

**И.Ю.Приходько, А.А.Сергеенко, В.В.Разносилин**

**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ  
МАТЕРИАЛОВ СО СЛОЖНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ РЕОЛОГИЧЕСКИХ  
СВОЙСТВ ОТ ПАРАМЕТРОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ**

Предложен новый алгоритм определения сопротивления деформации материалов с немотонной зависимостью реологических свойств (сопротивления деформации) от параметров деформирования (температура, степень и скорость деформации).

**Современное состояние вопроса.** Одним из возможных методов расчета сопротивления деформации материалов, который бы учитывал скорость, температуру и степень деформации, является вычисление сопротивления деформации с использованием экспериментальных данных, полученных в ходе пластометрических испытаний методом множественной интер- и экстраполяции трехмерного массива данных – функции трех параметров:  $\sigma=f(\varepsilon, U, T)$ , где  $\varepsilon$  – степень деформации (%),  $U$  – скорость деформации ( $\text{с}^{-1}$ ),  $T$  – температура деформации ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Особое значение приобретает использование данного метода в тех случаях, когда изменение реологических свойств материала носит немотонный характер и когда в различных сочетаниях вышеуказанных влияющих факторов характер этих немотонных зависимостей изменяется. То есть каждый из коэффициентов, выражающих влияние какого-то одного фактора, зависит от других. Такие закономерности изменения сопротивления деформации очень сложно описать аналитическими выражениями, поэтому использование этих зависимостей вызывает высокую погрешность в расчете энергосиловых параметров процессов обработки давлением и, в частности, процесса прокатки. К такого рода материалам, в частности, относятся электротехнические стали высоких групп легирования, например, сталь марки 1511 (содержание кремния 4,06%), изменение реологических свойств которой в условиях холодной прокатки имеет весьма сложный характер (рис. 1, а, б).

Диапазон изменения указанных параметров деформирования зависит от условий испытаний и ограничен возможностями используемых установок для испытаний. При этом шаг изменения параметров может быть как постоянным, так и переменным.

**Постановка задачи.** Описание области определения функции  $\sigma=f(\varepsilon, U, T)$  может быть представлено в следующем виде:

$$\varepsilon \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n], U \in [U_1, U_2, \dots, U_m], T \in [T_1, T_2, \dots, T_k]$$

