УДК 621.3.018.1

Ю.М. Романишин[1),2)], д.т.н., С.Р. Пукіш[1)]
[1)] Національний університет "Львівська політехніка"
[2)] Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

ФІЛЬТРАЦІЯ СИГНАЛІВ В МОДЕЛЯХ НЕЙРОНІВ ТА НЕЙРОННИХ МЕРЕЖАХ

Features of using filters in neuron models and filtration of signals in neural networks are considered: using band-pass filter in energetic frequency-selective model of neuron; approximation of input signal as the task of optimal linear filtration for determine the weight coefficients in spike neural network; nonlinear filtration by neural network.

Рассматриваются особенности использования фильтров в моделях нейронов и фильтрации сигналов в нейронных сетях: применение полосового фильтра в энергетической частотноизбирательной модели нейрона; аппроксимация входного сигнала как задача оптимальной линейной фильтрации для определения весовых коэффициентов в спайк-нейронной сети; нелинейная фильтрация нейронной сетью.

Вступ. На основі відомих експериментальних даних щодо функціонування нейронів та біонейронних структур для кодування та декодування інформації в них доцільно розглядати моделі нейронів та нейронних мереж з точки зору фільтрації в них сигналів. Можна виділити кілька класів задач в нейромережевих технологіях, де використовуються поняття фільтрації сигналів: 1) використання фільтрів в моделях нейронів, зокрема, в енергетичній частотновибірній моделі нейрона; 2) оптимальна фільтрація в біологічних нейронних мережах; 3) розгляд нейронних систем як нелінійних фільтрів.

Метою роботи є аналіз деяких особливостей застосування та побудови фільтрів в цих задачах.

Використання фільтрів в моделях нейронів. В моделях нейронів, які використовуються в різних задачах аналізу як властивостей самих нейронів, так і біонейронних структур, фільтрація сигналів присутня як в неявній, так і в явній формах. В явній формі фільтр присутній в енергетичній частотновибірній моделі нейрона [1]. Ця модель була побудована на основі припущення про постійне значення енергії вихідного сигналу для вхідного прямокутного імпульсу з амплітудою та тривалістю, пов'язаними гіперболічною залежністю "амплітуда-тривалість". Ця умова виконується для смугопропускного фільтра, апроксимований коефіцієнт передачі якого визначається виразом:

$$\widetilde{K}(j\omega)=\frac{j\omega\tau_0 A}{(j\omega\tau_0+D_1)(j\omega\tau_0+D_2)}\,, \qquad (1)$$

де ω - колова частота; τ_0 - нормуюча стала часу; D_1, D_2 - параметри фільтра, які визначають центральну частоту, коефіцієнт передачі на ній (разом з параметром A) та ширину смуги пропускання.

Частотна характеристика коефіцієнта передачі фільтра за потужністю представлена в нормованому вигляді на рис. 1.

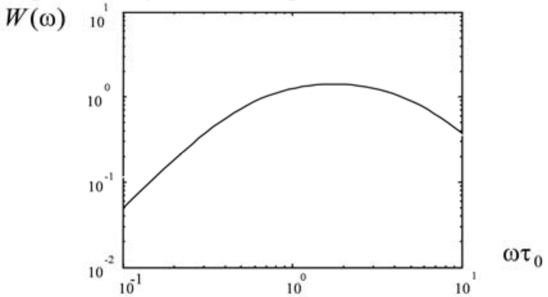

Рис. 1. Амплітудно-частотна характеристика коефіцієнта передачі смугопропускного фільтра в моделі нейрона

На основі отриманого виразу для коефіцієнта передачі (1) легко отримати імпульсну характеристику, яка визначається оберненим перетворенням Фур'є та отримується у аналітичному вигляді:

$$g(t) = \frac{A}{\tau_0(D_1 - D_2)}\left[D_1 \exp\left(-\frac{D_1 t}{\tau_0}\right) - D_2 \exp\left(-\frac{D_2 t}{\tau_0}\right)\right] \; t \geq 0 \,. \qquad (2)$$

На рис. 2. зображено імпульсну характеристику фільтра в моделі нейрона.

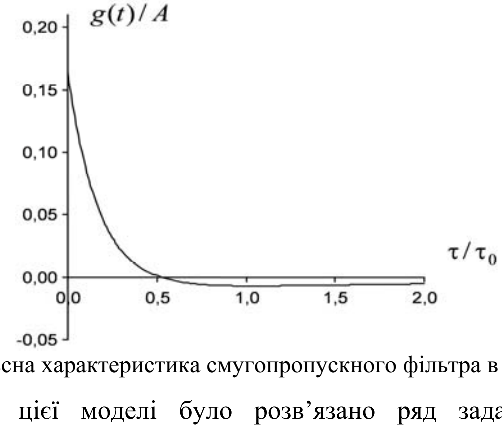

Рис. 2. Імпульсна характеристика смугопропускного фільтра в моделі нейрона

На основі цієї моделі було розв'язано ряд задач, пов'язаних з формуванням та поширенням сигналів в біонейронних структурах, а також визначенням енергетично оптимальних імпульсів активації нейрона. На рис. 3. зображено приклад формування поодинокого нейроімпульсу в енергетичній частотновибірній моделі нейрона при критичному значенні прямокутного імпульсу активації нейрона – при зменшенні рівня сигналу активація не відбувається, а при збільшенні формується серія нейроімпульсів, амплітуди яких однакові, а частота імпульсів зростає зі збільшенням рівня вхідного сигналу.

