

Применение метода кинематически допустимого поля скоростей для расчета усилия при прокатке порошковых материалов

Г. Я. Калуцкий

Предложена методика расчета верхней границы усилия деформирования металлических порошков при прокатке. Экспериментальные данные при прокатке алюминиевого и железного порошков позволяют предположить, что усилие деформирования порошка при прокатке лент с относительной плотностью менее 0,86 практически не зависит от материала порошка.

Определить деформирующие усилия при прокатке можно различными методами в зависимости от постановки задачи. Полные решения задач должны включать системы уравнений для напряжений и скоростей, соответствующие граничным условиям, условию положительности диссипации энергии и достаточности несущей способности жесткой зоны. Более простое решение можно получить с помощью статических методов, когда решается только система уравнений для напряжений. Согласно теории пластичности, статическое решение является нижней оценкой действительного решения для величины деформирующих усилий [1].

Иной метод решения задач пластического течения — кинематический — заключается в том, что задаются полем скоростей, зависящим от одного или нескольких параметров и отвечающим граничным условиям и условию несжимаемости. По найденному полю скоростей определяется мощность пластической деформации. Согласно теории пластичности, кинематические методы дают верхнюю границу величины деформирующих усилий [2]. Кинематические методы иногда называют вариационными.

В производственных условиях, при проектировании оборудования и разработке технологического процесса, чаще всего для выполнения заданного формоизменения необходимо знать полное усилие или его максимальное значение. Известно, что основной силой, действующей на валки при прокатке, является горизонтальная составляющая равнодействующей

$$P = b_{\text{ср}} \int_0^{l_d} P_R dx, \quad (1)$$

где $b_{\text{ср}}$ — средняя ширина очага деформации; \int — площадь эпюры нормального контактного напряжения; l_d — длина очага деформации.

На практике при определении силы P используют метод усреднения, согласно которому

$$P = F p_{\text{ср}}, \quad (2)$$

где $p_{\text{ср}}$ — среднее контактное нормальное напряжение, иногда называемое контактным давлением; F — проекция площади соприкосновения металла с валком на плоскость, нормальную к направлению силы P .

В общем виде для двухмерной деформации среднее контактное нормальное напряжение

$$P_{\text{ср}} = n_{\sigma} \cdot 2K, \quad (3)$$

где n_{σ} — коэффициент напряженного состояния; K — сопротивление чистому сдвигу.

Отсюда

$$P = F \cdot 2K \cdot n_{\sigma}. \quad (4)$$

Таким образом, расчет усилия прокатки сводится к определению n_{σ} и K . В отличие от традиционной прокатки, для прокатки порошков эта задача осложняется, поскольку имеется такой дополнительный фактор, как переход среды уплотнения из одного агрегатного состояния в другое. Проведенные ранее эксперименты по определению K [3] не могут быть применены для прокатки порошков, так как не учитывают переменного контактного давления по сечению очага деформации.

Цель настоящей работы — определить n_{σ} и $2K$, используя аналитические расчеты и экспериментальные данные.

В качестве объекта исследования взяты алюминиевый и железный порошки со средним размером частиц 0,15 мм, то есть материалы, значительно отличающиеся друг от друга по пластическим характеристикам. Силовые и угловые параметры при прокатке измерялись точечными месдозами диаметром 1,3 мм, вмонтированными в валки.

В прикладной теории пластичности все чаще применяются методы, основанные на использовании кинематически допустимого поля скоростей. Усилие, определенное из рассмотрения кинематически допустимого поля скоростей, всегда больше или равно действительному [1, 2, 4]. Кинематически допустимое поле скоростей (непрерывное или разрывное) можно определить, если удовлетворены следующие условия: условие несжимаемости; краевые условия для скоростей; работа поверхностных усилий положительна (нет разгрузки).

Недостаточно широко применяются на практике разрывные поля, которые, как правило, позволяют быстро установить верхнюю границу для усилий. Конечно, действительная картина скоростей деформации существенно отличается от схемы разрывного поля скоростей. Однако доказано [4], что более грубое разрывное поле обычно дает более точную величину коэффициента напряженного состояния n_{σ} . Объясняется это тем, что для разрывного поля мощность вычисляется точно, без дополнительных допущений, в то время как для непрерывного поля скоростей (более сложного и более точного) решить задачу в точной постановке невозможно и упрощения приводят к тому, что метод практически не выигрывает в точности.

