

ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ ФИЛЬТРОВ С ПОМОЩЬЮ ВТОРОГО МЕТОДА ЛЯПУНОВА

Предлагается решение задачи построения передаточной функции фильтра заданной структуры с заданными амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристиками с помощью численной процедуры, основанной на втором методе Ляпунова

Первичная обработка измеренной для идентификации информации предполагает в общем случае применение предварительной фильтрации – отсеивания высокочастотных помех. Построение фильтра с заданными амплитудночастотной и фазочастотной характеристиками можно свести к решению уравнений настройки для параметров фильтра.

Пусть передаточная функция фильтра задана в виде

$$W(p) = \frac{b}{p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5} \quad (1)$$

Подставим в (1) $p = i\omega$ и запишем выражение для амплитуднофазовой частотной характеристики

$$W(i\omega) = \frac{C_R}{Z} + i \frac{C_I}{Z}; \quad C_R = b(a_1 \omega^4 - a_3 \omega^2 + a_5); \quad C_I = b(-\omega^5 + a_2 \omega^3 - a_4 \omega); \quad (2)$$

$$Z = \omega^{10} + (a_1^2 - 2a_2)\omega^8 + (2a_4 - 2a_1 a_3 + a_2^2)\omega^6 + (2a_1 a_5 - 2a_2 a_4 + a_3^2)\omega^4 + (a_4^2 - 2a_3 a_5)\omega^2 + a_5^2.$$

Запишем выражения для амплитудночастотной и фазочастотной характеристик

$$A(\omega) = \frac{1}{Z} \sqrt{C_R^2 + C_I^2}; \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{C_I}{C_R} \quad (3)$$

На оси частот зададим набор N их значений с мелким шагом, и зададим вспомогательную целевую функцию

$$V = \sum_{k=1}^N \left\{ R_1 [A(\omega_k) - A_3(\omega_k)]^2 + R_2 \varphi^2(\omega) \right\}, \quad (4)$$

где $A_3(\omega)$ - заданная амплитудночастотная характеристика, R_1 и R_2 - весовые коэффициенты, регулирующие вклад в целевую функцию соответственно отклонения амплитуднофазовой характеристики от заданной, и вклад фазочастотной характеристики, требуемое значение которой равно нулю.

Далее для вспомогательной функции зададим вспомогательное уравнение

$$\dot{V} + cV = 0 , \quad (5)$$

где c - заданный показатель затухания.

Для коэффициентов знаменателя передаточной функции зададим дифференциальные уравнения настройки, согласно которым они изменяются в направлении антиградиента вспомогательной функции со скоростью, определяемой вспомогательным уравнением.

Запишем выражение для компонент градиента вспомогательной функции

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial a_k} = & \sum_{i=1}^N \left\{ 2R_1 [A(\varpi_i) - A_3(\omega_i)] \left[\frac{\partial A}{\partial C_R} \frac{\partial C_R}{\partial a_k} + \frac{\partial A}{\partial C_I} \frac{\partial C_I}{\partial a_k} + \frac{\partial A}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial a_k} \right] + \right. \\ & \left. + 2R_2 \varphi(\omega_i) \left[\frac{\partial \varphi}{\partial C_R} \frac{\partial C_R}{\partial a_k} + \frac{\partial \varphi}{\partial C_I} \frac{\partial C_I}{\partial a_k} \right] \right\}, \quad k = \overline{1,5} \end{aligned} \quad (6)$$