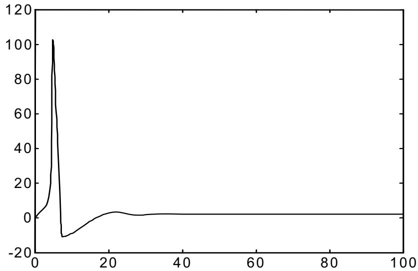

Рис. 3. Приклад формування нейроімпульсу

Оптимальна фільтрація в біологічних нейронних мережах. В біологічних нейронних мережах для передачі інформації між нейронами використовуються імпульсні (спайк-) сигнали. У зв'язку з тим, що фізичні параметри кожного з нейронів відрізняються між собою, вони генерують спайки також з різною частотою. В [2] розглянуто задачу кодування аналогового сигналу послідовностями спайків, які генеруються сукупністю нейронів, та синтезу оптимального фільтра на основі сімейства фільтрів нижніх частот з імпульсними характеристиками у вигляді зсунутих в часі функцій Гауса для відтворення (декодування) цього аналогового сигналу.

Оскільки в біонейронних структурах нейроімпульси не мають постійної складової, нижче розглянута аналогічна задача апроксимації вхідного аналогового сигналу з нульовою постійною складовою з попереднім його кодуванням послідовностями спайків за допомогою n нейронів та наступним декодуванням з використанням смугопропускних фільтрів та відповідних вагових коефіцієнтів. На рис. 4 зображена структура фільтрації сигналів при кодуванні та декодуванні вхідного аналогового сигналу, аналогічна структурі, наведеній в [2], однак з іншим способом побудови оптимального фільтра.

Вихідний сигнал j-го спайк-нейрону $s_j(t)$ (при його активації) є послідовністю імпульсів (спайків) однакової амплітуди та з різними часовими проміжками між імпульсами (внаслідок розкиду параметрів нейронів, зміни параметрів в часі та зміни вхідного сигналу $x(t)$) і може бути представлений у вигляді:

$$s_j(t) = \sum_{i_k} \delta(t - t_{j,i_k}), \tag{3}$$

де $\delta(\tau)$ - імпульс, який в спайк-нейронних мережах вважається за властивостями близьким до δ-функції Дірака, тобто $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)d\tau=1$, однак має скінченну амплітуду; t_{j,i_k} - часові зміщення i_k-го імпульсу j-го спайк-нейрона.

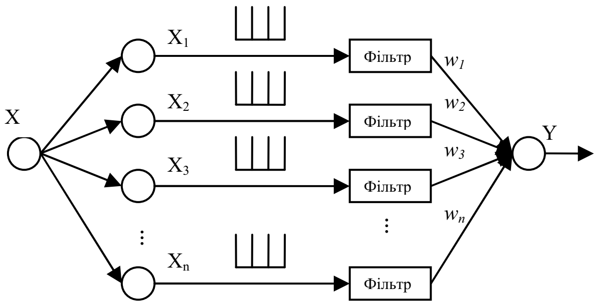

Рис. 4. Фільтрація сигналів в біонейронних мережах

Вихідні сигнали нейронів поступають на смугопропускні фільтри, на виході яких сигнали $a_j(t)$ визначаються виразом:

$$a_j(t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\sum_{i_k}\delta(\tau-t_{j,i_k})g(t-\tau)d\tau\,, \tag{4}$$

де $g(t)$ - імпульсна характеристика смугопропускного фільтра (зокрема, визначена співвідношенням (2)).

При умові заміни функції $\delta(\tau-t_{j,i_k})$ δ-функцією Дірака вихідний сигнал наближено буде дорівнювати:

$$a_j(t)=\sum_{i_k}g(t-t_{j,i_k})\,. \tag{5}$$

Ці сигнали підсумовуються з ваговими коефіцієнтами w_i, в результаті чого отримується сигнал $y(t)$:

$$y(t)=\sum_{j=1}^{n}w_j a_j(t)=\sum_{j=1}^{n}w_j\sum_{i_k}g(t-t_{j,i_k})\,. \tag{6}$$

Числова оцінка різниці між вхідним сигналом $x(t)$ та отриманим $y(t)$:

$$E=\int\limits_{-\infty}^{\infty}(x(t)-y(t))^2dt=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(x(t)-\sum_{j=1}^{n}w_j\sum_{i_k}g(t-t_{j,i_k})\right)^2dt=$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[x^2(t) - 2x(t) \sum_{j=1}^{n} w_j \sum_{i_k} g(t - t_{j,i_k}) + \left(\sum_{j=1}^{n} w_j \sum_{i_k} g(t - t_{j,i_k}) \right)^2 \right] dt \;. \quad (7)$$

