

Моделі термомеханіки багатокомпонентних деформівних твердих тіл

Олександр Гачкевич¹, Ростислав Терлецький²

¹ д. ф.-м. н., професор, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, Україна, 79060, e-mail: dept13@iapmm.lviv.ua; Інститут математики та фізики Політехніки Опольської, вул. Любошицька, 3, Опольце, Польща, 45-370, e-mail: O.Nachkevych@po.opole.pl

² д. ф.-м. н., с. н. с., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, Україна, 79060, e-mail: dept13@iapmm.lviv.ua

Зроблено короткий огляд і проаналізовано особливості теорій, що описують термомеханічну поведінку багатокомпонентних деформівних твердих тіл, зокрема, гомогенних твердих сумішей. Окремо виділено моделі для дослідження взаємозв'язаних механічних, теплових, дифузійних та електромагнітних процесів у тілах різної електропровідності та здатності до поляризації й намагнічення.

Ключові слова: багатокомпонентне тверде тіло; термодинамічна теорія суміші; електромагнітне поле; взаємозв'язані електромагнітні, механічні, теплові та дифузійні процеси.

Вступ. У літературі багатокомпонентними середовищами вважають структурно-неоднорідні середовища, що є сумішшю двох або більше складників — компонентів (хімічно різнорідних речовин) [1-9]. Розрізняють гетерогенні та гомогенні тверді суміші [2, 3, 7-12]. Для перших характерна наявність макроскопічних (відносно молекулярних масштабів) неоднорідностей чи включень і поверхонь розділу складників — фаз, що різняться фізичними властивостями. Фаза в такому сенсі може бути утворена одним чи кількома компонентами, а згадані суміші розглядаються як багатокомпонентні. Прикладами таких сумішей, зокрема, є композитні та пористі (насичені чи ненасичені) матеріали [3, 5-7, 13, 14]. Частіше під багатокомпонентними твердими тілами розуміють гомогенні тверді суміші, складники яких — компоненти розмішані та взаємодіють на молекулярному чи атомарному рівнях (поверхні розділу складників відсутні). До них відносять тверді тіла з домішками, сплави, тверді розчини (однофазні кристалічні чи аморфні тверді речовини змінного складу з двох або більше компонентів) [3, 15-17]. Моделі саме таких багатокомпонентних твердих тіл є об'єкт розгляду цієї статті.

Використання функціональних елементів машин і приладів, які виготовлені з багатокомпонентних матеріалів, в умовах сучасних інтенсивних комплексних навантажень (механічних, теплових, електромагнітних) обумовлює необхідність дослідження термомеханічної поведінки цих елементів за такої зовнішньої дії. Ця поведінка суттєво залежить від локальної структури елементів, процесів просторового перерозподілу тепла та маси [18, 19]. Кількісний опис і прогнозування властивостей тіл

зі згаданих матеріалів ґрунтується на теоретичних моделях механіки суцільного середовища, які в рамках континуальних уявлень враховують взаємозв'язок фізико-механічних полів у тілах складної внутрішньої структури. Опис взаємозв'язаних полів різної фізичної природи в твердих тілах найбільш строго та послідовно здійснюється методами нерівноважної термодинаміки [2, 10, 20-26]. При цьому використовують два способи термодинамічного опису — статистичний [27-30] і феноменологічний [2, 10, 21, 23, 31]. Статистичний опис є адекватніший, ніж феноменологічний, оскільки балансові співвідношення для макроскопічних (спостережуваних) величин за феноменологічного підходу постулюють, а за статистичного виводять із урахуванням будови тіла та специфіки взаємодій у ньому. Використання лише феноменологічного підходу, зокрема, у випадку багатокомпонентних тіл зі складною внутрішньою структурою та міжкомпонентною взаємодією може приводити до втрати точності опису. Тому згадані підходи за термодинамічного опису взаємозв'язаних процесів у твердих тілах використовують як взаємодоповнюючі. При цьому статистичний підхід ефективно застосовують для отримання деяких співвідношень макроскопічних моделей, зокрема, балансових співвідношень, рівнянь термодинамічного стану та для розрахунку характеристик, що описують рівноважні та нерівноважні властивості тіла. Застосування статистичних методів під час побудови макроскопічних моделей дозволяє встановити тісніший зв'язок між макро- та мікроскопічними параметрами, що особливо важливо для багатокомпонентних тіл.

