

УДК 534.1, 629.7

©2008. В.И. Гончаренко

ОБ ОДНОМ МЕХАНИЗМЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ КРЫЛА САМОЛЕТА ПРИ РЕВЕРСЕ ТЯГИ ВОЗДУШНОГО ВИНТА

Объяснена физическая сущность механизма обратной связи, возникающей при взаимодействии воздушного винта с набегающим потоком, направленным под углом к его оси. Количественные оценки показали, что возможно самовозбуждение колебаний механической системы при реверсировании тяги воздушного винта в плоскости возможных качаний его оси. Такой механической системой, в частности, может быть податливое крыло самолета, на котором установлен двигатель с воздушным винтом.

Введение. Для выполнения имитационного моделирования условий работы реального объекта должны быть максимальным образом учтены неконсервативные взаимодействия, способные приводить к автоколебаниям, например, всего транспортного средства или его частей. Причем, что особенно важно, необходимо предусмотреть опасность автоколебаний не только широко известных типов, но и достаточно необычных видов. Физическое описание трех таких самовозбуждающихся колебаний представлено в [1–3]. В силу изложенных причин необходимо накапливать сведения о возможных и обнаруженных автоколебаниях (как с уже понятой, так и с нераскрытой пока их сущностью) и информацию о механизмах обратных связей, обуславливающих эти явления.

Природа одного вида возможной потери устойчивости рассмотрена в [4, 5] и подробно изложена в данной работе. Суть механизма обратной связи оказалась в том, что момент аэродинамических сил, действующий на воздушный винт, имеет составляющую, которая по фазе совпадает с угловой скоростью поворота оси воздушного винта, например, за счет закручивания крыла.

Стимулом для изучения этого явления послужило проявление неустойчивости колебаний крыла во время испытаний одного самолета. Благодаря тому, что на опытном самолете осуществлялась подробная запись параметров его поведения и состояния конструкции, удалось обнаружить, что при движении самолета по земле, после включения реверса тяги воздушного винта, возникали интенсивные крутильные колебания крыла с установленными на них двигателями. Колебания имели ограниченную амплитуду и носили автоколебательный характер. Эти чисто крутильные колебания крыла совпадали с собственной частотой кручения крыла (около 2,5 Гц).

Такие колебания наблюдались при сравнительно малых скоростях движения самолета (40...50 м/с), когда запасы по параметрам от “классического” флаттера являются значительными. Поэтому механизм наблюдавшихся автоколебаний имеет другую причину, изложению которой и посвящена данная работа.

Историческое исследование показало, что первое массовое применение

воздушных винтов с реверсом тяги на американских самолетах с начала 1940-х годов сопровождалось неоднократными разрушениями элементов конструкции подвески двигателей и в последующем необъясненными случаями потерь двигателей с воздушным винтом. Именно поэтому правильный учет аэродинамических сил, возникающих в режиме реверса тяги воздушного винта, важен для описания колебаний крыла и, в частности, при оценке устойчивости от автоколебаний крыла при реверсировании тяги.

Для решения последней задачи достаточно получить частотные характеристики работающего воздушного винта в набегающем потоке, например, во время натурного эксперимента определить действующие на ось воздушного винта силы и моменты со стороны набегающего потока в зависимости от амплитуды и частоты колебаний оси воздушного винта для определенного набора параметров системы. Пока отсутствуют достоверные результаты таких частотных испытаний. Для оценки сил и моментов, действующих на ось воздушного винта, в предположении, что работающий воздушный винт можно представить в виде диполя, воспользуемся результатами [6]. В этой работе А. Betz показал, что на диполь, ось которого не совпадает с направлением набегающего потока, действует момент сил, пропорциональный углу скоса потока. Отметим сразу, что только при соосном обтекании набегающим потоком диполя среди линий тока вокруг последнего для плоского случая имеется окружность [7, с. 118], для пространственного—шар, радиус которых определяется моментом диполя и скоростью набегающего потока [6, 8].

