

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ СВОЙСТВ ТРЕХМАССОВОЙ РЯДНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

*Институт черной металлургии НАН Украины,
Приазовский государственный технический университет*

Приведены зависимости для определения частот трехмассовой рядной механической системы с использованием относительных значений ее упруго–массовых параметров. Даны результаты анализа частотных свойств главных линий рабочих клетей № 3 и № 4 непрерывного листопрокатного стана 1700, проведенного с использованием указанных зависимостей.

Современное состояние вопроса.

Одним из важнейших этапов исследования динамики любой машины является анализ частотных свойств ее механической системы (МС), проводимый с использованием математических моделей различной степени упрощения [1,2]. При изучении особенностей динамики тяжелых машин металлургической промышленности достаточно широко применяется (особенно при исследовании нагрузок в главных линиях прокатных станов) трехмассовая рядная модель МС (рис. 1) образованная абсолютно жесткими массами с моментами инерции Θ_1 , Θ_2 , Θ_3 , связанными между собой невесомыми связями с крутильными жесткостями C_1 и C_2 . Модель сохраняет две низшие собственные частоты исходной многомассовой МС, в ней присутствуют элементы, отражающие основные узлы реальной МС (ротор электродвигателя, редуктор и рабочий орган). Важным достоинством такой модели является наличие строгих аналитических зависимостей, связывающих собственные частоты β_1 и β_2 такой МС с численными значениями ее упруго–массовых параметров (УМП). Известен также вариант указанных зависимостей, в которых используются помимо численных значений УМП также собственные частоты β_{12} и β_{23} двухмассовых парциальных систем Θ_1 – C_1 – Θ_2 и Θ_2 – C_2 – Θ_3 , образующих систему по рис. 1 [1].

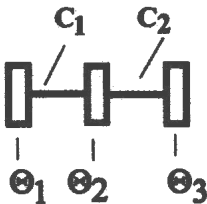


Рис.1. Расчетная схема трехмассовой рядной механической системы: Θ_1 , Θ_2 , Θ_3 – приведенные к одному из валов системы моменты инерции соответственно электродвигателя, редуктора и рабочего органа машины; C_1 , C_2 – крутильные жесткости участков от электродвигателя до редуктора и от редуктора до рабочего органа машины, приведенные к тому же, что и моменты инерции, валу.

Зависимости эти достаточно удобны при исследовании динамики конкретной машины, для которой величины УМП могут быть установлены на основе документации завода – изготовителя. Однако на стадии проектирования новой машины и при поиске путей существенного изменения частотных свойств существующей системы (например, с целью устранения склонности МС к развитию биений) использование указанных зависимостей требует многократного пересчета вариантов, что представляет определенные технические сложности. С подобной проблемой авторы столкнулись в свое время при исследовании особенностей динамических нагрузок в главных линиях рабочих клеток стана 1700 [3]. Для решения подобных задач предназначена оригинальная методика оптимизации параметров механических систем с упругими связями, разработанная проф. А.Н.Голубенцевым [4]. Однако её применение требует весьма трудоемких вычислений и не всегда удобно для решения прикладных задач выбора рациональных параметров системы, отличающихся от оптимальных, но реально осуществимых в исследуемой или проектируемой машине. В связи с этим для решения прикладных задач предпринята попытка разработать методику расчета, основанную на представлении параметров исследуемой системы в относительных величинах. С этой целью выполнено преобразование известных зависимостей [1] параметров, характеризующих частотные свойства МС по рис. 1 так, чтобы исключить из них абсолютные значения УМП системы.

Изложение основных материалов исследования.

В статье излагаются результаты преобразования известных зависимостей для собственных частот системы по рис.1, содержащих абсолютные значения ее УМП, к записи, использующей их относительные величины и представлен пример применения такого подхода для решения задачи выбора рациональных параметров привода прокатного стана.

Обозначив $K\theta_{12} = \frac{\Theta_2}{\Theta_1}$, $K\theta_{13} = \frac{\Theta_3}{\Theta_1}$, $KC_{12} = \frac{C_2}{C_1}$ после элементарных преобразований получили следующие зависимости для собственных частот парциальных систем $\Theta_1-C_1-\Theta_2$ и $\Theta_2-C_2-\Theta_3$, образующих систему по рис. 1:

$$\beta_{12} = \beta_{11} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{K\theta_{12}}\right)}, \quad \beta_{23} = \beta_{11} \sqrt{KC_{12} \left(\frac{1}{K\theta_{12}} + \frac{1}{K\theta_{13}}\right)}, \quad (1)$$

где $\beta_{11} = \sqrt{\frac{C_1}{\Theta_1}}$ – собственная частота парциальной системы, образованной сосредоточенной массой с моментом инерции Θ_1 и невесомой связью с крутильной жесткостью C_1 , второй конец которой зашпечлен.