1. Термодинамічні моделі твердих сумішей

Опис методами механіки суцільного середовища багатокомпонентних твердих тіл (гомогенних твердих сумішей) базується на започаткованій в 1957-1960 роках у працях С. Truesdell [32, 33] термодинамічній теорії суміші, яка надалі набула розвитку в численних працях інших авторів, зокрема, в [3, 5, 7-9, 12, 34-40]. Нова бібліографія цього напрямку міститься в працях [41-44]. Теорія сумішей пов'язана з введенням поняття взаємопроникних багатошвидкісних континуумів. Багатошвидкісний континуум є сукупність (суперпозиція) певного числа (за кількістю компонентів) матеріальних континуумів, кожний з яких займає той самий об'єм, що й суміш. Для всіх континуумів виконується принцип неперервності [3, 5, 31]. Характерною особливістю цієї теорії є те, що для кожного компонента вводять відповідні макроскопічні параметри та формулюють парціальні рівняння збереження маси, імпульсу, моменту імпульсу, енергії та будують парціальні визначальні рівняння [4, 31]. Така теорія дозволяє послідовно описувати відносний рух окремих компонентів тіла й інші процеси, пов'язані, зокрема, з перенесенням маси та тепла. Вивчення механічної поведінки багатокомпонентного тіла зводиться до розгляду руху матеріальних континуумів, які взаємодіють, обмінюючись масою (за хімічних реакцій), кількістю руху, моментом кількості руху, енергією й ентропією. Термодинамічні аспекти цієї теорії пов'язані з використанням підходів раціональної нерівноважної термодинаміки [24, 26].

Теорія суміші базується на трьох положеннях: 1) усі властивості суміші є наслідок властивостей її окремих компонентів; 2) рух кожного компонента

незалежний від руху решти; 3) балансові рівняння для суміші в цілому мають таку ж структуру, як і рівняння балансу для однокомпонентного тіла (ці рівняння повинні бути формально еквівалентні). Останнє твердження за відомої густини та середньомасової швидкості суміші дозволяє визначити параметри суміші через введені параметри компонентів. Слід зауважити, що теорія суміші С. Truesdell була прийнята більшістю дослідників у тій частині, що стосується балансових співвідношень маси, імпульсу й енергії. Найдокладніше принципи їх побудови викладені в монографіях [5, 31]. Однак виникли розбіжності щодо опису термічних ефектів [3, 31, 45], а саме, відносно формулювання другого закону термодинаміки (у формі нерівності Клаузіуса-Дюгема) для кожного компонента [46, 47] чи для суміші загалом [32], а також стосовно температури — є одна чи різні температури окремих компонентів [48, 49]. У найновіших працях [41-43] переважає думка, що обмеження на структуру визначальних рівнянь для компонентів, які накладаються нерівністю Клаузіуса-Дюгема для суміші в цілому, є достатні. Для станів суміші, які мало відхиляються від термодинамічної рівноваги, можна прийняти, що температури всіх компонентів однакові.

Використання теорії суміші для опису термомеханічної поведінки гомогенних твердих сумішей пов'язане з рядом суттєвих спрощень. Зокрема, застосовують одношвидкісне (дифузійне) наближення [2, 4, 10, 12, 50, 51], за якого конфігураційні (деформаційні) та кінематичні характеристики твердої суміші пов'язують з аналогічними характеристиками континуума центрів мас, а швидкості відносного руху компонентів (що характеризують дифузійний рух у твердому тілі та є малі) враховують лише при визначенні концентрацій компонентів. При цьому нехтують динамічними й інерційними ефектами, які пов'язані зі швидкістю дифузії. Процеси масоперенесення у твердій суміші моделюють із використанням тензорного хімічного потенціалу, що обумовлює побудову парціальних визначальних рівнянь [31]. Послідовне використання одноконтинуумного наближення під час отримання визначальних рівнянь здійснюють для сумішей, у яких процеси масоперенесення описують із використанням скалярного хімічного потенціалу. Це, зокрема, тверді суміші, з, так звані, домінантним компонентом — скелетом чи основною матрицею, густина якої суттєво більша за густини інших компонентів [31, 47]. Такі суміші є слабкі тверді розчини домішкових компонентів [31], рух яких розглядають як дифузійний в основній матриці. При цьому швидкість домінантного компонента для твердих сумішей вибирають як характеристичну, а деформацію багатокomпонентного твердого тіла пов'язують із деформацією цього компонента. При побудові визначальних рівнянь вплив складу суміші враховують безпосередньо через концентрації домішкових компонентів і залежність від них фізико-механічних характеристик суміші. Слід зауважити, що крім такого очевидного застосування теорії суміші до опису термомеханічної поведінки гомогенних твердих тіл, концепцію теорії С. Truesdell успішно використовували для моделювання гетерогенних тіл. У цьому контексті слід назвати термодинамічні моделі дифузії у деформівних пористих твердих тілах, запропоновані в працях [31, 46, 52, 53], які застосовували для опису масоперенесення в будівельних матеріалах, зокрема, під час їх осушування. Однак частіше, моделюючи термомеханічну