Одной из целей представленной работы является демонстрация того факта, что аэродинамическое воздействие на работающий воздушный винт (особенно на соосные винты с противоположным вращением) является достаточно мощным и приводит к возникновению неконсервативных сил, которые могут обусловить неустойчивость конструкции. Для выяснения сути механизма обратной связи, способной привести к автоколебаниям, не принимаются во внимание другие факторы, такие как влияние экранного эффекта земли или аэродинамическое воздействие на элементы конструкции крыла.

1. Постановка задачи. Широко известно, что магнитный или электрический диполь, помещенный в соответствующее поле, испытывает действие момента сил, если ось диполя не совпадает с направлением напряженности данного поля. Точно так же на воздушный диполь, образованный работой воздушного винта в режиме реверсирования тяги, действует восстанавливающий момент аэродинамических сил со стороны набегающего потока.

Обычно скорость движения механической системы пренебрежимо мала по сравнению с характерной скоростью электрических и магнитных взаимодействий. В отличие от электрических и магнитных полей при рассмотрении воздушного диполя следует учесть его скорость относительно невозмущенного потока. Восстанавливающий момент аэродинамических сил, действующий на такой диполь, зависит от местного угла набегания потока. Составляющая этого момента совпадает по фазе с направлением скорости поворота оси воздушного винта. Это свидетельствует о том, что в такой системе имеет-

ся положительная обратная связь, обуславливающая подвод энергии в колебательную систему. При определенном сочетании параметров механической системы становится возможной потеря устойчивости невозмущенного положения равновесия диполя во встречном потоке.

На основании изложенного, практически важно выяснить условия потери устойчивости двигателя с воздушным винтом при реверсе тяги в случае, если двигатель установлен на податливой подвеске, в частности, на упругом крыле. В последнем случае, вследствие значительной жесткости моторамы, на которой закреплен двигатель, следует принять во внимание только изгибную и крутильную податливости крыла. Для упрощения изложения сути явления достаточно рассмотреть только крутильную форму колебаний крыла. Решение поставленной задачи анализа устойчивости проводится по первому приближению, т. е. рассматриваются малые колебания системы.

2. Задача для точечного диполя. Предварительно изучим поведение точечного диполя, расположенного на упругой подвеске в набегающем потоке, и выполним количественные оценки.

Описание модели. Рассмотрим простейшую модель реальной системы. Имеется стержень в виде консоли OA длины L , один из концов которого в точке O закреплен на опоре так, что стержень может поворачиваться в вертикальной плоскости. Пусть на другом конце консоли в точке A с ней жестко связан точечный диполь таким образом, что ось диполя (от стока к источнику) направлена вдоль луча OAr (рис. 1).

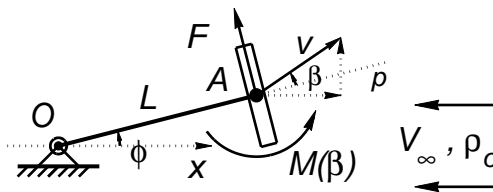


Рис. 1. Схема воздействия потока на воздушный винт.

В невозмущенном состоянии консоль OA расположена горизонтально, параллельно набегающему потоку воздуха, имеющего плотность ρ_0 и скорость V_∞ на достаточно большом удалении от консоли OA . Такое состояние равновесия обеспечивается восстанавливающими силами в шарнире O . Упругие и демпфирующие свойства подвески консоли в точке O будем характеризовать коэффициентами C и H . Предположим, что консоль OA не испытывает аэродинамического воздействия и эта консоль с диполем обладает моментом инерции J относительно точки O .

Возмущенное положение системы характеризуется углом поворота стержня в вертикальной плоскости φ , т. е. углом между осью Ox , направленной навстречу потоку, и осью стержня Or . Скорость диполя (точки A) относительно набегающего потока изображена на рис. 1 и обозначена через v . Через β обозначен угол отклонения скорости диполя v от оси диполя, он называется-

ся углом скоса потока на диполе. Поскольку по предположению набегающий горизонтальный поток взаимодействует только с диполем, т. е. стержень с опорой не искажает поток, то уравнение малых возмущений консоли с диполем принимает следующий вид:

$$J\ddot{\varphi} + H\dot{\varphi} + C\varphi = M(\beta) + LF(\dot{\varphi}). \quad (1)$$