В (6) частные производные определяются выражениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial C_R} &= C_R Z^{-2} [(C_R^2 + C_I^2) Z^{-2}]^{-\frac{1}{2}}, & \frac{\partial A}{\partial C_I} &= C_I Z^{-2} [(C_R^2 + C_I^2) Z^{-2}]^{-\frac{1}{2}}, \\ \frac{\partial A}{\partial Z} &= -(C_R^2 + C_I^2) Z^{-3} [(C_R^2 + C_I^2) Z^{-2}]^{-\frac{1}{2}}, & \frac{\partial \varphi}{\partial C_R} &= -\frac{C_I}{C_R^2 + C_I^2}, & \frac{\partial \varphi}{\partial C_I} &= \frac{C_R}{C_R^2 + C_I^2}, \\ \frac{\partial C_I}{\partial a_1} &= 0, & \frac{\partial C_I}{\partial a_2} &= b\omega^3, & \frac{\partial C_I}{\partial a_3} &= 0, & \frac{\partial C_I}{\partial a_4} &= -b\omega, & \frac{\partial C_I}{\partial a_5} &= 0, \\ \frac{\partial C_R}{\partial a_1} &= b\omega^4, & \frac{\partial C_R}{\partial a_2} &= 0, & \frac{\partial C_R}{\partial a_3} &= -b\omega^2, & \frac{\partial C_R}{\partial a_4} &= 0, & \frac{\partial C_R}{\partial a_5} &= b, \\ \frac{\partial Z}{\partial a_1} &= 2a_1\omega^8 - 2a_3\varpi^6 + 2a_5\omega^4, & \frac{\partial Z}{\partial a_2} &= -2\omega^8 + 2a_2\varpi^6 - 2a_4\omega^4, \\ \frac{\partial Z}{\partial a_3} &= -2a_1\omega^6 + 2a_3\varpi^4 - 2a_5\omega^2, & \frac{\partial Z}{\partial a_4} &= 2\omega^6 - 2a_2\varpi^4 + 2a_4\omega^2, \\ \frac{\partial Z}{\partial a_5} &= 2a_1\omega^4 - 2a_3\varpi^2 + 2a_5. \end{aligned}$$

Обозначим вектор настроечных параметров знаменателя передаточной функции $X = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)^T$. Уравнение настройки зададим в виде

$$\frac{DX}{dt} = K \frac{\partial V}{DX}. \quad (7)$$

Коэффициент K определим из условия обращения в тождество вспомогательного уравнения на решениях уравнения настройки.

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{DX^T} \frac{DX}{dt} = -cV. \quad (8)$$

Подставляя в (8) производную от настроечного вектора (7), получаем

$$\frac{\partial V}{\partial X^T} K \frac{\partial V}{\partial X} = -cV, \quad (9)$$

Из (9) находим

$$K = -\frac{cV}{\frac{\partial V}{\partial X^T} \frac{\partial V}{\partial X}}. \quad (10)$$

Подставляя K из (10) в (7), получаем уравнение настройки

$$\frac{DX}{dt} = -\frac{cV}{\frac{\partial V}{\partial X^T} \frac{\partial V}{\partial X}} \frac{\partial V}{\partial X}. \quad (11)$$

Уравнение (11) интегрируется численно при нулевых начальных условиях до достижения установившегося решения.

При построении фильтра высоких частот заданная амплитудночастотная характеристика определяется в точках по частоте в виде единичной константы в пределах от нуля до задаваемой частоты пропускания. Целевая функция построена с учетом требования минимальности отклонения от нуля фазочастотной характеристики для выполнения требования минимальности нежелательных фазовых искажений. При построении фильтров высокого порядка с полиномом в числителе требуется для выполнения преобразований применять системы аналитических вычислений, например MATLAB. Как правило, в задачах обработки результатов измерений применяют фильтры, вырезающие сигнал в заданном диапазоне частот. Построение таких фильтров обычно осуществляется в классе передаточных функций с высокими степенями полиномов числителя и знаменателя. На первом этапе вычислений с помощью системы MATLAB формируются расчетные выражения для решения системы (11) и автоматически строятся файлы, содержащие подпрограммы для вычислений. На втором этапе решается задача поиска параметров передаточной функции.

1. Летов А.М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969.360 с.
2. Туник А.А., Мельник К.В. Проектування багатовимірних систем керування польотом в умовах невизначеності за допомогою технології μ -синтезу / Вісник НАУ. -2008. - №3. –С.73-84.
3. Антонов В.К. Застосування масштабування незалежної змінної в задачі аналітичного конструювання регуляторів // Видавництво журналу Автошляховик. Вісник Північного Наукового Центру Транспортної Академії України, 2003. - С.82-85.
4. Азарсков В.М., Машков О.А., Кондратенко С.П. Особенности построения функционально устойчивых цифровых автоматических систем / Электроника та системи управління / Київ, Національний авіаційний університет, № 1 (11), 2007 р., с. 96-105.

Поступила 25.01.2010р.