поведінку гетерогенних твердих сумішей, вживають методи теорії гомогенізації (усереднення), як для композитних [6], так і пористих [5, 14, 54] матеріалів. Найповніше основи механіки гетерогенних середовищ викладені в монографіях Р. Нігматуліна [3, 4] та О. Coussy [55].

У роботі А. Green і Р. Nagdi [37] запропоновано принципово інший підхід до моделювання суміші, який ґрунтується на глобальному описі без введення парціальних величин, пов'язаних з окремими компонентами. Зокрема, вводиться поняття єдиної температури, хоч температури окремих компонентів можуть бути різні.

Перелічені теорії твердих сумішей описують взаємозв'язані процеси в них внаслідок хімічної, механічної та теплової взаємодії між компонентами, що супроводжується обміном масою, імпульсом та енергією. У деяких випадках окремі зі згаданих явищ у суміші відсутні або настільки несуттєві, що ними нехтують. Тоді використовують часткові теорії — із внутрішніми обмеженнями [9, 49]. До них можна віднести теорії сумішей, в яких: а) відсутні хімічні реакції [56]; б) температури компонентів однакові [10, 31, 43, 57]; в) компоненти не дифундують [46, 48].

Теорії твердих сумішей, в яких поряд із перенесенням тепла вивчають перенесення маси та їхній взаємозв'язок, називаються термодифузійними («thermodiffusion»), на відміну від тих, що стосуються сумішей рідин чи газів і мають назву «thermal diffusion» [58]. Механодифузійні теорії [59] досліджують взаємозв'язок процесів деформування з процесами перенесення маси, зокрема, механо-дифузійні («elasto-diffusion») та дифузійно-механічні («diffuso-elasto») явища [60-62]. Дослідження у взаємозв'язку процесів перенесення тепла, маси та деформування — об'єкт теорії механотермодифузії [63, 64] чи термодифузії деформівних твердих тіл [58].

Поряд із згаданими теоріями твердих сумішей окреме місце займає теорія твердих розчинів [11, 12, 20], яка є одношвидкісна (дифузійна) теорія. У ній для побудови визначальних рівнянь (рівнянь стану та кінетичних співвідношень), які характеризують ситуацію у фізично малих елементах багатоконцентного тіла в цілому (елементів континуума центрів мас), використовують гіпотезу локальної термодинамічної рівноваги та методи термодинаміки нерівноважних процесів (локально-рівноважної термодинаміки) [2, 21, 25]. Процеси масоперенесення моделюють із використанням скалярного хімічного потенціалу. Побудова теорії деформівних твердих розчинів для термодифузії чи механотермодифузії пов'язана з працями Я. Підстригача та його наукової школи. У працях [65-67] уперше запропоновано моделі механіки суцільного середовища, в яких враховано фізичні процеси дифузійного типу. У роботах [15, 68] запропоновано моделі дво- та n -компонентних твердих розчинів (у наближенні лінійного термопружного тіла), які описують ряд відомих явищ, зумовлених взаємозв'язком процесів деформування, перенесення тепла та дифузії розчиненої речовини, зокрема, так званий, «ефект Горського» [69, 70]. Вплив дифузійних процесів на напружений стан тіла в цих моделях враховують через концентраційні напруження [71-73], зумовлені нерівномірним розподілом розчиненої речовини. Надалі такі моделі узагальнили з урахуванням можливої зміни стану домішкових компонентів Я. Бурак, Б. Галапац та Є. Чапля [74, 75].

