вектору намагніченості за умови максимального магнітного потоку, і більше, ніж у існуючої моделі на 10,8 %); пульсація $\varepsilon = 0,415\%$.

1. *Поливанов К. М.* Теоретические основы электротехники: часть 3. – М.:Энергия,1975. – 120 с.
2. *Тозони О.В., Маергойз И.Д.* Расчет трехмерных электромагнитных полей. –Киев: Техника,1974.– 352 с.
3. *Верлань А.Ф., Сизяков В.С.* Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. – Киев: Наукова думка, 1978. – 292 с.
4. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.:Наука,1981. – 720 с.
5. *Жильцов А.В., Сорокин Д.С.* Синтез магнитной системы линейного двигателя с постоянными магнитами // Зб. наук. пр. ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАН України. – К.:2010. – Вып.55. – С.3–11.
6. *Стадник И. П.* Методы и алгоритмы синтеза магнито- и электростатических полей: Дисс… док. тех. наук: 05.09.05. – Симферополь, 1987. – 369 с.

*Поступила 11.10.2010р.*

УДК 681.142 + 519.4

О.Д. Глухов

# ПРО ПЛАНАРНІ КВАЗІВИПАДКОВІ ГРАФИ ПУАССОНІВСЬКОГО ТИПУ

В роботі розглядається задача оцінки зв'язності планарних квазівипадкових графів.

В работе рассматривается задача оценки связности планарных квазислучайных графов.

In this paper we study the problem of estimating the connectivity of planar quasi-random graphs.

Квазівипадковим графом (або частково-випадковим графом) на основі звичайного графа $G$ з множиною $G^0$ вершин і множиною $G^1$ ребер, $|G^0| = n, |G^1| = m,$ називається граф $G(p)$ з випадковою множиною ребер $U = (G(p))^1$, де $Prob(u \in U) = p$, якщо $u \in G^1$, $Prob(u \in U) = 0$, якщо $u \notin G^1$. Тут розглядаються квазівипадкові графи пуассонівського типу, для яких виконується умова: $p = 1 - \alpha / m$, де $\alpha$ - деяка константа. Такі графи були введені в статті [1] для моделювання дискретних систем, структура яких може змінюватись внаслідок випадкового розриву частини зв'язків. В даній роботі розглядається задача оцінки ймовірності $P$ зв'язності графа $G(p)$ у випадку, коли граф $G$ є планарним 3-зв'язним графом.

У випадку, коли $G$ - 3-зв'язний граф, для ймовірності $P$ справедлива оцінка [1]:

$$1-P \le \sum_{k=3}^{m} \sigma_k \, q^k \ ,$$

де $q = 1-p$, $\sigma_k = \sigma_k(G)$ - число мінімальних (по включенню) реберних $k$-розрізів графа $G$.

Наступні дві леми дають оцінку числам $\sigma_k(G)$ для планарного 3-зв'язного графа $G$.

Нехай $G$ - зв'язного граф, $A, B \subset G^0$ , $\overline{A} = G^0 \setminus A$; надалі будемо позначати: $G[A]$ - породжений підграф графа $G$ на множині вершин $A$, $E(A,B) = \left|\{(a,b) : a \in A, b \in B, (a,b) \in G^1\}\right|$, $\rho(A,B) = \left|E(A,B)\right|$, $\rho(A) = \rho(A,\overline{A})$.

Спочатку доведемо одну технічну лему.

**Лема 1**. Якщо $M$ - скінчена множина, $|M|=m$, $\{A_j\}_1^k$ - задане сімейство її непустих підмножин, що задовольняє умові:

$(A_i \subset A_j) \vee (A_j \subset A_i) \vee (A_i \cap A_j = \varnothing)$, при $i \neq j$ то $k \le 2m-1$.

**Доведення.** Застосуємо індукцію по числу $m$. Для $m=1$ твердження леми очевидне. Нехай для усіх $p$, $p<m$ лема вірна і нехай $\{B_j\}_1^s$ - сімейство максимальних по включенню відмінних від $M$ підмножин із заданого сімейства множин $\{A_j\}_1^k$. Якщо $s=1$ то маємо нерівність

$$k \le 1 + 2\left|B_1\right| - 1 \le 1 + 2(m-1) - 1 = 2m-2 \ .$$

Якщо $s \ge 2$, то за припущенням індукції маємо наступну нерівність:

$$k \le 1 + \sum_{i=1}^{s}(2\left|B_i\right| - 1) \le 1 + 2\sum_{i=1}^{s}\left|B_i\right| - s \le 1 + 2m - 2 = 2m-1 \ .$$

Таким чином лема доведена.

**Лема 2.** Якщо $G$ - планарний 3-зв'язний граф, то $\sigma_3(G) < 2n \le (4/3)m$.

**Доведення.** Зауважимо спочатку, що кожен мінімальний розріз $U$ зв'язного графа $G$ є кограницею, тобто для деякого $A \subset G^0$ $E(A,\overline{A}) = U$. Тому кожному 3-розрізу $U$ графа $G$ поставимо у відповідність єдину множину $A \subset G^0$, $\rho(A) = U$, де $|A| \le n/2$ ( у випадку, коли $|A| = n/2$, вибір між двома підмножинами $A, \overline{A}$ довільний). Далі буде доведено, що множина $\{A_j\}_1^k$ таких підмножин $G^0$, що $A_i \subset G^0$, $\left|A\right| \le n/2, \ \rho(A) = 3$, задовольняє умовам леми 1 і тому число таких підмножин, а отже і число 3-розрізів не більше $2n-1$.