Рассмотрим разрывное поле применительно к прокатке сыпучего тела и определим $p_{\text{ср}}$ (рис. 1). Линии АЕ и ВD делят всю область прокатки на четыре зоны. Дугу прокатки заменяем хордой. Считаем, что оттеснение порошка из области, ограниченной дугой угла прокатки α_p , отсутствует и вся область движется как жесткое пористое тело.

Зоны II и III двигаются параллельно хордам со скоростью, равной окружной скорости валков V_b . В этом случае будут удовлетворены краевые условия для скоростей. Зона I движется со скоростью V_0 , зона IV —

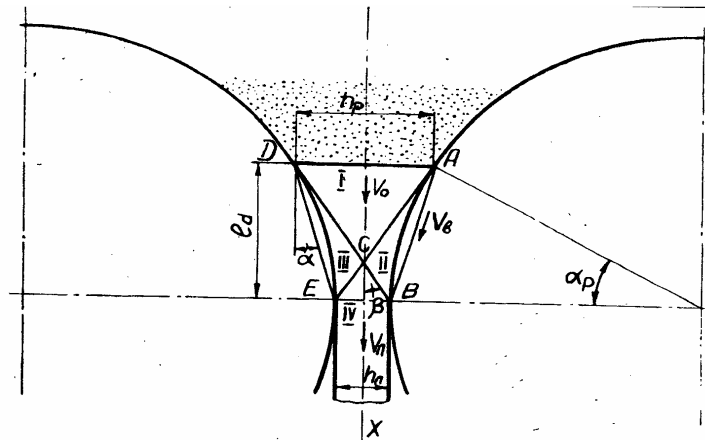


Рис. 1. Кинематически допустимое поле скоростей при прокатке порошка.

со скоростью V_l . Во всей области прокатки пористого тела должно быть выполнено условие

$$\frac{V_l}{V_0} = \frac{h_{0\text{прив.}}}{h_{1\text{прив.}}} = \frac{h_p \cdot \tau_p}{h_l \cdot \tau_l} = \frac{h_p \gamma_t}{h_l \gamma_m}, \quad (5)$$

где $h_{0\text{прив.}}$ — приведенная толщина сыпучего тела в области, ограниченной дугой угла прокатки; $h_{1\text{прив.}}$ — приведенная толщина проката; τ_p — относительная плотность сыпучего тела на линии AD; τ_l — относительная плотность проката; γ_t — насыпная плотность утряски порошка; γ_l , γ_m — соответственно плотность ленты и беспористого проката. Приведенная толщина проката — это толщина, учитывающая пространство, занятое металлическими частицами. В данном случае выполняется условие несжимаемости.

На линиях разрыва AE и BD должны быть непрерывными нормальные компоненты скоростей. Поскольку зона II движется как жесткое пористое тело со скоростью V_b , то на линии AC нормальная компонента скорости

$$V_n = V_b \cdot \sin(\beta - \alpha).$$

В то же время, так как жесткий пористый клин ACD движется со скоростью V_0 , на отрезке AC

$$V_n = V_0 \cdot \sin \beta.$$

Так как $V_0 \cdot \sin \beta = V_b \cdot \sin(\beta - \alpha)$,
получим

$$V_0 = V_b \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta}.$$

В касательной компоненте скорости будет разрыв, равный

$$\Delta V_t = V_b \cdot \cos(\beta - \alpha) - V_0 \cdot \cos \beta;$$

$$\Delta V_t = V_b \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Мощность, затрачиваемая вдоль линии АС,

$$N_1 = K \cdot \Delta V_t \cdot AC = \frac{K \cdot V_b \cdot h_p \cdot \tau_p}{2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin^2 \beta}.$$

Произведя такие же действия, получим мощность, затрачиваемую вдоль линии ВС

$$N_2 = K \cdot \Delta V_l \cdot BC = \frac{K \cdot V_b \cdot h_l \cdot \tau_l}{2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin^2 \beta}.$$

Общая мощность внутренних сил

$$N = N_1 + N_2 = \frac{K \cdot V_b \cdot \sin \alpha}{\sin^2 \beta} \cdot \frac{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l}{2}.$$

Мощность внешних сил на линии АВ

$$N = \frac{t_c \cdot l_d \cdot V_b}{\cos \alpha},$$

где t_c — среднее значение касательных напряжений на отрезке АВ.