Різні феноменологічні моделі термодифузії та механотермодифузії в деформівних твердих розчинах чи пружних деформівних твердих тілах із малою

концентрацією розчиненої речовини (твердих тілах із домішками) запропоновані в роботах [20, 51, 72, 76-79], з урахуванням в'язкопружної поведінки тіла для середовищ швидкісного типу — в [80-85], а для середовищ з пам'яттю — в [64].

Математичні моделі термомеханіки бінарних твердих деформівних розчинів, у яких використовують наближення динаміки багатошвидкісного континуума та теорії твердих розчинів, з урахуванням ефектів відносного руху компонентів запропоновано Є. Чаплею [17, 86]. На основі локально-градієнтного підходу, започаткованого у працях [87, 88], у роботі [63] Я. Бурак, Є. Чапля та Т. Нагірний отримали вихідні співвідношення локально-градієнтної механотермодифузії.

2. Моделі механотермодифузії твердих тіл, що взаємодіють з електромагнітним полем

Дослідження електромагнітних, теплових, механічних процесів у взаємозв'язку з процесами перенесення маси в деформівних твердих тілах історично було викликане потребами електронної техніки, зокрема, пов'язане зі створенням нових електротехнічних матеріалів (діелектричних, електропровідних, напівпровідникових), а також прогнозуванням електричних, магнітних, теплових і механічних властивостей тіл із чужорідними домішками та вивченням їх термомеханічної поведінки в умовах комплексних навантажень (механічних, теплових, дифузійних та електромагнітних). Відповідні моделі механотермодифузії будували на основі термомеханіки суміші та відомих теорій електромеханічної взаємодії [89, 90]. Так, у роботах [20, 91] розроблено модель n -компонентного електропровідного твердого розчину з зарядженими підсистемами домішок, яка є узагальненням деформаційної моделі електропровідного неполяризованого неферромагнітного тіла [91]. У цій моделі тіло розглядають як суміш n електрично заряджених компонентів (позитивно зарядженої ґратки основного металу, електронів провідності та $(n - 2)$ -ох видів іонів розчиненої домішкової речовини). Перенесення маси в розглядуваному розчині (нехтуючи масою електронів) описували за припущення локальної теплової рівноваги між компонентами з використанням скалярних хімічних потенціалів домішкових компонентів і пов'язували з неоднорідністю розподілу полів концентрацій домішок у тілі, температури, деформацій, термодинамічного електричного потенціалу та силовою дією електромагнітного поля (ЕМП) на заряджені домішкові компоненти. Безпосередній вплив масоперенесення на напружений стан у тілі пов'язували з концентраційними напруженнями. Узагальнення описаної моделі з урахуванням можливої зміни стану домішок (різних шляхів дифузії) здійснено Я. Бураком, Б. Галапацем та Є. Чаплею [74, 75]. Термодинамічні моделі електропровідних сумішей, як рідких, так і твердих, що враховують взаємозв'язок механічних, теплових, дифузійних процесів з електромагнітними, на базі дифузійного наближення розглянуті в працях [10, 21, 31]. Специфіку впливу ЕМП на масоперенесення в цих моделях враховували реактивною дифузією іонних компонентів.

У роботах [92, 93] з використанням підходів раціональної термодинаміки та теорії суміші з домінантним компонентом розроблено термодинамічні моделі електромеханічної взаємодії у деформівному напівпровідному тілі за п'єзоэффекту.

У них тіло розглядають як суміш поляризованої діелектричної матриці (домінантного компонента) та n заряджених компонентів, що можуть утворюватися в тілі. У цих моделях перерозподіл заряду в тілі (за нехтування магнітними ефектами) визначають не тільки процеси генерації носіїв заряду й електронної провідності, а й дифузійний рух іонних компонентів у матриці (іонна провідність).

Вплив постійного електричного поля на процеси масоперенесення в діелектричних тілах (для яких п'єзоелектричні ефекти нехарактерні) вивчали у монографіях [94, 95]. У відомих моделях електродифузії в неорганічних, полімерних і скляних тілах [94, 96] протікання струму в тілі пов'язували з дифузією іонних носіїв, зокрема, домішкових, під впливом діючих на них сил електричного поля.