Вагові коефіцієнти w_j визначаються з умов мінімуму E :

$$\frac{\partial E}{\partial w_j} = 0 \; ; \; j = \overline{1,n} \; . \quad (8)$$

В результаті отримаємо систему n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими w_j :

$$-2 \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sum_{i_k} g(t - t_{j,i_k}) dt + \int_{-\infty}^{\infty} 2 \left(\sum_{j=1}^{n} w_j \sum_{i_k} g(t - t_{j,i_k}) \right) \sum_{i_k} g(t - t_{j,i_k}) dt = 0 \; . \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i_k} g(t - t_{j,i_k}) \sum_{i_k} g(t - t_{j,i_k}) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sum_{i_k} g(t - t_{j,i_k}) dt \; . \quad (10)$$

Аналогічні задачі можна сформулювати і при невідомих імпульсних характеристиках фільтрів, однак ці задачі приводять до необхідності розв’язувати інтегральні рівняння.

Нейронна мережа як нелінійний фільтр. В [3] перетворення сигналів нейронними мережами розглядається з точки зору їх фільтрації. При цьому нейронна мережа прямого поширення з одним прихованим шаром (рис. 4), на відміну від класичних штучних нейронних мереж, розглядається як динамічна нейронна мережа, в якій вагові коефіцієнти вхідного шару нейронів є не числами, а функціями часу, які залежать від вхідних змінних і моделюють динамічні властивості біологічних синапсів.

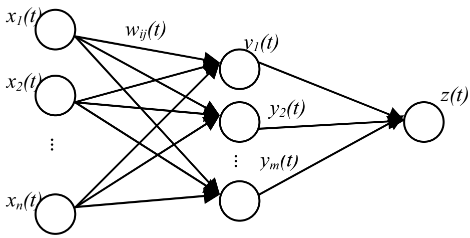

Рис.4. Нейронна мережа прямого поширення як нелінійний фільтр

Синаптичні функції між нейронами визначаються співвідношенням:

$$w_{ij}(t) = w_{ij}[1 + \rho \int_{0}^{\infty} x_i(t - \tau) e^{-\tau/\gamma} d\tau] , \quad i = \overline{1,n} , \quad j = \overline{1,m} , \quad (11)$$

де w_{ij} - стала складова синапсу; $x_i(t)$ - сигнал на виході i -го нейрона; $e^{-t/\gamma}$ - імпульсна характеристика синапсу; ρ , γ - сталі числові параметри.

Вихідні сигнали нейронів прихованого шару:

$$y_j(t) = \sigma\left(\sum_{i=1}^{n} w_{ij}(t)x_i(t) + w_{0j}\right), \tag{12}$$

де $\sigma(u)$ - функція активації, наприклад, сигмоїдна функція:

$$\sigma(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}. \tag{13}$$

Сигнал на виході нейрона в зовнішньому шарі нейронів:

$$z(t) = \sum_{j=1}^{m} \alpha_i y_i(t) + \alpha_0 , \tag{14}$$

де α_i - статичні вагові коефіцієнти.

В [3] показано, що всі фільтри, які можуть бути представлені рядами Вольтерра (тобто універсальним представленням нелінійних фільтрів), можуть бути також апроксимовані моделями на рис. 4 з одним шаром динамічних синапсів та одним прихованим шаром нейронів.

Висновки. На відміну від класичних штучних нейронних мереж, в яких моделі самих нейронів є статичними і вагові коефіцієнти зв’язків між нейронами після етапу навчання мережі є незмінними, в динамічних нейронних мережах враховуються як динамічні властивості самих нейронів, так і синаптичних зв’язків між ними. Крім того, в нейронних мережах третього покоління – спайк-нейронних мережах – аналоговий сигнал кодується послідовністю імпульсів (спайків), як це має місце в біонейронних структурах. В моделях таких динамічних нейронних мереж звичайно в явній чи неявній формі використовуються фільтри різного типу, зокрема, для відображення динамічних властивостей самого нейрона або для реалізації задачі оптимальної фільтрації при декодуванні сигналу у вигляді послідовності спайків. Використання динамічних властивостей в нейронних мережах розширює їх функціональні та обчислювальні можливості.

1. *Смердов А.А., Романишин Ю.М.* Электрическая модель нейрона при одиночном возбуждении // Вопросы кибернетики: Биомединформатика и ее приложения. – М.: Изд-во АН СССР, 1988. – С. 168-174.

2. *Polpitiya A.D., Nenadic Z, Ghosh B.K.* Optimal filtering in Biological Neural Networks // Proceedings of the American Control Conference, Arlington, VA, June 25-27, 2001. - P. 3539-3542.

3. *Maass W., Sontag E.D.* Neural Systems as Nonlinear Filters // Neural Computation. – 2000. - No 12. – P. 1743-1772.

Поступила 24.01.2011р.