

## МОДИФІКАЦІЯ АЛГОРИТМУ ЛОУРЕНСА БЕРКЛІ ДЛЯ ЗАДАЧ ВІДОБРАЖЕННЯ ТРАНСФОРМОВАНИХ КАРТ В ЗАДАЧАХ ЕКОЛОГІЇ

### Актуальність

Розробка спеціальних методів візуалізації і засобів математичного моделювання систем з такими складними багатовимірними характеристиками об'єктів, як екологічні, є актуальною для глибокого дослідження структури системи як єдності компонентів і зв'язків при одночасному врахуванні великої кількості різномірних параметрів [1, 2].

В нашому багатовимірному світі виникає необхідність аналізу і візуалізації [3] таких, що варіюють в просторі і в часі, характеристик відразу декількох явищ. Завдання істотно спрощується, якщо передбачити, що одна з цих характеристик рівномірно розподілена, а останні чинники згорнуті в інтегральні показники [1,2]. Послідовність анаморфоз передає тимчасові зміни і їх можна розглядати як окремі часові зрізи процесу або явища.

В книзі [4] послідовно розкриваються секрети побудови і використання анаморфоз в науковій практиці і повсякденному житті.

### Постановка задачі

Для проектування та реалізації модуля для зображення площинних анаморфоз [5] в задачах екологічного аналізу і прогнозу був обраний алгоритм лабораторії Лоуренса Берклі [6].

Як було зазначено [7], цей алгоритм має певні недоліки, а саме:

- кінцевий результат помітно залежить від порядку, у якому беруться комірки;
- збільшення помилки на кожному кроці ітерації;
- втрата безперервності картографічного зображення, якщо пряма, що з'єднує центр  $S_A$  комірки  $A$  с точкою  $Q_i$ , містить один з відрізків границі  $A$

Модифікації алгоритму призначені зменшити або виключити вплив цих недоліків на результат.

*Уточнення коефіцієнта деформації комірки.* На кожному кроці алгоритму виправляється площа обраної комірки, а інші комірки зміщуються без зміни площі. Але при числовій реалізації алгоритму виникають помилки (помилка обчислення, помилки від заміни кривих, у які перетворюються відрізки, відрізками або ламаними лініями), які не виправляються пізніше й накопичуються. Щоб зменшити вплив цих

помилку, на кожному кроці треба уточнювати для кожної комірки коефіцієнт деформації  $M_A$ .

$$M_A = \frac{p_A}{\bar{p}} = \frac{S'_A}{S_A}, \quad (1)$$

де  $p_A$  – густина показника в комірці  $A$ ,  $\bar{p}$  – середня густина показника по всій території,  $S_A$  – площа комірки  $A$ ,  $S'_A$  – площа до якої наближується комірка  $A$ . На кожному кроці ітерації перераховується  $M_A$  для всіх комірок, крім обраної. На  $k$ -ом кроці коефіцієнт деформації для  $i$ -ої комірки  $M_{A,i}$  вираховується по формулі (2):

$$M_{A,i} = \frac{S'_{A,i}}{S_{A,i}}, \quad i = (1, 2, 3 \dots n); i \neq k, \quad (2)$$

де  $S_{A,i}$  – площа  $i$ -ої комірки після  $k$ -ого кроку. Наприкінці останньої ітерації підраховується погрішність по формулі (3):

$$\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq n} |1 - M_{A,i}| \quad (3)$$

Якщо  $\varepsilon \geq 0,01$  всі операції повторюються заново, поки погрішність не стане менше 0,01 або перестане зменшуватися.

*Визначення порядку вибору комірок.* Для однозначності анаморфози визначається порядок, у якому беруться комірки для кожного алгоритму. Комірки беруться в міру зростання відстані від центра карти до центра мас комірки. Центром карти вважається точка перетину діагоналей прямокутника, у який вписана карта.