Записанные в правой части уравнения момент $M(\beta)$ и сила $F(\dot{\varphi})$, действующие на диполь, имеют аэродинамическую природу и поясняются следующим образом. Взаимодействие диполя с набегающим потоком сводится к появлению момента сил при его движении в поперечном направлении [6] и к возникновению поперечной силы при повороте оси диполя [9]. Это объясняется тем, что воздушный источник притягивается потоком, в который он помещен [6]. Момент аэродинамических сил на диполе $M(\beta) = m_\beta\beta$ пропорционален мгновенному углу скоса потока $\beta = L\dot{\varphi}/V_\infty - \varphi$. Коэффициент $m_\beta = \rho_0\mu V_\infty$, где μ – момент диполя [6]. Сила $F(\dot{\varphi}) = \rho_0\mu\dot{\varphi} = m_\beta/V_\infty\dot{\varphi}$ направлена в сторону движения источника диполя относительно стока и пропорциональна скорости поворота оси диполя [9].

Таким образом, при колебаниях рассматриваемой консоли на нее действует относительно точки O момент сил $M + LF = m_\beta(2L\dot{\varphi}/V_\infty - \varphi)$, обусловленный аэродинамическим воздействием набегающего потока на диполь. Коэффициент $H^\beta = 2\rho_0\mu L$ в первом слагаемом этого выражения характеризует интенсивность подвода энергии в колебательную систему.

Качественное исследование поведения модели. Действующий со стороны потока на консоль с диполем момент аэродинамических сил имеет две компоненты:

- 1) $m_\beta\varphi$ – “упругий” восстанавливающий момент по углу φ , который как бы увеличивает жесткость конструкции крыла;
- 2) $2m_\beta L\dot{\varphi}/V_\infty$ – “следающий” момент, который всегда совпадает по фазе с угловой скоростью стержня OA .

В данной задаче очень четко видно влияние следающей нагрузки. Совпадение по фазе следающей нагрузки с угловой скоростью означает постоянный подвод энергии в колебательную систему. В случае, если интенсивность подвода энергии в систему превышает интенсивность рассеяния энергии в конструкции, наблюдается “раскачка”, т. е. потеря устойчивости типа “флаттера”. В реальной системе, вследствие сухого трения в сочленениях элементов конструкции, наблюдается жесткое возбуждение колебаний; а по причине нелинейностей при значительных амплитудах колебаний – ограничение величины этой же амплитуды. Таким образом, рассматриваемая система является потенциально автоколебательной.

Количественные оценки. В качестве примера рассмотрим двигатель, установленный так, что воздушный винт расположен на консоли длины $L = 4$ м по отношению к оси жесткости крыла. Жесткость крыла, приведенную к месту установки двигателя, положим такой, что для закручивания крыла с двигателем на 1° (один градус) требуется приложить в этом же месте момент

150 кН·м. Собственную частоту колебаний крыла с двигателем примем равной $\omega_0 = 15 \text{ с}^{-1}$. Фактическое значение приведенного коэффициента демпфирования крутильных колебаний крыла при условии, что логарифмический декремент этих колебаний $\Lambda = 0,1$, составляет

$$H^{fact} = \frac{\Lambda C}{\pi \omega_0} \approx \frac{0,1}{3,14} \frac{150 \cdot 57,3}{15} \approx 18 \text{ кН} \cdot \text{м} \cdot \text{с}.$$

Теперь, в соответствии с вышеизложенным механизмом обратной связи, оценим интенсивность подвода энергии в данную систему при работе воздушного винта на режиме реверсирования тяги. Соосное обтекание реверсирующего воздушного винта с большим расходом воздуха и при относительно малой скорости набегающего потока по виду линий тока на достаточном удалении почти не отличается от соосного обтекания точечного диполя, когда потоки, индуцированные этим диполем, занимают всю внутренность сферы. Такой воздушный шар называется “воздушным телом” и его радиус определяется моментом диполя и параметрами набегающего потока $R = \sqrt[3]{\mu / (2\pi V_\infty)}$ (например, [6; 8, с. 386]).