С использованием (1) известные выражения для расчета собственных частот системы по рис. 1 преобразованы к такому виду:

$$\beta_1 = \beta_{11} \sqrt{\frac{A - B}{2}}, \quad \beta_2 = \beta_{11} \sqrt{\frac{A + B}{2}}, \quad (2)$$

$$\text{где } A = 1 + \frac{1}{K\theta_{12}} + \frac{KC_{12}}{K\theta_{12}} + \frac{KC_{12}}{K\theta_{13}}, \quad (3)$$

$$B = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{K\theta_{12}} - KC_{12} \left(\frac{1}{K\theta_{12}} + \frac{1}{K\theta_{13}}\right)\right)^2 + \frac{4KC_{12}}{(K\theta_{12})^2}}. \quad (4)$$

Из выражений (1) – (4) видно, что в формулах для собственных частот системы и образующих ее парциальных систем присутствует абсолютное значение всего лишь одной величины – собственной частоты парциальной системы, образованной сосредоточенной массой с моментом инерции Θ_1 и невесомой связью с крутильной жесткостью C_1 . Это существенно упрощает анализ частотных свойств МС при сопоставлении различных вариантов ее конструкции на стадии технического проектирования. При анализе частотных свойств МС необходимо помимо собственных частот системы определять их относительную разность [5]

$$\mathcal{E}_{\Delta\beta} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_1}. \quad (5)$$

Величина эта является критерием, позволяющим судить о потенциальной склонности изучаемой МС к развитию биений, связанных с обменом энергией между образующими ее парциальными системами. Важность проверки МС на склонность к биениям обусловлена тем, что процесс этот может сопровождаться опасным увеличением амплитуды колебаний с течением времени, в том числе и при установившейся скорости движения системы. Склонная к биениям МС весьма чувствительна к возмущениям. Процесс пересопряжения зазоров при приложении нагрузки протекает в ней дольше и с большими динамическими нагрузками, чем в системе, к биениям не склонной. Возникающие в режиме биений нагрузки могут превышать их номинальные значения в 2 – 4 раза [1,3,6].

Условием склонности МС к биениям (без учета естественного рассеяния энергии) является выполнение условия [7]

$$\mathcal{E}_{\Delta\beta} \leq 0,333\dots \quad (6)$$

Подставив в (5) выражения (2) получили зависимость для относительной разности частот

$$\mathcal{E}_{\Delta\beta} = \frac{\sqrt{A+B}}{\sqrt{A-B}} - 1. \quad (7)$$

Из приведенной формулы видно, что относительная разность частот трехмассовой рядной МС зависит только от соотношения, упруго-массовых параметров, присущих данной системе. Абсолютные значения параметров не оказывают влияния на относительную разность частот такой МС.

В качестве примера рассмотрим применение зависимости (7) для анализа частотных свойств главных линий рабочих клеток № 3 и № 4 непрерывного широкополосного стана горячей прокатки листа 1700. Для этих клеток, на основе данных [3] определено: $K\theta_{12} = 0,1420$, $K\theta_{13} = 0,0053$,

$KC_{12} = 0,0308$. Расчет по зависимости (7) дает в этом случае $\mathcal{E}_{\Delta\beta} = 0,265$, (точка R на графике рис. 2 – лежит на пересечении пунктирных прямых $K\theta_{12} = 0,142$ и $\mathcal{E}_{\Delta\beta} = 0,265$), что практически совпадает с полученным ранее значением $\mathcal{E}_{\Delta\beta} = 0,26$, определенном по известным зависимостям, использующим абсолютные значения УМП системы [3]. Такое соотношение частот опасно с точки зрения развития биений.

Для поиска возможных путей устранения склонности системы к развитию биений за счет «разведения» собственных частот системы выполнен анализ влияния соотношения различных УМП системы на относительную разность ее частот. При исследовании соотношение моментов инерции двигателя Θ_1 и валков Θ_3 полагалось постоянным, соответствующим реальной машине ($K\theta_{13} = 0,0053$). Связано такое решение с тем, что в реальном прокатном стане изменение момента инерции двигателя потребует существенного изменения конструкции и габаритов как самой главной линии так и строительной части цеха, а существенное изменение момента инерции валков практически невозможно так как их размеры жестко увязаны с технологическими требованиями и размерами рабочей клетки.