*Виключення при перетинанні відрізків.* Пряма, що з'єднає центр  $C_A$  комірки  $A$  з точкою  $Q_i$ , містить один з відрізків границі  $A$ , наприклад  $(a_i, a_{i+1})$ . Якщо відрізок  $(a_{i-1}, a_{i+2})$  перетинає пряму  $(C_A, Q_i)$ , то пряма  $(C_A, Q_i)$  проходить через границю комірки  $A$  і точкою перетинання будемо вважати  $a_i$ . Якщо відрізок  $(a_{i-1}, a_{i+2})$  не перетинає пряму  $(C_A, Q_i)$ , то пряма  $(C_A, Q_i)$  проходить по дотичній до границі комірки  $A$  і точки перетину не буде.

Пряма, що з'єднає центр  $C_A$  комірки  $A$  з точкою  $Q_i$ , містить одну з вершин границі  $A$ , наприклад  $a_i$ . Якщо відрізок  $(a_{i-1}, a_{i+1})$  перетинає пряму  $(C_A, Q_i)$ , то пряма  $(C_A, Q_i)$  проходить через границю комірки  $A$  і точкою перетину буде  $a_i$ . Якщо відрізок  $(a_{i-1}, a_{i+1})$  не перетинає пряму  $(C_A, Q_i)$ , то пряма  $(C_A, Q_i)$  проходить по дотичній до границі комірки  $A$  і точки перетину не буде.

## Реалізація алгоритму

Для реалізації алгоритму лабораторії Лоуренса Берклі треба реалізувати ряд підзадач:

- 1) знаходження точки перетину відрізків;
- 2) знаходження центра мас багатокутника;

- 3) знаходження площі багатокутника;
- 4) перевірка належності точки до багатокутника.

*Знаходження точки перетину відрізків.* Будь-яка точка, що належить прямій, має координати  $(x, y)$

$$\begin{aligned} x &= \alpha(x_2 - x_1) + x_1 \\ y &= \alpha(y_2 - y_1) + y_1, \alpha \in \mathfrak{R} \end{aligned} \quad (4)$$

де  $(x_1, y_1)$  і  $(x_2, y_2)$  – точки, які визначають пряму. Якщо  $0 \leq \alpha \leq 1$ , то точка лежить між  $(x_1, y_1)$  і  $(x_2, y_2)$ . Для знаходження точки перетину двох прямих  $((x_1, y_1), (x_2, y_2))$  і  $((x'_1, y'_1), (x'_2, y'_2))$  треба вирішити систему рівнянь

$$\begin{cases} \alpha(x_2 - x_1) + x_1 = \beta(x'_2 - x'_1) + x'_1 \\ \alpha(y_2 - y_1) + y_1 = \beta(y'_2 - y'_1) + y'_1 \\ \alpha, \beta \in \mathfrak{R} \end{cases} \quad (5)$$

Рішення системи (5) має вигляд:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{(x_1 - x'_1)(y_2 - y'_1) + (y'_1 - y_1)(x'_2 - x'_1)}{(y_2 - y_1)(x'_2 - x'_1) - (x_2 - x_1)(y'_2 - y'_1)} \\ \beta &= \frac{(x'_1 - x_1)(y_2 - y_1) + (y_1 - y'_1)(x_2 - x_1)}{(y'_2 - y'_1)(x_2 - x_1) - (x'_2 - x'_1)(y_2 - y_1)} \end{aligned}$$

Залежно від значень  $\alpha$  і  $\beta$  можна довідатися, де перебуває точка перетину:

- 1) якщо  $\alpha, \beta \in [0; 1]$ , то відрізки  $((x_1, y_1), (x_2, y_2))$  й  $((x'_1, y'_1), (x'_2, y'_2))$  перетинаються;
- 2) якщо  $\alpha \notin [0; 1]$  або  $\beta \notin [0; 1]$ , то відрізки не перетинаються;
- 3) якщо  $\alpha, \beta \rightarrow \infty$   $((y_2 - y_1)(x'_2 - x'_1) - (x_2 - x_1)(y'_2 - y'_1) = 0)$ , то відрізки лежать на одній прямій.

*Знаходження центру мас багатокутника.* Координати центра мас  $(x, y)$  багатокутника  $A$ , маса якого рівномірно розподілена по вершинах, знаходять за формулою (6)

$$x_A = \sum_{i=1}^n x_i / n, \quad y_A = \sum_{i=1}^n y_i / n \quad (6)$$

$n$  – кількість вершин полігона  $A$ ,  $(x_i, y_i)$  – координата  $i$ -ої вершини полігона  $A$ .