Приравняв мощности, получим

$$t_c = \frac{K \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{l_d \cdot \sin^2 \beta} \cdot \frac{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l}{2}.$$

Нормальное давление на отрезке АВ

$$P_n = \frac{t_c}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{K \cdot \cos^2 \alpha}{l_d \cdot \sin^2 \beta} \cdot \frac{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l}{2}.$$

Подставляя в это выражение

$$\sin^2 \beta = \frac{\left(\frac{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l}{2}\right)^2}{l_d^2 + \left(\frac{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l}{2}\right)^2},$$

получаем

$$P_n = K \cdot \cos^2 \alpha \cdot \left(\frac{2 l_d}{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l} + \frac{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l}{2 l_d}\right).$$

Полное суммарное усилие

$$P = \frac{t_c \cdot l_d}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha + \frac{P_n \cdot l_d \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha}.$$

В этом случае

$$P_{\text{ср}} = K \left(\frac{2l_d}{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l} + \frac{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l}{2l_d} \right). \quad (6)$$

Тогда коэффициент напряженного состояния

$$n_{\sigma} = \frac{l_d}{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l} + \frac{h_p \cdot \tau_p + h_l \cdot \tau_l}{4 l_d}. \quad (7)$$

Коэффициент напряженного состояния при прокатке сыпучего тела отличается от n_{σ} , полученного методом построения разрывного поля скоростей при прокатке литого материала [4], входящими в формулу для n_{σ} величинами относительных плотностей на входе и выходе из очага деформации.

Определение $p_{\text{ср}}$ по формуле (6) затруднительно, так как не известно переменное по дуге прокатки K , зависящее от многих факторов. Наиболее приемлемо при расчете $p_{\text{ср}}$ использовать данные, полученные при постоянном $K = K_{\text{ср}}$. Тогда

$$p_{\text{ср}} = n_{\sigma} \cdot 2K_{\text{ср}}. \quad (8)$$

Как показывают расчеты [2], использование средней величины $K_{\text{ср}}$ вносит незначительную ошибку при расчете контактного давления. Такие же результаты получил В. С. Смирнов, анализируя распределение контактного нормального напряжения, когда K изменяется по дуге захвата вследствие упрочнения [5]. Подробный анализ полученных данных позволил сделать вывод, что усреднение значения K по дуге захвата незначительно влияет на точность решения и максимальная погрешность не превышает 10%. К аналогичным выводам приводит и анализ горячей прокатки. Справедливость данного положения при прокатке порошков не подтверждалась. Поэтому целесообразно использование $K_{\text{ср}}$, полученного экспериментально.

Нами изучена величина $K_{\text{ср}}$ при прокатке алюминиевого и железного порошков. Среднее контактное давление $p_{\text{ср}}$ определяли планиметрированием эпюр контактных нормальных напряжений, полученных точечными месдозами. Коэффициент напряженного состояния рассчитывали по формуле (7). Результаты расчета для алюминиевого порошка представлены в табл. 1.

При прокатке порошка алюминия в холодных валках температура в очаге деформации отличается от температуры нагрева материала перед прокаткой. Измерить температуру материала в очаге деформации невозможно. Поэтому представлялось целесообразным измерить температуру проката на выходе из валков. Это позволяет оценить температуру материала в очаге деформации, которая оказывает большое влияние на $K_{\text{ср}}$. Температуру проката на выходе из валков определяли контактным способом с одновременной записью ее на осциллограммах контактных нормальных напряжений (рис. 2). Инертность измерения температуры составляла не более 0,5 с. Из табл. 1 следует, что температура проката на выходе значительно снижается и это снижение тем больше, чем больше температура нагрева материала. Значительное снижение $K_{\text{ср}}$ наступает при нагреве порошка до 600 °С.

Т а б л и ц а 1. Сопротивление деформации в зависимости от условий прокатки алюминиевого порошка (насыпная плотность τ_p порошка — 0,452; ширина v_{cp} проката — 60 мм)