На первом этапе исследования проанализировано влияние возможно изменения момента инерции редуктора Θ_2 на величину $\mathcal{E}_{\Delta\beta}$. По зависимости (7) определялось значение $\mathcal{E}_{\Delta\beta}$ при изменении величины $K\theta_{12}$ в диапазоне от 0,025 до 0,70, (границы которого соответствуют уменьшению и увеличению в 5 раз реального значения $K\theta_{12} = 0,1420$, для

клетей № 3 и № 4 рассматриваемого стана). Результаты приведены на графике рис.2 (сплошная кривая). На графике также отмечены граница опасного, с точки зрения развития биений диапазона $\mathcal{E}\Delta\beta = 0,333$ и точка R, соответствующая параметрам реальных систем клеток №№ 3 и 4 ($K\theta_{12}=0,1420$, $K\theta_{13} = 0,0053$, $\mathcal{E}\Delta\beta = 0,265$).

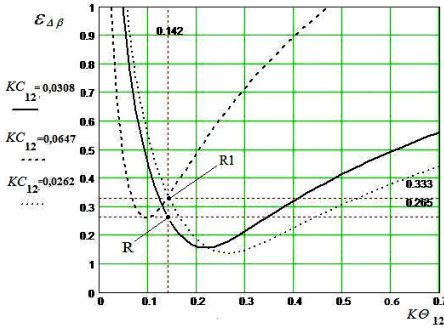


Рис.2. Относительная разность частот главных линий рабочих клеток №3 и №4 непрерывного листопркатного стана 1700 при различных соотношениях их упруго-массовых параметров

Из графика следует, что для «разведения» собственных частот системы до соотношения

$\mathcal{E}\Delta\beta > 0,333$ при неизменных $K\theta_{13} = 0,0053$ и $KC_{12} = 0,0308$ есть два пути: обеспечение соотношения $K\theta_{12} \leq 0,125$ (уменьшение момента инерции редуктора не менее чем на 15%) или обеспечение условия $K\theta_{12} > 0,41$, что потребует увеличения момента инерции Θ_2 примерно в 2,9 раза по сравнению с существующим вариантом привода. Эти результаты хорошо согласуются с полученными ранее [3] для этих клеток данными о том, что для «разведения» частот системы до уровня $\mathcal{E}\Delta\beta = 0,70 - 0,75$ необходимо изменение Θ_2 в два – два с половиной раза. Особенно интересным представляется вариант, связанный с технически возможным незначительным (всего на 15 %) уменьшением момента инерции редуктора Θ_2 .

На втором этапе исследования проанализировали влияние возможного изменения соотношения жесткостей C_1 и C_2 на относительную разность частот МС при неизменном соотношении моментов инерции МС (параметры МС $K\theta_{13} = 0,0053$ и $K\theta_{12} = 0,1420$). Установлено, что при существующих $K\theta_{12}$ и $K\theta_{13}$ для «разведения» собственных частот системы до соотношения $\mathcal{E}\Delta\beta > 0,333$ (точка R1 на графике рис. 2) есть два варианта изменения УМП: обеспечение соотношения $KC_{12} \leq 0,0262$ (уменьшение жесткости C_2 реальных МС не менее чем на 15%) или достижение соотношения $KC_{12} \geq 0,0647$, что потребует увеличения существующей жесткости C_2 примерно в 2,1 раза.

На третьем этапе исследования было изучено влияние одновременно изменения соотношения жесткостей C_1 , C_2 и моментов инерции Θ_1 , Θ_2 на относительную разность частот рассматриваемой МС. Проанализированы два варианта изменения параметров: первый уменьшение жесткости C_2 на 15 % ($KC_{12} = 0,0262$) и одновременное изменение Θ_2 в диапазоне от 0,2 до 5,0 его номинального значения ($K\theta_{12}$ изменяется от 0,025 до 0,70). Этому варианту соответствует кривая, показанная точками на рис.2. Вариант второй – увеличение жесткости C_2 примерно в 2,1 раза по сравнению с существующей в МС реальных клеток ($KC_{12} = 0,0647$) и одновременное изменение Θ_2 в вышеуказанном диапазоне – пунктирная кривая на рис.2.