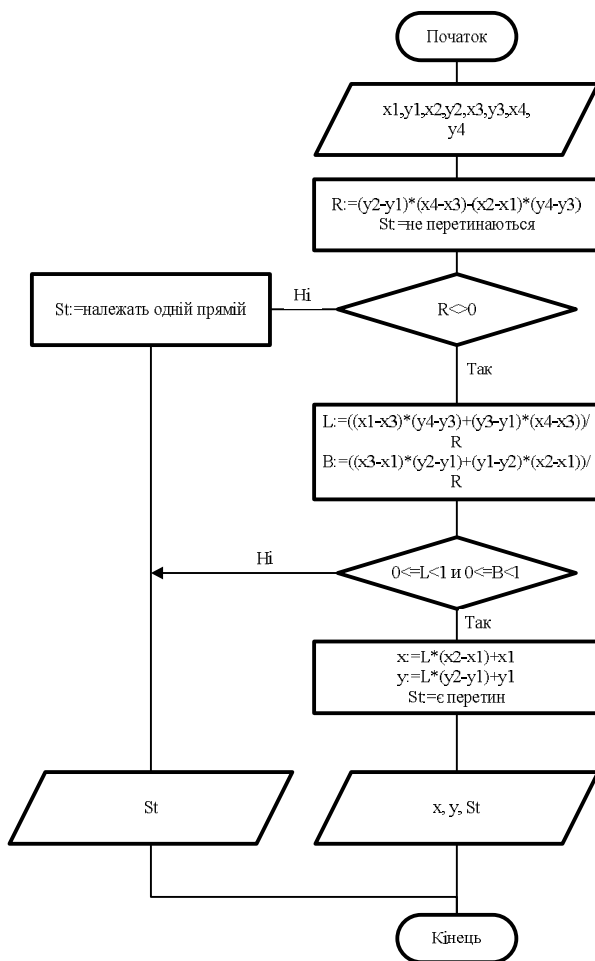


Рис. 1. Блок схема алгоритму пошуку точки перетину відрізків

*Знаходження площі багатокутника.* Якщо координати вершин простого  $n$ -кутника рівні  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , то площа багатокутника може бути обчислена за формулою (7).

$$S = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{i+1})(y_i - y_{i+1}) \right| \quad (7)$$

де  $(x_0, y_0) = (x_n, y_n)$ . Дотримується порядок обходу – по годинній стрілці. На вхід функції подається масив точок з номерами від 1 до  $n$ , фіктивна точка з нульовим номером додається автоматично.

## Реалізація модифікованого алгоритму

На основі математичного опису алгоритму та запропонованих модифікацій був реалізований модифікований алгоритм лабораторії Лоуренса Берклі. Блок-схема алгоритму представлена на рис. 2-5.

