

УДК 669.539.43

С. И. Шестаков<sup>1</sup>, канд. техн. наук, Т. Ю. Яковлева<sup>2</sup>, д-р техн. наук

<sup>1</sup>Институт сверхтвердых материалов им. В. Н. Бакуля НАН Украины, г. Киев

<sup>2</sup>Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, г. Киев

## МОДЕЛЬ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ И РАЗВИТИЯ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ В ТВЕРДЫХ СПЛАВАХ

*A new method has been suggested for the assessment of cyclic strength of hard alloys. The method is based on the simulation of the development of the local plastic strain, which is observed during incubation and active periods of fatigue failure and characterized by the accumulation of scattered damages, crack initiation and propagation.*

Оценка долговечности элементов конструкций при сложном напряженном состоянии и неизотермическом неупругом циклическом нагружении, когда несущая способность изделия определяется усталостью при малом количестве циклов нагружения, существенно отклоняется при необходимости описания прочностных свойств и характеристик усталостной прочности структурно-неоднородных материалов. Эта проблема еще более усложняется при прогнозировании ресурса твердосплавных изделий с учетом этапов образования и распространения усталостной трещины. Результаты анализа существующих подходов показывают, что наиболее перспективными в данных условиях являются модели кинетического типа, оперирующие со специальным параметром состояния среды, характеризующим ее дефектность, локальным повреждением. При этом одной из главных особенностей эволюции структурных характеристик при такой нагрузке является локализация пластической деформации. Указанные факторы (циклический характер физических процессов и локализация зон максимальных структурных изменений) считаются определяющими как в инкубационный период усталостного разрушения (накопление усталостных повреждений), так и активный (распространение трещины). В этой связи использование единого подхода при анализе поведения материала в условиях циклической нагрузки с учетом того, что кривые усталости и кинетические диаграммы усталостного разрушения отображают две взаимосвязанные стадии единого процесса усталостного разрушения, позволяет наиболее полно описать явление усталости.

Локальный характер развивающихся микроструктурных изменений при стабильном состоянии остального материала позволяет рассматривать области локализации пластической деформации (ЛПД) как микрообъемы или микрзоны, обладающие иными свойствами по сравнению с остальным материалом (рис. 1). Размер этих микрообъемов зависит от локального напряженно-деформированного состояния, микромеханизмов пластической деформации, относительной долговечности, а также частоты нагружения. Локальное разрушение наступает тогда, когда материал зоны ЛПД теряет способность к дальнейшему пластичному деформированию при достижении критических значений геометрических, структурных и энергетических параметров.

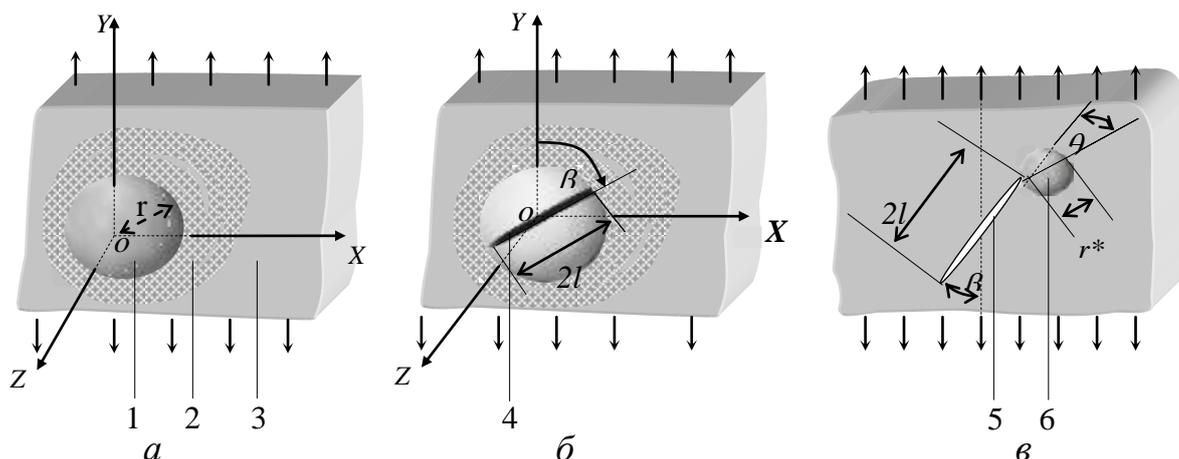
В материале, подвергающемся циклическому нагружению произвольной нагрузкой  $P$  с частотой  $f$ , выделим некоторый объем, содержащий зону ЛПД, которая характеризуется фиксированным уровнем деформации и площадью граничной поверхности.