Пусть скорость движения самолета по земле $V_\infty = 50 \text{ м/с}$ и пусть радиус воздушного тела, образованного реверсирующим винтом, $R = 3 \text{ м}$, т. е. эта величина несколько превышает радиус воздушного винта. В этом случае, эквивалентный диполь, т. е. диполь, порождающий в данном потоке такое же воздушное тело, имеет момент

$$\mu = 2\pi V_\infty R^3 \approx 8500 \text{ м}^4/\text{с}.$$

Значит, коэффициент восстанавливающего момента по углу скоса потока

$$m_\beta = \rho_0 \mu V_\infty \approx 1,225 \cdot 8500 \cdot 50 \approx 520 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Отметим, что данная величина составляет малую часть от жесткости крыла, и поэтому изменения частоты колебаний крыла практически не заметно: $520 / (150 \cdot 57,3) \approx 0,06$. В то же время интенсивность подвода энергии равна

$$H^\beta = 2Lm_\beta/V_\infty \approx 2 \cdot 4 \cdot 520 \cdot 10^3 / 50 \approx 83 \text{ кН} \cdot \text{м} \cdot \text{с}.$$

Поэтому, как показывают приведенные оценки, интенсивность подвода энергии в колебательную систему H^β может превышать рассеяние энергии H^{fact} в пять раз. Следовательно, выявленный механизм подвода энергии может быть более мощным по сравнению с демпфирующей способностью конструкции. Это подчеркивает необходимость своевременного количественного анализа такого вида потенциальных автоколебаний крыла с двигателем для обоснования возможности применять реверсирование тяги воздушного винта.

3. Задача для двигателя на крыле. Рассматривается двигатель с воздушным винтом, установленный на упругом крыле. Следующим шагом приближения к реальной работе воздушного винта на режиме реверсирования

тяги является модель воздушного винта в виде диска, по поверхности которого распределены диполи.

Такая колебательная система двигателя с воздушным винтом, установленным на упругом крыле, моделируется так же как и для точечного диполя. В данном случае на втором конце стержня, в точке A , осесимметрично расположен диск в виде плоского круга, плоскость которого перпендикулярна оси стержня (рис. 1). По поверхности диска равномерно распределен двойной слой источников и стоков, т. е. диполей, оси которых от стока к источнику одинаково направлены и перпендикулярны плоскости диска. Эта модель помещена в однородный поступательный поток воздуха. Предполагается, что скорость потока заметно меньше скорости звука. В невозмущенном состоянии системы направление движения потока совпадает с осью стержня (диполей), которая в этом случае является осью круговой симметрии, и соответственно обтекание рассматриваемой системы воздушным потоком будет осесимметричным.

Требуется определить условия потери устойчивости невозмущенного положения стержня, т. е. условия возникновения крутильных колебаний крыла с двигателем.

Основные предположения о модели. Как и в случае точечного диполя, будем считать, что стержень OA шарнирно закреплен в точке O . В точке A другого конца стержня установлен диск радиуса a . Этот диск, с равномерно распределенными по его поверхности элементарными диполями, далее будем называть круговым диполем или просто диполем.

В случае прямой тяги, когда ось диполя Op направлена по потоку, т. е. элементарные стоки расположены на диске со стороны набегающего потока, диполь работает как тянущий движитель, растягивающий стержень, и поэтому неустойчивость типа “дивергенции” не ожидается. По другому обстоит дело в случае обратной тяги, когда ось диполя Op направлена навстречу потоку, т. е. со стороны набегающего потока на диске распределены элементарные источники. Для наглядности укажем, что средняя скорость потока, выбрасываемая воздушным винтом при реверсе, составляет около 100 м/с. Поскольку скорость набегающего потока почти вдвое меньше, то при осесимметричном обтекании поток не просачивается через плоскость воздушного винта с достаточно большим числом лопастей, и поэтому вокруг воздушного винта образуется воздушное тело. Это воздушное тело оказывает заметное сопротивление набегающему потоку [10] (собственно в этом и заключается, в основном, суть понятия обратной тяги). Возникающее усилие сжимает стержень OA , и именно поэтому возможна потеря устойчивости системы. Следует отметить, что при заданном диполе с увеличением длины L стержня всегда наступает предел, когда происходит потеря устойчивости такого вида. Будем считать, что этот тривиальный случай заранее предусмотрен.