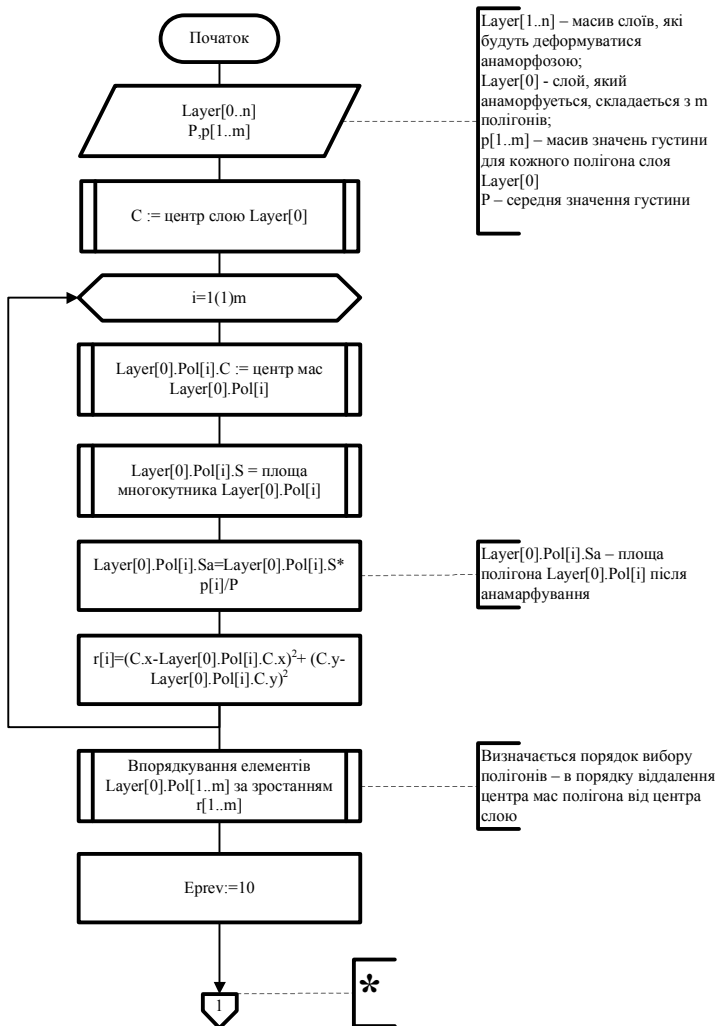


Рис. 2. Блок-схема модифікованого алгоритму

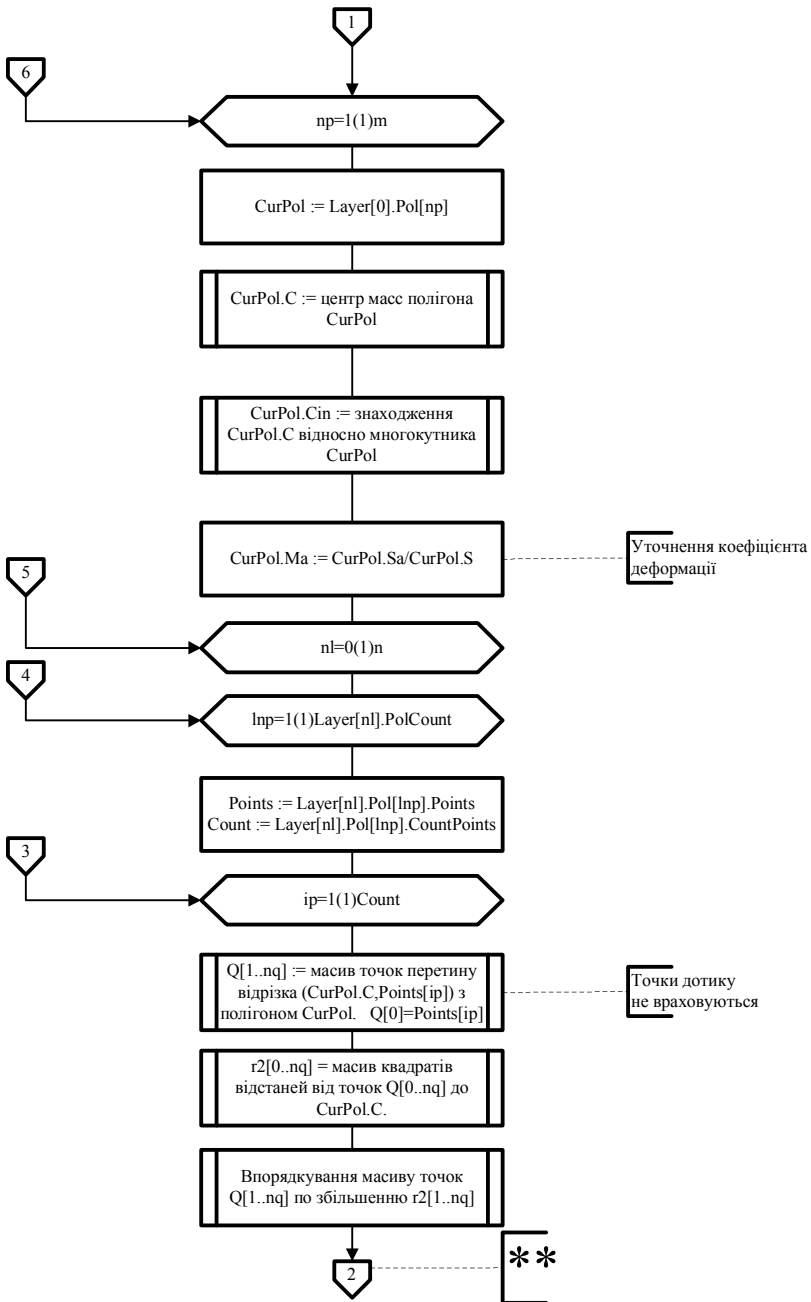