При дальнейшем нагружении указанная зона ЛПД приобретает критические размерные и структурные характеристики, отвечающие зарождению трещины. Исходя из условий термодинамического баланса и, предполагая, что после  $N_{Fr}$  циклов нагружения сформирована зона ЛПД с критическими значениями радиуса  $r$  с удельной поверхностной энергией  $\alpha$ , что отвечает условию неустойчивости, получим уравнение, связующие амплитуду нагрузки с

количеством циклов до появления микротрещины и учетом частоты нагружения и величины коэффициента асимметрии циклов  $R$

$$\sigma_a = \sigma_e + a_\sigma \sqrt{f} + b_\sigma \sqrt{\frac{1}{N_{Fr}}} + c_\sigma \sqrt{\frac{f}{N_{Fr}}}, \quad (1)$$

где  $a_\sigma = k \sqrt{\frac{E_0 \operatorname{tg} \varphi}{3v_0} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial N}}$ ;  $b_\sigma = k \sqrt{\frac{E_r}{3v_0} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial T}}$ ;  $c_\sigma = k \sqrt{\frac{E_0 \operatorname{tg} \varphi}{3} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial v_0}}$ ;  $\sigma_e = k \sigma_{e/-1}$ ,  $E_0$  – динамический модуль упругости,  $\varphi$  – угол сдвига фаз между напряжением и деформацией.



Уравнение (1) можно свести к более простому виду:

$$\sigma_a = \sigma_{ue} + C_f / \sqrt{N_{Fr}}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{ue} = \sigma_e + a_\sigma \sqrt{f}$ ,  $C_f = b_\sigma + c_\sigma \sqrt{f}$  [1].

Выражение (2) является уравнением кривой усталости с двумя коэффициентами для заданных условий нагружения, при которых, с увеличением циклов нагружения, значения средних и амплитудных напряжений остаются постоянными и равными исходным.

Аналогично можно получить уравнение кривой усталости с двумя коэффициентами для заданных условий жесткого нагружения, характеризуемых постоянными значениями средних и амплитудных циклических деформаций:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ue} + C_f / \sqrt{N_{Fr}}; \quad \varepsilon_{ue} = \varepsilon_e + a_\varepsilon \sqrt{f}, \quad C_f = b_\varepsilon + c_\varepsilon \sqrt{f}. \quad (3)$$

Поскольку средняя скорость процессов пластического деформирования  $v_0$  пропорциональна средней скорости дислокаций, а передача скольжения через границы зерен осуществляется, как правило, генерированием новых дислокаций, уменьшение среднего размера  $d$  зерна WC, т.е. увеличение числа пересекаемых границ, приводит к снижению средней скорости дислокаций. Скорость  $v_0$  также должна быть пропорционально  $d$ :  $v_0 = \chi d$ , где  $\chi$  – коэффициент пропорциональности. Из вышеизложенного и уравнения (3) следует, что зависимость предела выносливости от размера зерна, субзерна или иного элемента структуры, границы которого являются препятствиями для дислокаций, имеет вид

$$\sigma_a = A + B d^{-1/2}, \quad (4)$$

где для  $\sigma_a$ , ограниченного на заданной базе нагружения  $N_{Fr}$ , имеем

$$A = \sigma_e + \sqrt{\frac{E_\omega \operatorname{tg} \varphi}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial v_0} \frac{f}{N_{Fr}}}, \quad B \approx \chi \left( \sqrt{\frac{E_r}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial T} \frac{1}{N_{Fr}}} + \sqrt{\frac{E_\omega \operatorname{tg} \varphi}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial N} f} \right).$$

Это дает возможность оценить применимость уравнения (1) для аппроксимации экспериментальных данных и проверить справедливость уравнения для различных твердых сплавов и условий испытания. Для этого была использована методика [2], которая позволяет, задавая вид уравнения и экспериментальные значения  $N$  и  $\sigma$ , получать соответствующую кривую и значения коэффициентов уравнения (1).