Численні експериментальні дослідження перенесення речовини в металах у постійному електричному полі (під час пропускання постійного струму) дали змогу виявити та врахувати в розрахункових моделях електроперенесення іонів основного металу чи домішок (в однокомпонентних металах чи в металах із домішками — твердих сплавах) нові явища — захоплення електронами чи електронними дірками дифундуючих іонів — «електронний і дірковий вітри». Ці явища описували рівняннями електродифузії за уточнених (із введенням вимірюваних характеристик) виразів для сил, які діють на іони, що дифундують [97, 98].

У літературі для кількісного аналізу параметрів взаємозв'язаних механотермодифузійних процесів у деформівному електропровідному неферомагнітному тілі з електронейтральними домішками за умов дії ЕМП, запропоновано також розрахункові моделі як узагальнення відомих моделей механотермодифузії. У них вплив ЕМП на масоперенесення враховували через наявні неоднорідні розподіли деформацій і температури (механо- та термодифузійні явища). Так, у роботі [99] для дослідження впливу сильного постійного магнітного поля (що спричинює стан магнітного насичення) на процеси дифузії та термодифузії газової домішки в діачи парамагнітиках використано відомі моделі термодифузії [50] і магнітотермопружності [100]. У праці [101], присвяченій дослідженню впливу індукційного нагрівання на дифузію електронейтрального розплаву в електропровідному тілі та його напружений стан, розрахункову модель будували на основі моделі двокомпонентного твердого розчину [66, 68] і варіанта термомеханіки електропровідних тіл [102].

Ще одне узагальнення моделей термодифузії для парамагнітних тіл із домішками запропонував В. Maruszewski [103, 104]. Тут враховано вплив магнітних властивостей тіла на перенесення маси (магнітотермодифузію) через залежність енергетичних характеристик домішок (хімічних потенціалів) від параметрів магнітного поля в тілі.

Таким чином, у проаналізованих моделях механотермодифузії деформівних багатокомпонентних твердих тіл за умов дії ЕМП перенесення маси пов'язують із дифузією компонентів внаслідок неоднорідного розподілу концентрацій, температури, деформацій і напруженостей електричного чи магнітного полів у тілі, а також із дифузією заряджених (іонних) компонентів під впливом сил ЕМП. Вплив масоперенесення на напружений стан таких тіл враховують через концентраційні напруження, викликані відносною зміною об'єму тіла внаслідок зміни концентрації дифундуючих компонентів.

Література

- [1] Берд Р., Стюарт В., Лайтфут Е. Явления переноса. — Москва: Химия, 1974. — 687 с.
- [2] Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. — Москва: Мир, 1974. — 304 с.
- [3] Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. — Москва: Наука, 1978. — 336 с.
- [4] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2-х т. — Москва: Наука, 1987. — Т. 1. — 464 с.; — Т. 2. — 360 с.
- [5] Слеттери Д. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах. — Москва: Энергия, 1978. — 448 с.
- [6] Хорошун Л. П., Солтанов Н. С. Термоупругость двухкомпонентных смесей. — Киев: Наук. думка, 1984. — 112 с.
- [7] Atkin R. J., Craine R. E. Continuum theories of mixtures. Applications // J. Inst. Math. Appls. — 1976. — Vol. 17. — P. 153-207.
- [8] Atkin R. J., Craine R. E. Continuum theories of mixtures. Basic theory and historical development // J. Mech. & Appl. Math. — 1976. — Vol. 29. — P. 209-214.
- [9] Bowen R. M. Theory of mixtures; Ed. by Eringen A. C. // Continuum physics III. — New York: Academic Press, 1976. — 127 p.
- [10] Гуров К. П. Феноменологическая термодинамика необратимых процессов. — Москва: Наука, 1982. — 128 с.
- [11] Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. — Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1978. — 287 с.
- [12] Седов Л. И. Механика сплошной среды: в 2-х т. — Москва: Наука, 1976. — Т. 1. — 536 с.
- [13] Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. — Москва: Недра, 1984. — 232 с.
- [14] Whitaker S. Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: theory of drying // Advances in Heat Transfer. — New York: Academic Press, 1977. — Vol. 13. — P. 119-203.
- [15] Підстригач Я. С., Павлина В. С. Диффузионные уравнения термодинамических процессов в n -компонентном твердом растворе // Физ.-хим. механика материалов. — 1965. — № 4. — С. 383-389.
- [16] Уэрт Ч., Томсон Р. Физика твердого тела. — Москва: Мир, 1966. — 568 с.
- [17] Чапля Є. Я. Континуально-термодинамічний опис відкритих деформівних систем. Вихідні положення. — Львів, 1995. — 56 с. (Препр. / АН України. Центр мат. моделювання Ін-ту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача; 12-95).
- [18] Физическое материаловедение: в 3-х т.; Под. ред. Кана Р. — Москва: Мир, 1967. — Т. 1. — 333 с.
- [19] Флек Ван Л. Теоретическое и прикладное материаловедение. — Москва: Атомиздат, 1975. — 472 с.
- [20] Бурак Я. Й., Галапац Б. П., Гнідець Б. М. Фізико-механічні процеси в електропровідних тілах. — Киев: Наук. думка, 1978. — 232 с.
- [21] Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. — Москва: Мир, 1964. — 456 с.
- [22] Дей У. А. Термодинамика простых сред с памятью. — Москва: Мир, 1974. — 192 с.
- [23] Коваленко А. Д. Основы термоупругости. — Киев: Наук. думка, 1970. — 307 с.
- [24] Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. — Москва: Мир, 1975. — 592 с.
- [25] Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. — Москва: Мир, 1967 — 544 с.
- [26] Coleman B. D. Thermodynamics of materials with memory // Arch. Rat. Mech. & Anal. — 1964. — Vol. 17, № 1. — P. 1-46.

