А. Даниленко, В. В. Гржибовський, В. А. Лемешко. – Заявл. 15.05.2001; Бюл. № 4.
9. Владіміров В. А., Скурятівський С. І. Усамітнені хвилі з компактним носієм у континуальному аналізі моделі гетерогенного середовища // Доп. НАН України. – 2009. – № 3. – С. 122–125.
10. Белінський І. В., Гржибовський В. В., Лемешко В. А. Исследование гомохронности эволюции возмущения в цепочке стальных шаров // Физ. мезомеханика. – 2009. – 12, № 2. – С. 105–107.
11. Даниленко В. А., Микуляк С. В. Особливості утворення та поширення солітонів в пружнопластичному структурованому середовищі // Доп. НАН України. – 2006. – 12. – С. 102–105.

Відділення геодинаміки вибуху
 Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна
 НАН України, Київ

Надійшло до редакції 03.03.2010

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **V. A. Danylenko, I. V. Belinskiy,**
V. V. Grzhibovskiy, **V. A. Lemeshko**

Experimental research of a deformation of the elastic-plastic structured medium and the formation of compactons in it

We have proved in experiments that there are the compactons in the structural temporal-nonlocal media. The results of experiments on a quasistatic deformation and on the formation of compactons in the structured medium with the elastic-plastic interaction between elements, are presented. It is shown that, under the elastic interaction of two elements, the processes of loading and unloading are realized by the Hertz law. In a chain of balls with the Hertz elastic interaction, the compactons propagate. In the case of the elastic-plastic interaction of two elements, the residual deformation takes place. In the chain of balls, the damped wave propagates and evolves into a compacton, when the stress between elements goes down to the elastic limit in a vicinity of their interaction point.