Коэффициенты рассчитывали методом регрессионного анализа [3] путем минимизации значения

$$\Gamma^2(a) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - y(x_i; a)}{y_i} \right)^2, \quad (5)$$

где  $a$  – вектор параметров уравнения  $y = y(x; a)$ , моделирующего связь зависимой  $y$  и независимой  $x$  переменных в эксперименте;  $n$  – число экспериментальных точек;  $x_i$ ,  $y_i$  и  $\sigma_i$  – текущие значения переменных и стандартное отклонение в  $i$ -й точке. Расчет коэффициентов считали завершенным, если для двух последовательных приближений выполнялось условие

$$|\Gamma^2(a+\delta a) - \Gamma^2(a)| < 10^{-6}. \quad (6)$$

На рис.2. приведены усталостные кривые, полученные путем аппроксимации результатов испытаний распространенных твердых сплавов, проведенных в институте сверхтвердых материалов им. В. Н. Бакуля НАН Украины [4].

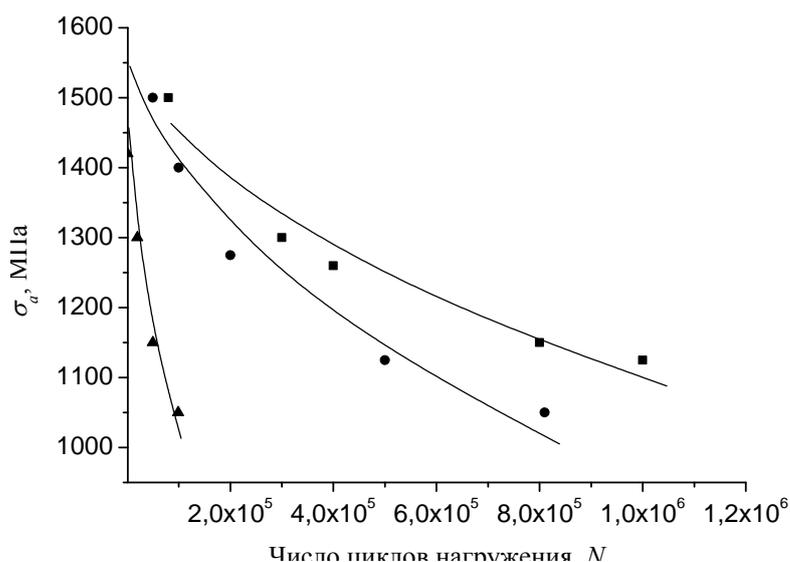


Рис. 2. Усталостные кривые твердых сплавов ВК6 (1), ВК15 (2) и ВК25 (3), полученные в результате аппроксимации экспериментальных данных испытаний твердых сплавов на изгиб.

На основе полученных результатов, позволяющих определить состояние материала после инкубационного периода, для которого характерно накопление усталостных повреждений, рассмотрим поведение материала после зарождения усталостной микротрещины, находящейся в поле действия растягивающих напряжений (рис. 1,б). При этом, согласно разработанной модели распространения трещины, зону зарождения вторичной микротрещины можно рассматривать как «вторичную зону ЛПД» и т.д. В этом случае длина вторичной микротрещины равна диаметру вторичной зоны ЛПД (см. рис. 1,в).