Эксперимент*	Температура нагрева порошка, °С	Температура проката на выходе, °С	$h_{л}$, мм	$l_{д}$, мм	$h_{р}$, мм	$\tau_{л}$	p_{cp} , МПа	n_{σ}	$2K_{cp}$, МПа
1	20		1,80	21,40	7,30	0,988	265,0	4,27	62,0
	100	85	1,80	21,60	7,50	0,980	292,0	4,25	68,7
	200	105	1,75	22,00	7,15	0,988	271,0	4,49	60,3
	300	110	1,72	22,00	7,12	0,993	266,0	4,52	58,8
	400	125	1,67	20,15	6,67	0,988	261,0	4,38	59,6
	500	130	1,59	22,00	7,09	0,993	202,0	4,65	43,4
	600	150	1,54	21,50	7,00	0,985	178,0	4,65	38,3
2	20		1,92	19,10	5,85	0,977	255,0	4,28	59,5
	100	85	1,92	18,70	4,45	0,980	282,0	4,36	64,6
	200	105	1,88	19,80	5,40	0,988	252,0	4,48	56,3
	300	110	1,88	19,40	5,88	0,988	245,0	4,35	56,2
	400	125	1,84	19,80	6,84	0,993	220,0	4,10	53,8
	500	130	1,78	20,90	7,18	0,985	191,0	4,24	45,0
	600	150	1,75	21,40	7,25	0,988	170,0	4,33	39,2
3	20		2,14	19,30	6,14	0,938	117,0	4,10	28,6
	100	85	2,14	18,70	5,64	0,963	119,0	4,12	28,9
	200	105	2,10	18,70	5,60	0,977	123,0	4,14	29,7
	300	110	2,12	20,30	6,52	0,970	126,0	4,12	30,1
	400	125	2,10	19,15	6,00	0,970	105,0	4,10	25,6
	500	130	2,00	18,40	5,40	0,970	102,0	4,26	23,9
	600	150	2,00	19,40	6,00	0,974	78,0	4,22	18,5
4	20		2,35	16,00	5,15	0,915	75,6	3,64	20,7
	100	85	2,31	16,20	5,12	0,938	102,8	3,68	27,8
	200	105	2,28	15,90	5,05	0,945	79,9	3,65	21,9
	300	110	2,25	15,90	5,02	0,933	75,7	3,71	20,4
	400	125	2,19	15,90	4,98	0,915	63,4	3,80	16,7
	500	130	2,17	16,00	4,97	0,926	58,3	3,83	15,2
	600	150	2,14	14,80	4,74	0,875	50,8	3,75	13,5
5	20		2,32	14,70	4,92	0,867	48,4	3,54	13,7
	100	85	2,29	14,50	4,82	0,852	52,1	3,58	14,5
	200	105	2,26	14,70	4,86	0,870	42,1	3,60	11,7
	300	110	2,23	14,00	4,63	0,837	43,0	3,61	11,9
	400	125	2,17	14,70	4,77	0,867	34,3	3,71	9,2
	500	130	2,15	14,70	4,75	0,852	35,2	3,76	9,3
	600	150	2,12	12,60	3,92	0,772	31,6	3,77	8,4

* Приведены номера экспериментов, в которых зазор между валками не изменялся.

Коэффициент напряженного состояния при прокатке алюминиевого порошка, определенный по формуле (7), для всех условий прокатки (абсолютная плотность проката составляла 2,08—2,68 г/см³) колеблется от 3,54 до 4,65 и зависит от плотности проката. Температура проката не оказывает влияния на n_{σ} . Диапазон изменения $2K_{cp}$ при названных плотностях определяется температурой прокатки и плотностью проката.

Уменьшение $2K_{cp}$ при температурах прокатки 20—600 °С в среднем составляет 50%. Значения коэффициента напряженного состояния n_{σ} и сопротивления деформации $2K_{cp}$ при прокатке железного порошка приведены в табл. 2.

Изучение данных табл. 1 и 2 показывает, что, несмотря на значительную разницу в пластических характеристиках материалов, при прокатке лент с относительной плотностью менее 0,86 $2K_{cp}$ в обоих случаях практически одинаково. Это свидетельствует о том, что в пределах указанных плотностей основной является структурная деформация материала при несущественной деформации частиц. Поэтому возникают большие трудности при прокатке лент плотностью более 0,9. Неравномерное распределение контактного нормального напряжения по ширине ленты при значительной деформации частиц приводит к разрушению проката на выходе из валков.

При расчете усилия деформации для любого металлического порошка со средним размером частиц 0,15 мм при прокатке лент с относительной плотностью менее 0,86 можно использовать значения $2K_{cp}$ из табл. 1 и 2. При прокатке лент плотностью, превышающей относительную плотность 0,9, верхняя граница усилия деформирования должна быть рассчитана при $2K_{cp} = \sigma_T$ материала порошка.