- [27] *Де Гроот С., Сатторн Л.* Электродинамика. — Москва: Наука, 1982. — 560 с.
- [28] *Квасников И. А.* Термодинамика и статистическая физика. Теория неравновесных систем. — Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1987. — 559 с.
- [29] *Киттель Ч.* Статистическая термодинамика. — Москва: Наука, 1977. — 336 с.
- [30] *Климонтович Ю. Л.* Статистическая физика. — Москва: Наука, 1982. — 608 с.
- [31] *Петров Н., Бранков Й.* Современные проблемы термодинамики. — Москва: Мир, 1991. — 288 с.
- [32] *Truesdell C.* Sulle basi della termomeccanica // Rend. Fis. Acc. Lincei. — 1957. — Vol. 8. — P. 33-38, 158-166.
- [33] *Truesdell C., Toupin R.* The classical field theories. Handbuch der Physik; Ed. by Flugge S. — Berlin: Springer-Verlag, 1960. — Bd. III/1. — P. 226-793.
- [34] *Рущицкий Я. Я.* Элементы теории смеси. — Киев: Наук. думка, 1991. — 160 с.
- [35] *Bedford A., Drumheller D.S.* Theories of immiscible and structural mixtures // Int. J. Eng. Sci. — 1983. — Vol. 21. — P. 863-960.
- [36] *Green A. E., Laws N.* Global properties of mixture // Arch. Rat. Mech. & Anal. — 1971. — Vol. 43. — P. 45-61.
- [37] *Green A. E., Naghdi P. M.* A theory of mixtures // Arch. Rat. Mech. & Anal. — 1967. — Vol. 24. — P. 243-263.
- [38] *Luikov A. V.* Systems of differential equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies (review) // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1975. — Vol. 18. — P. 1-14.
- [39] *Muller I.* A new approach to thermodynamics of simple mixtures // Zeitschrift für Naturforschung. — 1973. — Vol. 28a, № 11. — P. 1801-1813.
- [40] *Uziębło B.* On the first law of thermodynamics for mixtures // Bull. Acad. Pol. Sci. Ser. Sci.-Techn. — 1973. — Vol. 21, № 7/8. — P. 395-402.
- [41] *Faria S. H.* Mixtures with continuous diversity: general theory and applications to polymer solutions // Continuum Mech. Thermodyn. — 1979. — Vol. 70. — P. 235-250.
- [42] *Rajagopal K. R., Tao L.* Mechanics of mixtures. — Singapore: World Scientific, 1995. — 212 p.
- [43] *Samohyl I.* Thermodynamics of reacting mixtures of any symmetry with heat conduction, diffusion and viscosity // Arch. Rat. Mech. & Anal. — 1999. — Vol. 147. — P. 1-45.
- [44] *Wyrwał J.* Termodynamiczne podstawy fizyki budowli. — Opole: Politechnika Opolska, 2004. — 251 s.
- [45] *Costa Mattos H., Martins-Costa M., Saldanha da Gamma R.* On the modelling of momentum and energy transfer in incompressible mixtures // Int. J. Non-Linear Mechanics. — 1995. — Vol. 30. — P. 419-431.
- [46] *Eringen A. C., Ingram J. D.* A continuum theory of chemically reacting media-II // Int. J. Eng. Sci. — 1967. — Vol. 5, № 4. — P. 289-322.
- [47] *Kubic J.* Thermodiffusion flows in a solid with a dominant constituent // Mitt. Inst. Mech. — Ruhr Univ., Bochum: 1985. — № 44. — 51 p.
- [48] *Bowen R. M.* A theory of constrained mixtures with multiple temperatures // Arch. Rat. Mech. & Anal. — 1979. — Vol. 70. — P. 235-250.
- [49] *Bowen R. M., Garcia P. J.* On the thermodynamics of mixtures with several temperatures // Int. J. Eng. Sci. — 1980. — Vol. 18. — P. 63-83.
- [50] *Nowacki W.* Certain problems of the thermodiffusion in solids // Arch. Mech. — 1971. — Vol. 23, № 6. — P. 731-755.
- [51] *Nowacki W., Olesiak Z. S.* Thermodyfuzja w ciałach stałych. — Warszawa: PWN, 1991. — 272 s.