Из полученных данных видно, что в двух рассмотренных вариантах изменения параметров МС соотношение моментов инерции Θ_1 и Θ_2 по-разному влияет на относительную разность частот системы. По первому варианту – при уменьшенной на 15 % жесткости связи C_2 – уменьшение момента инерции Θ_2 по сравнению с Θ_1 ($K\theta_{12} < 0,142$) приводит к "разведению" собственных частот системы во всем исследованном диапазоне значений. Увеличение Θ_2 в диапазоне $0,142 < K\theta_{12} < 0,450$ приводит к уменьшению относительной разности частот МС до опасного, с точки зрения развития биений соотношения $\mathcal{E}\Delta\beta < 0,333$. Дальнейшее увеличение момента инерции Θ_2 ($K\theta_{12} > 0,450$) приводит к расхождению частот МС, что уменьшает склонность МС к развитию биений.

При увеличении жесткости C_2 примерно в 2,1 раза по сравнению с существующей в реальной МС (второй вариант) уменьшение момента инерции Θ_2 по сравнению с Θ_1 приводит в диапазоне $0,070 < K\theta_{12} < 0,142$ к сближению частот МС – система становится склонной к биениям ($\mathcal{E}\Delta\beta < 0,333$). Дальнейшее уменьшение момента инерции редуктора Θ_2 ($K\theta_{12} < 0,07$) приводит к расхождению частот МС и уменьшению ее склонности к развитию биений – $\mathcal{E}\Delta\beta$ становится больше 0,333. Увеличение момента инерции Θ_2 во всем исследованном диапазоне ($0,142 < K\theta_{12} < 0,7$) приводит к расхождению частот МС и, соответственно, уменьшает склонность МС к развитию биений.

Таким образом, в исследованном диапазоне изменения параметров МС возможна реализация четырех вариантов "разведения" её частот и уменьшения склонности к биениям за счет изменения одного из УМП и шести вариантов комплексного изменения параметров МС, уменьшающих склонность системы к развитию биений. Окончательный выбор рационального варианта улучшения динамических свойств рассматриваемой

системы зависит от результатов технико–экономического анализа вариантов изменения УМП системы.

Выводы/

1. Получены зависимости, связывающие частотные характеристики трехмассовой рядной механической системы с соотношениями ее упруго–массовых параметров. Зависимости удобны при исследованиях, связанных с анализом влияния возможного изменения параметров подобной системы на ее частотные и динамические свойства.

2. На основе полученных зависимостей уточнены результаты выполнявшегося ранее анализа частотных свойств главных линий рабочих клетей №3 и №4 непрерывного листопрокатного стана 1700 и пути возможного улучшения их динамических свойств.

3. Для выбора рационального варианта улучшения динамических свойств рассматриваемой системы необходим технико–экономический анализ возможных вариантов изменения ее конструктивных параметров в комплексе с исследованием особенностей развития в ней динамических нагрузок при реализуемых на практике вариантах нагружения системы.

1. *Кожевников С.Н.* Динамика нестационарных процессов в машинах. – К.: Наукова думка, 1986. – 288 с.
2. *Большаков В.И.* Методика исследования динамики приводов металлургических машин // Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2000. – № 3. – С. 72–78.
3. *Большаков В.И., Буцукин В.В.* Особенности динамических нагрузок в главных линиях рабочих клетей стана 1700 // Защита металлургических машин от поломок: Межвуз. темат. сб. научн. трудов ПГТУ. – Мариуполь, 1997. – Вып.2. – С. 25 – 32.
4. *Голубенцев А.Н.* Интегральные методы в динамике. К.: Техніка. 1967. – 350 с.
5. *Большаков В.И., Буцукин В.В.* Исследование динамики привода наклона конвертера // Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2001. – № 1. – С. 96–101.
6. *Вернев В.В., Скичко П.Я., Кулибаба С.М.* Частотные характеристики главных линий клетей непрерывных широкополосных станов горячей прокатки // Мет. машиновед. и рем. оборуд.: Темат. отр. сб. – М.: Металлургия, 1979. – Вып. 8. – С. 49–51.
7. *Большаков В.И., Буцукин В.В.* Оценка возможности развития биений в реальных системах приводов тяжелых машин // Вісник Приазовського державного технічного університету: Зб. наук. праць / ПДТУ.– Маріуполь, 2001.–Вип. 11. – С. 134 – 137.

Статья рекомендована к печати д.т.н., проф. С.М.Жучковым