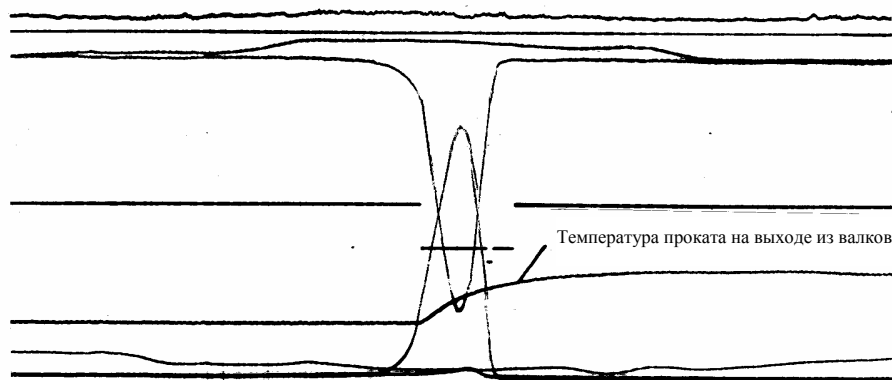


Рис. 2. Фотокопия оциллограммы контактных нормальных напряжений при прокатке алюминиевого порошка.

Т а б л и ц а 2. Сопротивление деформации в зависимости от условий прокатки железного порошка (относительная плотность τ_p порошка — 0,32; ширина v_{cp} проката — 15 мм)

l_d , мм	h_p , мм	$n_{л}$, мм	$\tau_{л}$	P_{cp} , МПа	n_{σ}	$2K_{cp}$, МПа
16,05	3,75	0,65	0,62	90	10,05	8,9
16,02	3,75	0,47	0,73	87	10,84	8,0
17,60	4,28	0,48	0,81	145	10,07	14,4
17,56	4,17	0,45	0,86	160	10,28	15,5
20,40	5,44	0,44	0,87	158	9,64	16,4
18,90	4,77	0,45	0,88	180	9,86	18,2
17,50	4,17	0,47	0,91	275	10,02	27,4
20,40	5,49	0,45	0,90	230	9,50	24,2

Экспериментальное определение $2K_{ср}$ в очаге деформации без аналитического определения n_{σ} в настоящее время представляет весьма трудную задачу. Применимость существующих методов определения сопротивления деформации с учетом развития деформации по тому же закону, что и при прокатке [6, 7], и заслуживающего внимание метода “базисного давления” [8] для прокатки порошков не установлена. Поэтому сравнение значений $2K_{ср}$, приведенных в табл. 1 и 2, с действительными их значениями на данном этапе знаний о сопротивлении деформации при прокатке не может быть проведено. Но поскольку при определении $2K_{ср}$ были использованы экспериментальные данные, расчет деформирующих усилий прокатки порошков алюминия и железа с учетом данных табл. 1 и 2 будет близок к действительному. При этом значения коэффициентов напряженного состояния должны быть определены по формуле (7).

Выводы

С использованием кинематически допустимого поля скоростей получена формула для расчета коэффициента напряженного состояния n_{σ} в очаге деформации при прокатке металлических порошков. Показано, что величина n_{σ} в значительной степени зависит от соотношения насыпной плотности порошка, плотности прокатываемой ленты и угла прокатки.

Анализ полученных данных позволил сделать вывод, что существенное увеличение сопротивления деформации начинается при относительной плотности проката выше 0,86, когда структурная деформация порошкового материала переходит в значительную деформацию его частиц. Экспериментальные результаты, полученные при прокатке алюминиевого и железного порошков, позволяют предположить, что усилие деформирования порошка при относительной плотности проката менее 0,86 не зависит от материала порошка.

1. Целиков А. И., Томленов А. Д., Зюзин В. И. и др. Теория прокатки: (Справ.). — М.: Металлургия, 1982. — 335 с.
2. Зюзин В. И., Бровман М. Я., Мельников А. Ф. Сопротивление деформации сталей при горячей прокатке. — М.: Металлургия, 1964. — 270 с.
3. Виноградов Г. А., Каташинский В. П. Теория листовой прокатки металлических порошков и гранул. — М.: Металлургия, 1979. — 224 с.
4. Бровман М. Я. Применение теории пластичности в прокатке. — М.: Металлургия, 1965. — 246 с.
5. Смирнов В. С. // Обработка металлов давлением: Труды ЛПИ. — М.: Машгиз, 1959. — № 208. — С. 5.
6. Бровман М. Я., Мельников А. Ф. // Инженерные методы расчета технологических процессов обработки металлов давлением. — М.: Металлургиздат, 1964. — С. 418.
7. Соос Р. М. The stress — strain curves in compression at high temperature and strain rates for application the calculation of load and torque in hot rolling // The Institution of Mech. Eng. Westminster. — 1957. — No. 12. — P. 101.
8. Пушкарев В. Ф. // Прокатные станы и технология прокатки: Труды МВТУ им. Баумана. — М.: Машгиз, 1957. — Вып. 80. — С. 90.