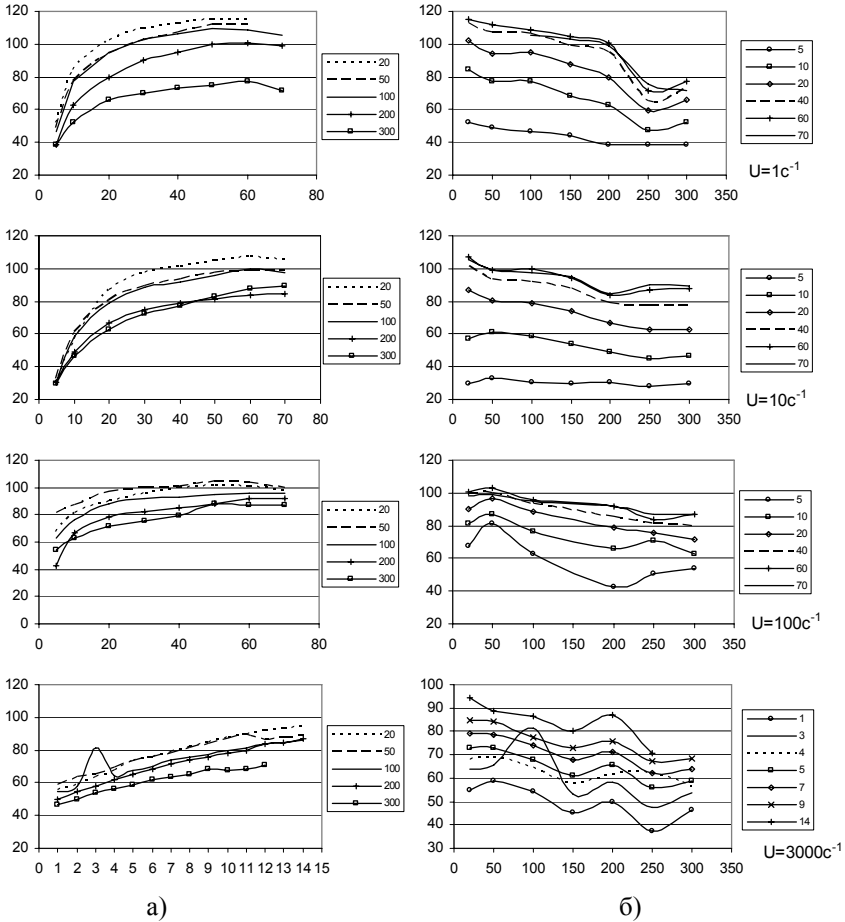


Рис. 1. Изменение сопротивления деформации электротехнической стали 1511 от степени (различная температура образцов) (а), температуры (различная степень деформации образцов) (б), при различных скоростях деформации при холодной прокатке (данные ООО «Уралмаш-металлургическое оборудование»).

**Изложение основных материалов исследования.** Ниже приведено описание метода для отыскания значений функции в тех случаях, когда хотя бы для одного из параметров  $\epsilon_X, U_X, T_X$  выполняются условия вида:  $\epsilon_X \notin \epsilon$ ;  $\epsilon_X \geq \epsilon_I$ ;  $\epsilon_X \leq \epsilon_n$ , т.е. значение параметра не совпадает ни с одним из уже известных значений в области определения функции. На рис. 2 показан случай, когда указанное выше условие выполняется для каждого из параметров  $\epsilon_X, U_X, T_X$ .

Для того, чтобы вычислить значение функции в точке  $(\epsilon_X, U_X, T_X)$  необходимы значения 8-ми соседних с ней точек, в которых значения функции

уже известны. Обозначим эти точки следующим образом:  $\sigma_0=(\varepsilon_0, U_0, T_0), \dots, \sigma_7=(\varepsilon_7, U_7, T_7)$  (рис. 2). Далее, определив функцию линейной интерполяции как:

$$LIN(X_1, Y_1, X_2, Y_2, x) = Y_1 + \frac{x - X_1}{X_2 - X_1} \cdot (Y_2 - Y_1),$$

можно записать алгоритм вычисления  $f(\varepsilon_X, U_X, T_X)$  в виде последовательности 7-ми линейных интерполяций:

$$\begin{aligned} q_0 &= LIN(U_0, \sigma_0, U_4, \sigma_4, U_X); \\ q_1 &= LIN(U_1, \sigma_1, U_5, \sigma_5, U_X); \\ q_2 &= LIN(U_2, \sigma_2, U_6, \sigma_6, U_X); \\ q_3 &= LIN(U_3, \sigma_3, U_7, \sigma_7, U_X); \\ w_0 &= LIN(T_0, q_0, T_3, q_3, T_X); \\ w_1 &= LIN(T_0, q_1, T_3, q_2, T_X); \\ f(\varepsilon_X, U_X, T_X) &= LIN(\varepsilon_0, w_0, \varepsilon_1, w_1, \varepsilon_X) \end{aligned}$$

Из приведенных выше формул следует, что сначала вычисляются значения функции в точках  $(\varepsilon_0, U_X, T_0)$ ;  $(\varepsilon_1, U_X, T_1)$ ;  $(\varepsilon_2, U_X, T_2)$ ;  $(\varepsilon_3, U_X, T_3)$ , т.е. при фиксированном параметре  $U_X$ . Далее вычисляются значения функции в точках  $(\varepsilon_0, U_X, T_X)$ ;  $(\varepsilon_1, U_X, T_X)$ , т.е. при фиксированных параметрах  $U_X, T_X$ . После этого вычисляется значение функции в заданной точке  $(\varepsilon_X, U_X, T_X)$ . Схематично последовательность вычислений показана на рис.3.