Подставив (1) в (2), получаем уравнение состояния материала в окрестности точки  $r, \theta$  в вершине трещины:

$$\sigma_{er} + a_{\sigma r} \sqrt{f} + (b_{\sigma r} + c_{\sigma r} \sqrt{f}) \sqrt{\frac{1}{N}} = \frac{\Delta K \Phi}{\sqrt{2\pi r}}. \quad (7)$$

Путем дифференцирования выражения (7) можно получить уравнение скорости роста усталостной трещины (уравнение кинетической диаграммы усталостного разрушения)

$$\frac{dl}{dN} = \frac{2(\Delta K - \Delta K_e - a_{\Delta k} \sqrt{f})^2}{\frac{\pi}{\Phi^2} (b_{\sigma r} + c_{\sigma r} \sqrt{f})^2}, \quad (8)$$

где  $\Delta K_e = \frac{\sigma_{er} \sqrt{2\pi r}}{\Phi}$ ,  $a_{\Delta k} = \frac{a_{\sigma r} \sqrt{2\pi r}}{\Phi}$ ;

$$\Delta K = k\Delta K_{-1}, \quad k = 1 - k_{a/-1} \frac{1+R}{2}. \quad (9)$$

Параметры  $\sigma_{er}$ ,  $a_{\sigma r}$ ,  $b_{\sigma r}$  и  $c_{\sigma r}$  имеют здесь тот же физический и математический смысл, что и в (1), но относятся к зоне максимальных структурных изменений в окрестности точки  $(r, \theta)$  в вершине трещины;  $k_{a/-1}$  имеет тот же смысл, что и в (1) и относится к амплитуде внешней нагрузки;  $\Delta K_{-1}$  – размах коэффициента интенсивности напряжений в условиях симметричного нагружения при заданной скорости увеличения трещины.

Уравнение (7) можно свести к более простому виду

$$\frac{dl}{dN} = A_f (\Delta K - \Delta K_{ue})^2; \quad A_f = \frac{2}{\frac{\pi}{\Phi^2} (b_{\sigma r} + c_{\sigma r} \sqrt{f})^2}; \quad \Delta K_{ue} = \Delta K_e + a_{\Delta k} \sqrt{f} \quad (10)$$

$$A_f = \frac{2}{\frac{\pi}{\Phi^2} (b_{\sigma r} + c_{\sigma r} \sqrt{f})^2}, \quad \Delta K_{ue} = \Delta K_e + a_{\Delta k} \sqrt{f}.$$

Выражение (10) имеет структуру модифицированного уравнения Париса для зависимости скорости увеличения трещины от  $\Delta K$ .

В соответствии с уравнениями (9) и (10) имеем

$$\Delta K = \frac{\sqrt{2\pi r}}{\Phi} \left[ \left( \sigma_{er} + \sqrt{\frac{E_{\omega} \operatorname{tg} \varphi}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial \nu_0} \frac{f}{N}} \right) + \frac{1}{\sqrt{\nu_0}} \left( \sqrt{\frac{E_r}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial T} \frac{1}{N}} + \sqrt{\frac{E_{\omega} \operatorname{tg} \varphi}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial N} \frac{f}{N}} \right) \right] \quad (11)$$

Из структуры уравнений (7), (9) вытекает, что для заданной скорости роста трещины зависимость  $\Delta K$ , в том числе  $K_{fc}$  и  $\Delta K_{th}$ , от размера структурного элемента, границы которого являются дислокационными препятствиями, имеет вид, качественно противоположный зависимости границы выносливости от размера структурного элемента

$$\Delta K = Ad^{1/2} + B, \quad (12)$$

где  $A \approx \chi \frac{\sqrt{2\pi r}}{\Phi} \left( \sigma_e + \sqrt{\frac{E_{\omega} \operatorname{tg} \varphi}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial \nu_0} \frac{f}{N}} \right)$ ,  $B \approx \chi \frac{\sqrt{2\pi r}}{\Phi \sqrt{\nu_0}} \left( \sqrt{\frac{E_r}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial T} \frac{1}{N}} + \sqrt{\frac{E_{\omega} \operatorname{tg} \varphi}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial N} \frac{f}{N}} \right)$  и  $A \approx \chi \frac{\sqrt{2\pi r}}{\Phi} \sigma_e$ ,