При возмущении положения стержня с диполем на последний со стороны потока действуют силы, сводящиеся к моменту сил и равнодействующей силе в точке A . Как и в случае точечного диполя, восстанавливающий момент стремится повернуть ось диполя навстречу набегающему потоку. Отно-

сительно точки O суммарная величина момента аэродинамических сил при малых возмущениях имеет прежний вид $M + LF = m_\beta (2L\dot{\varphi}/V_\infty - \varphi)$, где $m_\beta = \rho_0 \mu V_\infty$, только здесь μ – суммарный момент распределенных по диску диполей.

Изучим возможность проявления колебательной (“флаттерной”) потери устойчивости рассматриваемой системы. С этой целью, во-первых, остановимся на описании стационарного обтекания диполя потоком. Во-вторых, обоснуем гипотезу о нагружении диполя при нестационарном обтекании за счет скоса потока. На основании этой гипотезы, в-третьих, сделаем заключение о динамическом поведении системы.

Стационарное обтекание диполя. Для представления о характере течения построим линии тока в предположении, что жидкость (газ) является идеальной, а течение стационарным установившимся и безвихревым. При выполнении данных условий жидкость можно считать несжимаемой при ее стационарном движении, если ее скорость мала по сравнению со скоростью звука: $V_\infty \ll c$ [11], что имеет место в рассматриваемом случае, и, соответственно, скорость движения жидкости имеет потенциал. В гидрокинематике с помощью потенциалов скорости (далее просто потенциалов) простейших течений получаются комбинированные течения.

В учебной и научной литературе в качестве примера часто приводятся картины обтекания плоским или пространственным потоками точечного источника, точечного источника и точечного стока, а также диполя. В основном рассматриваются только осесимметричные течения [8, 10, 12, 13]. Источник, равномерно распределенный по поверхности круга, рассмотрен в качестве задачи для нахождения потенциала скорости в [12]. В таких задачах, вследствие инвариантности системы относительно поворота вокруг полярной оси Op , так как $\varphi \equiv 0$, линии тока жидкости представляют собой меридианы поверхности вращения. Поэтому и для диска данная задача является осесимметрической, и потенциал в любой точке P пространства не зависит от меридианной плоскости, в которой находится эта точка. Потенциал зависит только от двух параметров: расстояния r от центра круга A до изучаемой точки P и угла азимута Θ (угла между положительным направлением оси Op и полярным радиусом AP).

Этот потенциал скорости движения жидкости можно представить в виде поверхностного интеграла по площади круга. После этого потенциал вычисляется непосредственным интегрированием по полярному радиусу текущей точки B в плоскости диска (это расстояние от центра диска A до точки B). В результате остается интеграл по меридианному углу ϑ (это угол между фиксированной осью в плоскости диска и полярным радиусом AB).

Таким образом, получается следующий вид потенциала $\Phi(r, \Theta)$ элементарных диполей с суммарным моментом μ и равномерно распределенных по поверхности диска радиуса a :

$$\Phi(r, \Theta) = -\frac{\mu \cos \Theta}{4\pi \pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{\rho(\rho + r - a \sin \Theta \cos \vartheta)},$$

где величина $\rho = \sqrt{a^2 - 2ar \sin \Theta \cos \vartheta + r^2}$. На полярной оси Op диска выражение этого потенциала имеет вид $\Phi(r, 0) = -\frac{\mu}{4\pi} \frac{2}{\sqrt{a^2 + r^2} (\sqrt{a^2 + r^2} + r)}$, что по сути совпадает с потенциалом диска с двойным слоем притягивающих и отталкивающих масс [14]. При уменьшении радиуса диска $a \rightarrow 0$ значение потенциала приближается к известной величине потенциала изолированного диполя $\Phi(r, \Theta) = -\mu/(4\pi) \cos \Theta/r^2$ [8].

Для иллюстрации на рис. 2 представлены типичные картины обтекания в меридианной плоскости такого кругового диполя набегающим и попутным потоками (в пространстве). В верхней полуплоскости показаны линии тока для встречного потока, в нижней – для попутного потока.