Припустимо протилежне, що множина $\{A_j\}_1^k$ не задовольняє умовам леми 1 і отже існують такі підмножини $A, B \subset G^0$, що

$\left|A\right| \le n/2, \left|B\right| \le n/2, \rho(A) = \rho(B) = 3$, $(A_i \not\subset A_j) \wedge (A_j \not\subset A_i) \vee (A_i \cap A_j \ne \varnothing)$.

Позначимо наступні множини:

$$M_1 = A \cap B,\ M_2 = A \setminus B,\ M_3 = B \setminus A,\ M_4 = G^0 \setminus (A \cup B).$$

Очевидно, що $M_1 \ne \varnothing,\ M_2 \ne \varnothing,\ M_3 \ne \varnothing$; покажемо, що також і $M_4 \ne \varnothing$. Дійсно, якщо б $M_4 = \varnothing$, то мала б місце рівність $\left|A \cup B\right| = n$, звідки, враховуючи, нерівності $\left|A\right| \le n/2, \left|B\right| \le n/2$, випливало, що $A_i \cap A_j = \varnothing$. Також позначимо: $m_{ij} = m_{ji} = \rho(M_i, M_j),\ i, j = 1,2,3,4.$

За умовою леми маємо наступні співвідношення:

$\rho(A) = m_{13} + m_{23} + m_{14} + m_{24} = 3$,

$\rho(B) = m_{12} + m_{23} + m_{14} + m_{34} = 3$,

$m_{12} + m_{13} + 2m_{14} + 2m_{23} + m_{24} + m_{34} = 6$

$m_{12} + m_{23} + m_{24} \ge 3$, $m_{13} + m_{23} + m_{34} \ge 3$,

$m_{12} + m_{14} + m_{13} \ge 3$, $m_{14} + m_{24} + m_{34} \ge 3$.

З цих співвідношень одразу випливає, що $m_{23} = m_{14} = 0$. Таким чином, отримуємо наступні співвідношення:

$m_{13} + m_{24} = 3$,

$m_{12} + m_{34} = 3$,

$m_{12} + m_{13} \ge 3$,

$m_{12} + m_{24} \ge 3$,

$m_{13} + m_{34} \ge 3$,

$m_{24} + m_{34} \ge 3$.

З цих співвідношень випливає, що $m_{12} = m_{13} = m_{24} = m_{34} = 1{,}5$, що очевидно не можливо.

Отже, враховуючи лему 1, маємо, що $\sigma_3(G) < 2n \le (4/3)m$.

**Лема 3.** Якщо $G$ - простий ( без петель і кратних ребер) планарний 3-зв'язний граф, то при $k \ge 4$ має місце наступна нерівність:

$$\sigma_k(G) \le \frac{1}{2k}(2m)^{k/2} .$$

**Доведення**. Дійсно, нехай $G^*$ - граф, дуальний до графа $G$. Тоді для числа $z_k(G^*)$ циклів довжини $k$ графа $G^*$, вірна нерівність $z_k(G^*) \le (1/2k)tr(A^k) = (1/2k)\sum_{i=1}^{n}\lambda_i^k$, де $A$ – матриця суміжності, а $\{\lambda_i\}_1^n$ – спектр графа $G^*$ [2]. Врахувавши нерівність Єнсена: $(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i^k)^2 \le (\sum_{i=1}^{n}\lambda_k^2)^k$, де $k \ge 2$, отримаємо необхідну оцінку для числа $z_k(G^*)$, а отже і для числа $\sigma_k(G)$.

За допомогою даних двох лем можна довести наступне твердження.

**Теорема.** Якщо *G(p)* – квазівипадковий граф пуассонівського типу на основі 3-зв'язного планарного графа *G*, то для ймовірності *P* його зв'язності вірна наступна оцінка:

$$P \geq 1 - cm^{-2},\ \text{де } c \text{ –деяка стала.}$$

**Доведення.** Для доведення теореми скористаємось нерівністю $1 - P \leq \sum_{k=3}^{m} \sigma_k q^k$ і візьмемо до уваги оцінки для $\sigma_k(G)$, які встановлені лемами 1 та 2. Маємо нерівності:

$$1 - P \leq \sum_{k=3}^{m} \sigma_k q^k = \frac{4\alpha^3}{3} m^{-2} + \frac{1}{2} \sum_{k=4}^{m} \frac{2^{k/2} \alpha^k}{k} m^{-k/2}.$$

Оскільки $\alpha$ – стала, будемо вважати, що має місце нерівність $m \geq 8\alpha^2$ і тому вірна нерівність $u_{k+1} \leq u_k / 2$, де $u_k = \frac{2^{k/2} \alpha^k}{k} m^{-k/2}$, а значить $\sum_{k=4}^{m} u_k < 2u_4$. Остаточно отримуємо наступні нерівності:

$$1 - P < \frac{4\alpha^3}{3} m^{-2} + \frac{2^2 \alpha^4}{4} m^{-2} = cm^{-2},$$

з яких випливає твердження теореми.


1. *Глухов О.Д., Коростіль Ю.М.* Структурна безпека складних дискретних систем при випадкових відмовах. -Моделювання та інформаційні технології. Збірник наукових праць ІПМЕ НАНУ, вип. 27, Київ, 2004, с. 91-95.
2. *Цветкович Д., Дуб Н., Захс Х.* Спектры графов. Теория и применение.-Киев: Наукова думка, 1984. -384 с.


*Поступила 4.10.2010р.*

УДК. 621.38; 536.5

И.В.Мирошниченко

## АДАПТАЦИЯ В ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

In IMS most expedient is outwardly-internal adaptation, the example of which are structural methods of increase of exactness, and, in less degree, inwardly-internal adaptation. For STD the use of all four types of adaptation is possible.

Научной основой при анализе многих физических процессов в различных сферах человеческой деятельности, называемых проблемными предметными областями - Problem area (PRAR), является создание

 