- [52] *Bowen R. M.* Incompressible porous media model by use of the theory of mixtures // *Int. J. Eng. Sci.* — 1980. — Vol. 18. — P. 1129-1148.
- [53] *Kubik J.* The correspondence between equations of thermodiffusion and theory of mixtures // *Acta Mech.* — 1987. — Vol. 70. — P. 51-56.
- [54] *Carbonell R. G., Whitaker S.* Heat and mass transfer in porous media; Ed. by Bear J. and Corapcioglu M. Y. — Dordrecht: Martinus Nijhoff, 1984. — P. 121-198.
- [55] *Coussy O.* Mechanics of porous continua. — Chichester: J. Wiley, 1995. — 472 p.
- [56] *Samohyl I.* Thermodynamics of non-reacting mixtures of any symmetry with heat conduction, diffusion and viscosity // *Int. J. Non-Linear Mechanics.* — 1997. — Vol. 32. — P. 235-240.
- [57] *Wilmanski K.* Modele termodynamiczne osrodkow ciaglych. — Poznan: Politechnika Poznanska, 1985. — 84 s.
- [58] *Olesiak Z. S.* Problems of thermodiffusion of deformable solids // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* — 1998. — Т. 34, № 3. — С. 5-12.
- [59] *Матичак Я. С., Павлина В. С., Федірко В. М.* Дифузійні процеси і механіка матеріалів // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* — 1998. — Т. 34, № 3. — С. 13-23.
- [60] *Aifantis E. C.* On the problem of diffusion in solids // *Acta Mechanica.* — 1980. — Vol. 37, № 3-4. — P. 265-296.
- [61] *Aifantis E. C., Gerberich W. W.* Diffusion of a gas in a linear elastic solids // *Acta Mechanica.* — 1978. — Vol. 29. — P. 169-184.
- [62] *Wilson R. K., Aifantis E. G.* On the theory of stressed-assisted diffusion - I // *Acta Mechanica.* — 1982. — Vol. 45. — P. 273-296.
- [63] *Бурак Я. Й., Нагірний Т. С., Чапля Є. Я.* Про термодинамічні основи теорії локально-градієнтних механотермодифузійних систем // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 1998. — Т. 41, № 1. — С. 62-72.
- [64] *Швець Р. М.* Про деформівність анізотропних в'язкопружних тіл при наявності термодифузії // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 1998. — Т. 41, № 1. — С. 78-89.
- [65] *Підстригач Я. С.* Диференціальні рівняння задачі термодифузії в твердому деформованому тілі // *Доп. АН УРСР.* — 1961. — № 2. — С. 169-173.
- [66] *Підстригач Я. С.* Диффузионная теория деформации изотропной сплошной среды // *Вопросы механики реального твердого тела.* — 1964. — № 2. — С. 71-99.
- [67] *Підстригач Я. С.* Диффузионная теория неупругости металлов // *Прикл. механика и техн. физика* — 1965. — № 2. — С. 67-72.
- [68] *Підстригач Я. С.* Диференціальні рівняння дифузійної теорії деформації твердого тіла // *Доп. АН УРСР.* — 1963. — № 3. — С. 336-340.
- [69] *Конобеевский С. Т.* Диффузия в твердых растворах под влиянием распределенных напряжений // *Журн. эксп. и теорет. физики.* — 1943. — Т. 13, № 12. — С. 200-213.
- [70] *Gorsky W. C.* Theorie der elastischen Nachwirkung in ungeordneten Mischkristallen (Elastische Nachwirkung Zweiter Art.) // *Sow. Phys.* — 1935. — Vol. 8. — P. 457-471.
- [71] *Александров Л. Н.* Концентрационные напряжения вблизи растущего сферического центра новой фазы // *Изв. вузов. Черная металлургия.* — 1962. — № 2. — С. 118-122.
- [72] *Любов Б. Я.* Диффузионные процессы в неоднородных твердых телах. — Москва: Наука, 1981. — 295 с.
- [73] *Любов Б. Я., Фастов Н. С.* Влияние концентрационных напряжений на процессы диффузии в твердых растворах // *Докл. АН СССР.* — 1952. — № 5. — С. 939-941.
- [74] *Бурак Я. И., Галапац Б. П., Чапля Е. Я.* Деформация электропроводных тел с учетом гетеродиффузии заряженных примесных частиц // *Физ.-хим. механика материалов.* — 1980. — № 5. — С. 8-14.