Вид построенных линий тока идеальной несжимаемой жидкости свидетельствуют о том, что характер обтекания диполей, распределенных по диску, напоминает обтекание точечного диполя с соответствующим моментом. Дополнительно отметим, что в рассмотренных условиях весь круговой диполь находится внутри образованного при реверсе воздушного тела, радиус которого несколько больше радиуса воздушного винта.

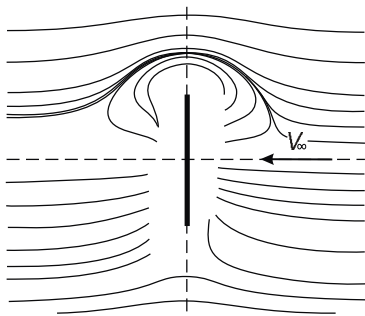


Рис. 2. Соосное обтекание диполя.

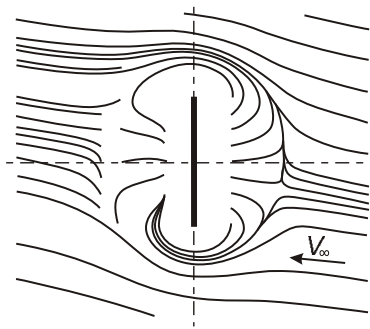


Рис. 3. Несоосное обтекание диполя.

Аналогично получаются картины обтекания диполя при скосе потока, $\beta = \text{const} \neq 0$. Если ось кругового диполя не совпадает с направлением потока, то течение уже не является осесимметричным, и картины линий тока, в частности, в вертикальной плоскости симметрии, получаются существенно иные. В виду отсутствия осевой симметрии в данном случае на рис. 3 изображен только диполь во встречном потоке (невозмущенный поток параллелен горизонтальному направлению). Часть линий тока, приходящих из бесконечности, входит в диполь. Часть линий тока, начинающихся на диполе, уходит в бесконечность.

Нестационарное обтекание диполя. Представим теперь, что малый угол скоса потока β меняется гармоническим образом с частотой ω , незначительно отличающейся от частоты ω_0 . Причем будем считать такой процесс достаточно медленным. Это означает, что характерное время процесса $T = 2\pi/\omega$ значительно превышает время обтекания потоком диполя, т. е. это характер-

ное время обтекания $T \gg 2a/V_\infty$. В таком случае жидкость можно считать несжимаемой при ее нестационарном движении [11].

Кроме того, на этом же основании картину течения жидкости можно считать “квазистационарной”, когда характер линий тока, по сравнению с полученными для стационарного обтекания, существенно не меняется. Однако должен наблюдаться сдвиг фазы момента в плоскости качания стержня OA по отношению с меняющимся углом скоса потока β . Введенный ранее коэффициент восстанавливающего момента m_β в общем случае зависит от частоты ω изменения угла β и фактически является комплексной динамической жесткостью изучаемой подсистемы. Значения этого коэффициента $m_\beta(\omega)$ могут быть уточнены в процессе натурального эксперимента.

Анализ поведения изучаемой системы. Упрощенное условие устойчивости тривиального решения уравнения (1) сводится к требованию положительности коэффициентов приведенной жесткости системы $C + \rho_0\mu V_\infty$ и приведенного демпфирования по скорости $H - 2\rho_0\mu L$.

Первое условие выполнено всегда, вследствие выбранной модели изучаемого явления. Второе условие гарантирует отсутствие “флаттера”. Такой вид колебательной потери устойчивости наблюдается при $H - 2\rho_0\mu L < 0$. В этой области параметров линейная система (1) обладает “отрицательным трением”. Соответственно движение системы является колебательным с нарастающей амплитудой. Это может происходить, например, при большом моменте диполя и (или) при большом выносе диполя. Из приведенного условия следует, что неустойчивость заведомо наступит с уменьшением величины H и (или) с увеличением мощности диполя μ и длины стержня L . Таким образом, колебательная потеря устойчивости рассматриваемой системы вполне возможна. Вследствие нелинейного поведения реального объекта такая механическая система является потенциально автоколебательной.