Рис. 3. Блок-схема модифікованого алгоритму (продовження)

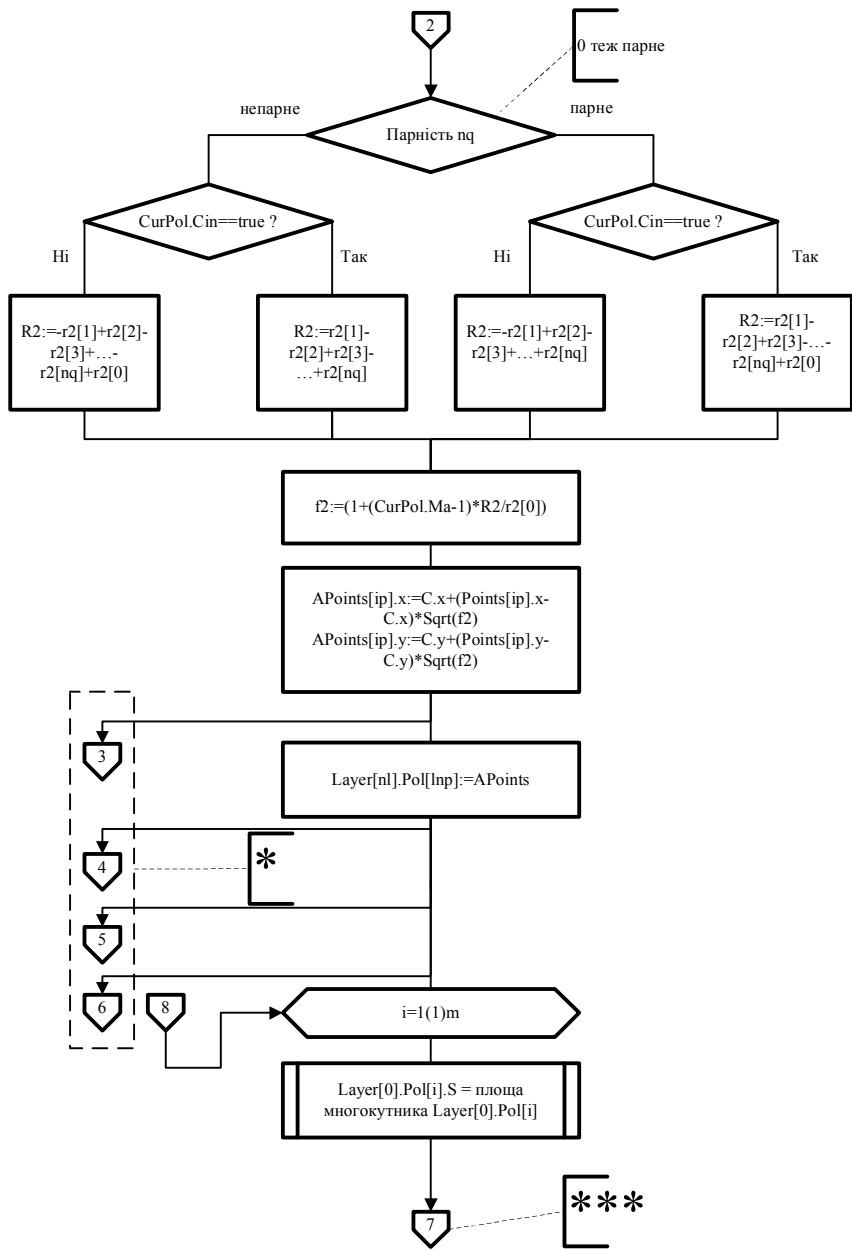


Рис. 4. Блок-схема модифікованого алгоритму (продовження)