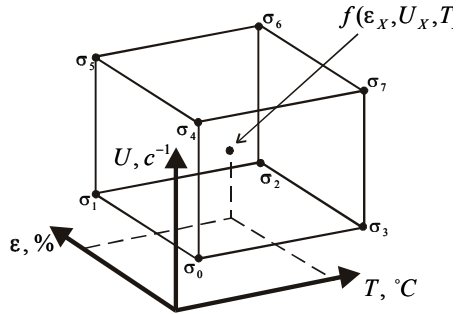


Рис. 2. Схематичное представление области определения функции сопротивления деформации в окрестности дискретных известных экспериментально полученных значений

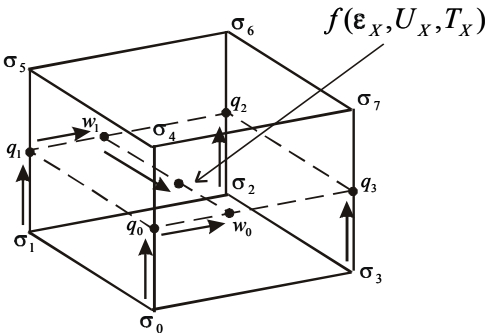


Рис.3.Схема последовательности вычисления значения функции сопротивления деформации в области ближайших дискретных известных значений

Этот метод дает удовлетворительные результаты, если функция между точками  $(\sigma_0, \sigma_3)$ ,  $(\sigma_1, \sigma_2)$  и т.д. для всех граней куба, показанного на

рис.3, является монотонной. В противном случае для получения достоверных результатов необходимо использовать сплайн-интерполяцию, при которой для вычисления промежуточных значений функции используется не две точки, например,  $(\sigma_0; \sigma_3)$ , а множество точек  $(\epsilon_0, U_0, T_i)$ ,  $i=1..k$ .

Для того, чтобы использовать более полный набор экспериментальных данных, необходимо объединять данные, полученные на разных установках для испытаний или данные, полученные при различных условиях испытаний. В связи с тем, что установки для проведения экспериментальных исследований сопротивления деформации могут иметь существенно отличающиеся диапазоны изменения скорости, температуры и степени деформации при объединении таких данных в один массив возникают определенные трудности. При этом в области определения функции  $\sigma=f(\epsilon, U, T)$  возникает множество точек, в которых значения функции неизвестны. В большинстве случаев функция в этих точках может быть восстановлена по уже известным значениям.

В самом простом случае неизвестное значение функции определяется по одной из пар соседних точек с помощью метода линейной интерполяции.

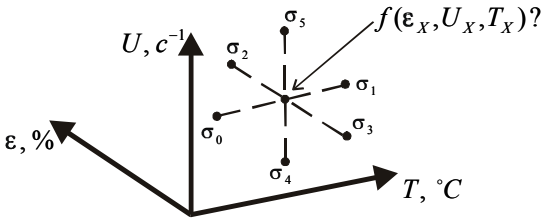


Рис. 4. Простейший случай определения неизвестного значения функции

Интерполируя по каждой паре точек, можно получить различные значения функции, поэтому окончательный выбор пары для вычисления функции производится, исходя из следующих условий:

1. Значение функции в обеих точках должно быть известно;
2. Для каждой пары вычисляется параметр  $K$ . Для пары

$$(\sigma_0; \sigma_1) K = \frac{|T_1 - T_0|}{T_k}, \quad \text{для пары } (\sigma_2; \sigma_3) K = \frac{|\epsilon_3 - \epsilon_2|}{\epsilon_n}, \quad \text{для пары}$$

$$(\sigma_4; \sigma_5) K = \frac{|U_5 - U_4|}{U_m}. \quad \text{Выбирается пара, для которой значение } K \text{ минимально.}$$

В случае, если все три пары соседних точек не могут быть использованы, т.е. в каждой из них отсутствует, как минимум, одно из значений функции, можно вычислить неизвестное значение, используя следующий метод. Приняв один из параметров функции  $\sigma=f(\epsilon, U, T)$  в качестве константы, мы можем изобразить функцию на плоскости в виде нескольких

линий, каждая из которых соответствует другому параметру функции (рис. 5).