$B \approx \chi \frac{\sqrt{2\pi r}}{\Phi \sqrt{\nu_0}} \sqrt{\frac{E_{\omega} \operatorname{tg} \varphi}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial N} \frac{f}{N}}$  для  $\Delta K$ , определенного для заданной скорости увеличения трещины,

и для физического предельного значения  $\Delta K_{th/f}$ . Объясняется это тем, что, если границы структурного элемента являются дислокационными препятствиями, на момент разрушения величина поверхностной энергии такого элемента значительно превышает энергию его внутреннего объема и разрушение вдоль границ менее энергоемкое. Отсюда вытекает, что для мелкозернистой структуры твердого сплава подготовка к разрушению требует больших, а процесс разрушения меньших энергетических затрат, чем для крупнозернистого сплава.

Можно предположить, что зависимость  $K_{fc}$  от размера структурного элемента будет иметь вид, аналогичный (12):

$$K_{fc} = Ad^{1/2} + B \quad (13)$$

Используем разработанный подход и полученные теоретическим путем кинетические уравнения для аппроксимации экспериментальных данных испытаний образцов из твердых сплавов, с содержанием кобальта 6, 15 и 25 мас. % и размером зерна  $WC = 3,9$  мкм [5]. Отметим, что такие испытания в сочетании с прогнозной оценкой кинетики разрушения на разных частотных базах позволяют на основе порогового значения коэффициента интенсивности напряжений (КИН)  $K_{th}$ , критического коэффициента интенсивности напряжений  $K_{fc}$  и показателя  $n$  в уравнении Париса определять основные параметры усталостного разрушения и прогнозировать тем самым остаточный ресурс изделий из твердых сплавов. Кроме того, они позволяют получать сведения о микромеханизмах усталости структурно-неоднородных материалов, содержащих хрупкие компоненты. Результаты экспериментов и их аппроксимация, полученная согласно предложенной модели, показаны на рис. 3.

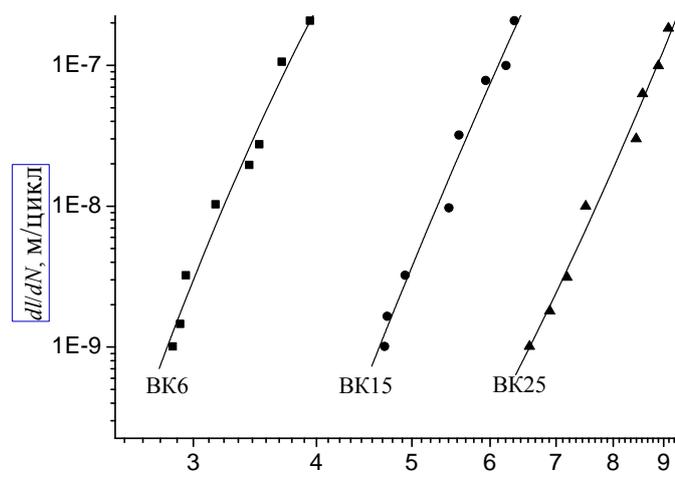


Рис. 3. Кинетические диаграммы усталостного разрушения твердых сплавов BK6, BK15 и BK25, полученные в результате аппроксимации экспериментальных данных испытаний твердых сплавов на изгиб.

Величина коэффициента корреляции построенных кривых усталости и кинетических диаграмм усталостного разрушения и экспериментальных данных находится в диапазоне 0,9 – 0,999. Среднее значение стандартной ошибки  $\bar{S}$  составляет 3,7 % от экспериментальных значений. Приведенные величины находятся в области разброса экспериментальных данных, что свидетельствует о достоверности исходных предпосылок, положенных в основу теоретической модели и надежности полученных уравнений, которые отображают исследованные усталостные явления.

Следует отметить, что предложенный подход позволяет описывать не только фазу устойчивого увеличения трещин (область Париса), но и участок нестабильного (лавинобразного) разрушения равно, как и начальный участок кинетической диаграммы, отражающий период накопления в материале усталостных повреждений, их консолидацию и образование трещины.