При проектировании новых конструкций эту возможность следует учитывать, так как предлагаемые значения параметров системы ограничивают выбор расположения воздушного винта, т. е. для обеспечения устойчивости системы с заданным воздушным винтом может потребоваться уменьшить вынос диполя L . С этой же целью в уже существующей конструкции можно рекомендовать искусственно увеличить рассеяние энергии в системе, т. е. увеличить величину H .

В рассмотренном случае при потере устойчивости наблюдаются колебания с частотой $\omega^2 = (C + \rho_0\mu V_\infty) / J$. В этом заключается основное отличие такого типа потери устойчивости от дивергенции, когда потеря устойчивости происходит при переходе одного действительного собственного значения линейной системы из левой полуплоскости в правую полуплоскость через ноль.

Количественные оценки, полученные для точечного диполя, полностью характеризуют поведение в набегающем потоке двигателя с воздушным винтом на режиме реверсирования тяги в случае его моделирования дисковым диполем.

Следует отметить, что при отрицательных значениях μ и L , т. е. для механической системы с толкающим воздушным винтом, также может нару-

шаться условие потери устойчивости невозмущенного положения на режиме прямой тяги воздушного винта.

4. Заключение. Крутильные автоколебания крыла самолета, осуществляющиеся, например, за счет упругости самого крыла, на котором установлен двигатель с реверсирующим воздушным винтом, могут быть обусловлены необычным механизмом обратной связи аэродинамического воздействия на воздушный винт с возмущенным движением воздушного винта. Эта обратная связь является положительной. Для обеспечения устойчивости должны быть выполнены определенные требования к уровню рассеяния энергии. Величина критического рассеяния энергии зависит от параметров системы. Запасы, обеспечивающие определенный уровень устойчивости реальной системы, определяются известным способом при наличии информации о фактическом виде комплексной динамической жесткости воздушного винта, движущегося поперек набегающего потока.

1. Гончаренко В.И. Об одном виде автоколебаний колес шасси самолета // Ученые записки ЦАГИ. – 1985. – 16, № 5. – С. 67–73.
2. Гончаренко В.И., Доник В.Д. О вихревой причине галопирования самолета // Авиационная промышленность. – 1994. – № 7. – С. 9–10.
3. Гоздек В.С., Гончаренко В.И. О проверке устойчивости САУ процессом торможения колес // Промислова гідравліка і пневматика. – 2004. – № 4(6). – С. 73–76.
4. Goncharenko V.A., Goncharenko V.I. Instability of the dipole in a forward flow // Int. Conf. dedicated to M. A. Lavrentyev on the occasion of his birthday centenary. Kiev, Ukraine (31 October – 03 November 2000): Abstr. – Kiev, 2000. – P. 20–21.
5. Гончаренко В.И. Автоколебания при реверсе тяги воздушного винта // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Харьков: НАКУ “ХАИ”, 2004. – Вып. 22. – С. 93–98.
6. Betz A. Singularitätenverfahren zur Ermittlung der Kräfte und Momente auf Körper in Potentialströmungen // Ingenieur-Archiv. – 1932. – 3 Band, 5 Heft, Dezember. – P. 454–462.
7. Бондарев Е.Н., Дубасов В.Г., Рыжов Ю.А. и др. Аэрогидромеханика. – М.: Машиностроение, 1993. – 608 с.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – М.: Гостехтеориздат, 1957. – 784 с.
9. Гончаренко В.И. О воздействии потока на движущийся диполь // Четвертые Поляховские чтения: Тез. докл. Международ. научной конф. по механике (Санкт-Петербург, 07–10 февраля 2006 г.) – СПб.: Изд-во “ВВМ”, 2006. – С. 133.
10. Цыбизов Ю.И. Расчетно-экспериментальная оценка величины обратной тяги винтовентиляторного двигателя сверхвысокой степени двухконтурности // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1999. – № 2. – С. 77–78.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – Т. VI. – 733 с.
12. Будаг Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. – М.: Наука, 1980. – 686 с.
13. Поляхов Н.Н. О соосных винтах, вращающихся в разные стороны // Тр. Ленинград. ин-та авиационного приборостроения. – 1947. – Т. 1. – С. 38–49.
14. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. – М.: Наука, 1968. – 799 с.