Предположим, что необходимо вычислить неизвестное значение функции в точке  $(\varepsilon_1, U_0, T_2)$ . Предполагая, что скорость возрастания функции на участках  $\sigma_0 \dots \sigma_2$  и  $\sigma_1 \dots \sigma_3$  примерно одинакова, можем записать:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \approx \frac{\sigma_4}{\sigma_3}. \text{ Таким образом, } \sigma_4 \approx \frac{\sigma_2 \cdot \sigma_3}{\sigma_1}.$$

В 3-хмерной области определения функции для каждого из неизвестных значений существует 12 троек точек, по которым это значение может быть получено. Каждая такая тройка точек имеет свое значение функции несколько отличающееся от фактического.

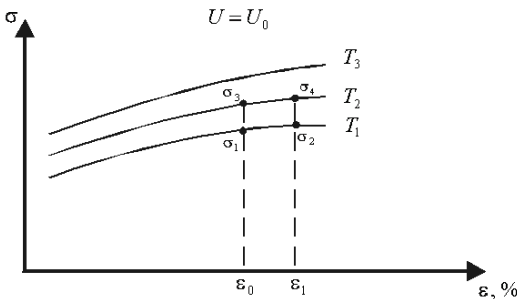


Рис. 5. Схема к определению значения функции, когда отсутствует полный набор (пара) данных на всех трех плоскостях куба области определения

Описанный выше метод вычисления значений функции  $\sigma = f(\varepsilon, U, T)$ , а также методы вычисления отсутствующих значений данной функции реализованы в компьютерной системе WinColdRolling ©. Далее представлен пример объединения двух различных файлов с дискретными экспериментальными данными о сопротивлении деформации стали ЭИ846, полученными при различных условиях, а именно, с различными диапазонами и дискретизацией параметров испытаний  $(\varepsilon_X, U_X, T_X)$ . После объединения файлов некоторые значения функции отсутствовали. На Рис.6 они выделены цветом, а вместо их значений показано «-1». Из рисунка следует, что из 700 точек неизвестны значения функции в 60-ти точках. На рис.7 показан график функции при фиксированном параметре  $U=90 \text{ с}^{-1}$ . Отсутствующие значения (разрывы) кривых показаны как «провалы» функции в точках  $T=70^\circ\text{C}$  и  $T=120^\circ\text{C}$ . Те же самые графики, но после вычисления отсутствующих значений функции показаны на рис.8. Из рисунка видно, что «провалы» в функции исчезли.