Одной из основных проблем, возникающих при оценке общего и остаточного ресурса ответственных элементов и узлов машиностроительных конструкций, является необходимость проведения продолжительных испытаний на циклическую прочность. Так, многие твердосплавные элементы породоразрушающих инструментов за период эксплуатации подвергаются  $10^8$  и более циклам нагружения. Если задаться целью проведения соответствующих испытаний на такой базе с частотами нагружения, предусмотренными действующими стандартами (90 Гц), потребуется около 4–5 лет непрерывной работы испытательных установок. В то же время, определение физического или условного (для твердых сплавов) предела выносливости на указанной выше базе при частоте нагружения, например, 8-10 кГц потребу-

ет времени, немногим превышающем одни сутки. Проиллюстрируем возможности разработанной методики на примере прогнозирования усталостных кривых рассматриваемых твердых сплавов при более низких частотах испытаний (рис.4).

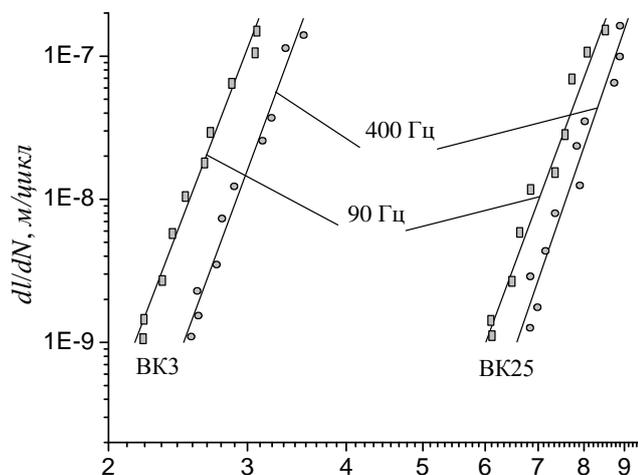


Рис. 4. Прогнозирование поведения кинетических диаграмм усталостного разрушения твердых сплавов ВК3 и ВК25, испытанных при частоте 400 Гц, на более низкие частоты циклического нагружения

Для этой цели воспользуемся аппроксимациями опытных данных, полученных ранее при испытаниях на изгиб образцов твердых сплавов марок ВК3 и ВК25 при частоте нагружения 400 Гц. Результаты прогноза сравним с экспериментальными данными, приведенными в [6] для тех же марок твердых сплавов, но полученными при частоте испытаний 90 Гц. Как видно из рис. 4, наблюдается хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных на протяжении всего прямолинейного участка диаграммы Париса.

Таким образом, приведенные теоретические кривые усталости и кинетические диаграммы, величины коэффициента корреляции теоретических и экспериментальных данных  $\eta$ , а также стандартной погрешности  $S$ , свидетельствуют о достаточной согласованности модели с экспериментом и показывают связь параметров локальной пластической деформации с макрохарактеристиками прочности и трещиностойкости твердых сплавов в условиях циклического нагружения.

### Литература

1. Яковлева Т. Ю. Локальная пластическая деформация и усталость металлов. - К.: Наук. думка, 2003. – 238 с.
2. Яковлева Т. Ю., Матохнюк Л. Е. Прогнозирование характеристик сопротивления усталости металлов при различных частотах нагружения // Пробл. прочности. – 2004. – № 4. – С.145–155.
3. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. – М.: Изд-во иностр. лит., 1956. – 644 с.
4. Лошак М. Г. Прочность и долговечность твердых сплавов. – Киев: Наук. думка, 1984. – 328 с.
5. Новиков Н. В., Майстренко А.Л., Кулаковский В.Н. Сопротивление разрушению сверхтвердых композиционных материалов. - Киев: Наук. думка, 1993. – 220 с.
6. Горпинченко В. В. Повышение долговечности вольфрамового твердого сплава, предназначенного для изготовления изделий, работающих при повторно-переменном нагружении: Автореф. ... канд. техн. наук. – Киев, 1989. – 18 с.

Поступила 25.06.10