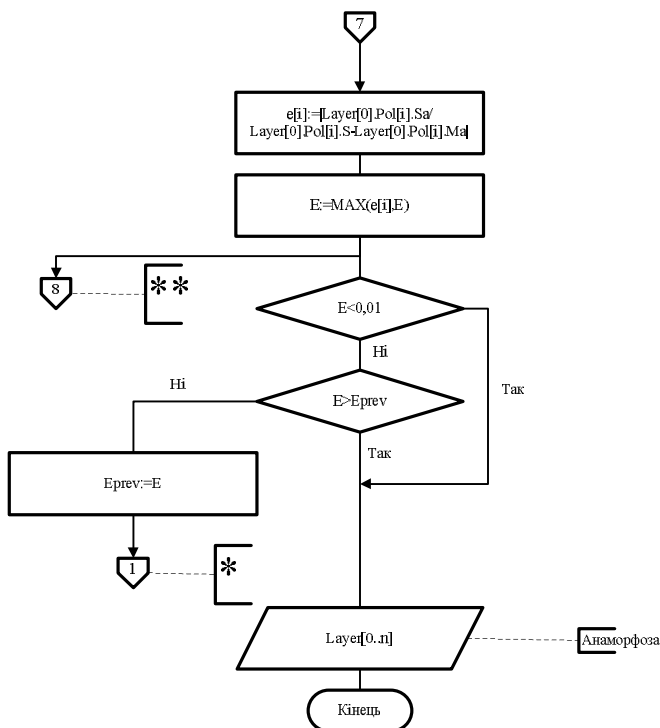


Рис. 5. Блок-схема модифікованого алгоритму (продовження)

### Етапи побудови площинних анаморфоз.

- 1) Вибір слою, що буде анаморфуватися;
- 2) Вибір даних, які будуть відображати густину для кожного полігона слою, що анаморфується;
- 3) Вибір середньої густини, до якої буде прагнути анаморфоза;
- 4) Вибір слів, які будуть спотворюватися анаморфозою;
- 5) Анаморфування;
- 6) Вивід результату.

### Висновки

- Розглянуто та реалізовано ряд підзадач для модифікації алгоритму Лоуренса Берклі.
- На основі математичного опису алгоритму та його модифікацій блок-схему модифікованого алгоритму Лоуренса Берклі, яка була реалізовано в середовищі Borland Delphi.
- Запропоновано етапи побудови площинних анаморфоз



1. *Гусейн-Заде С.М., Тикунов В.С.* Анаморфозы: что это такое? М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 168 с.
2. *Сердюцкая Л.Ф.* Математическое моделирование влияния техногенных нагрузок на экологические системы: Автореф. дис. ... докт. техн. наук по спец. 01.05.02 – К.: – 2004. – 42 с.
3. *Сердюцкая Л.Ф.* Математико-картографическое моделирование в задачах экологии – Геоинформатика. –2005. –№ 2. – С. 59-75.
4. *Суворов А.К.* Методология картографических анаморфоз [http://www-geology.univer.kharkov.ua/tik\\_rus.htm](http://www-geology.univer.kharkov.ua/tik_rus.htm)
5. *Сердюцкая Л.Ф.* Анаморфозы как инструмент пространственного анализа эколого-географических явлений / Л.Ф. Сердюцкая, Е.А. Бахмацкий, А.В. Яцишин // Геоинформатика. – К., 2008. – № 1. – С. 60–66.
6. *Selven S., Merril D., Sacks S., Wong L., Bedell L., Schulman J.* Transformations of maps to investigate clusters of disease. Lawrence Berkeley Laboratory, Univ. of California, 1984, 33p.
7. *Яцишин А.В.* Аналіз числових методів побудови площинних анаморфоз/ А.В. Яцишин // Зб. наук. праць ПІМЕ ім. Г.Є.Пухова НАН України. – К., 2009.