Редактор пластометрических данных - C:\OPL.PL2WinColdRolling 2.0.28\split 2.csv

Файл

Таблица | Графики | Разное

U=80	0	10	20	30	40	50	55	60	65	70
20	59.36	90.34	105.1	116.6	126.5	135.4	139.5	143.4	147.2	150.8
70	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
100	39.14	60.22	70.34	78.34	85.22	91.37	94.23	96.98	99.63	102.2
120	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
170	34.11	52.78	61.78	68.93	75.09	80.6	83.17	85.64	88.03	90.33
220	33.39	51.81	60.7	67.78	73.88	79.34	81.9	84.35	86.72	89
270	33.73	52.43	61.47	68.67	74.89	80.46	83.06	85.56	87.97	90.31
320	34.3	53.37	62.61	69.96	76.31	82	84.66	87.22	89.68	92.07
370	34.36	53.49	62.76	70.14	76.51	82.23	84.9	87.47	89.95	92.34
400	33.84	52.7	61.83	69.11	75.39	81.03	83.66	86.19	88.63	91
U=90	0	10	20	30	40	50	55	60	65	70
20	59.77	90.94	105.7	117.4	127.4	136.2	140.3	144.3	148.1	151.8
70	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
100	39.31	60.47	70.61	78.64	85.55	91.71	94.59	97.35	100	102.6
120	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
170	34.19	52.9	61.92	69.08	75.24	80.76	83.34	85.82	88.2	90.51
220	33.43	51.87	60.78	67.86	73.97	79.44	82	84.45	86.82	89.11
270	33.75	52.46	61.52	68.72	74.94	80.51	83.11	85.61	88.03	90.36
320	34.31	53.39	62.63	69.98	76.33	82.02	84.68	87.24	89.71	92.1
370	34.36	53.5	62.76	70.15	76.52	82.24	84.91	87.48	89.96	92.35
400	33.84	52.7	61.83	69.11	75.39	81.03	83.66	86.2	88.64	91
U=100	0	10	20	30	40	50	55	60	65	70
20	60.15	91.49	106.4	118.1	128.1	137	141.1	145.1	148.9	152.6
70	44.46	68.13	79.45	88.39	96.07	102.9	-1	109.2	-1	114.9
100	39.46	60.68	70.86	78.92	85.84	92.02	94.91	97.67	100.3	102.9
120	37.26	57.41	67.09	74.76	81.36	87.25	-1	92.64	-1	97.64
170	34.26	53	62.04	69.21	75.39	80.91	83.49	85.97	88.36	90.67
220	33.48	51.93	60.85	67.94	74.05	79.53	82.08	84.54	86.91	89.2
270	33.78	52.5	61.55	68.76	74.98	80.55	83.16	85.66	88.08	90.41
320	34.33	53.47	62.71	70.06	76.41	82.12	84.77	87.29	89.71	92.07
370	34.38	53.59	62.85	70.21	76.58	82.29	84.96	87.53	89.99	92.36
400	33.86	52.73	61.84	69.12	75.4	81.04	83.67	86.21	88.65	91

U = 0  
T = 0  
E = 0

Метод интерполяции:  
 линейная = 0  
 сплайнами = 0

Использовать подсетку Отсутствует [60 (8.571%)] значений из [700]

Перерисовать Заполнить

Рис. 6. Рабочее окно модуля обработки экспериментальных данных о сопротивлении деформации с отсутствующими значениями

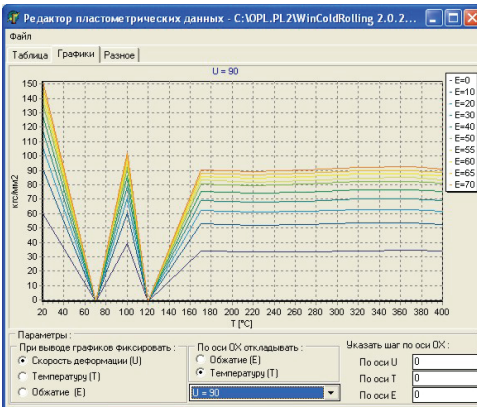


Рис. 7. Рабочее окно модуля графического представления экспериментальных данных о сопротивлении деформации с «провалами» в местах отсутствующих значений

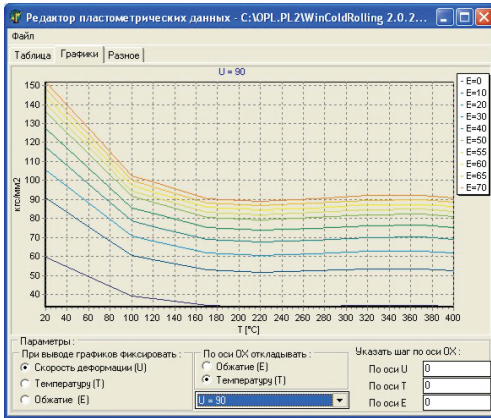


Рис. 8. Рабочее окно модуля графического представления экспериментальных данных о сопротивлении деформации с заполненными по изложенному алгоритму значениями

### **Выводы.**

Разработан новый алгоритм определения сопротивления деформации для металлов с немотонной зависимостью реологических свойств (сопротивления деформации) от параметров деформирования (температура, степень и скорость деформации). Для таких случаев при решении задачи определения сопротивления деформации и наличии дискретных экспериментальных (пластометрических) данных предложен метод их многомерной интер- и экстраполяции.

*Статья рекомендована к печати  
докт.техн.наук, проф. Г.В.Левченко*