- [75] Бурак Я. И., Галапац Б. П., Чапля Е. Я. Исходные уравнения процесса деформации электропроводных твердых растворов с учетом различных путей диффузии примесных частиц // *Мат. методы и физ.-мех. поля.* — 1980. — № 11. — С. 60-66.
- [76] Лах Ю. В. Дослідження механотермоелектродифузійних процесів в електропровідних елементах конструкцій з врахуванням хімічних перетворень: Дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.02.04. — Львів, 1998. — 179 с.
- [77] Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. О влиянии поверхностных слоев на процесс диффузии и на обусловленное им напряженное состояние в твердых телах // *Физ.-хим. механика материалов.* — 1967. — № 5. — С. 575-583.
- [78] Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. Вариационная форма уравнений теории термодиффузионных процессов в деформируемом твердом теле // *Прикл. математика и механика.* — 1969. — Т. 33, № 4. — С. 774-777.
- [79] Шевчук В. А. Исследование механодиффузионных процессов в деформируемых твердых телах кусочно-неоднородной структуры. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. 01.02.04. Львов, 1991. — 187 с.
- [80] Еремеев В. С. Диффузия и напряжения. — Москва: Энергоатомиздат, 1984. — 182 с.
- [81] Подстригач Я. С., Павлина В. С. Диффузионные процессы в упруговязком деформируемом теле // *Прикл. механика.* — 1974. — Т. 10, № 5. — С. 76-82.
- [82] Швец Р. Н., Дасюк Я. И. К теории деформирования вязкоупругих сред с учетом термодиффузионных процессов // *Докл. АН УССР. Сер. А.* — 1978. — № 2. — С. 150-154.
- [83] Kubic J. The reciprocity theorem in coupled problems of viscoelastic thermodiffusion // *Acta Mechanica.* — 1984. — Vol. 50. — P. 285-290.
- [84] Weitsman I. Stress assisted diffusion in elastic and viscoelastic materials // *J. Mech. & Physics of Solids.* — 1987. — Vol. 1. — P. 73-93.
- [85] Wrobel M. Wariacyjne ujecie sprezonej termodyfuzji w zadaniach lepkosprezystosci // *Z. N. WSI w Opolu, Bud.* 17. — 1984. — S. 301-312.
- [86] Чапля Е. Я. Нелінійні континуальні моделі бінарних систем. — Львів, 1995. — 40 с. (Препр. / АН України. Центр мат. моделювання Ін-ту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача; 13-95).
- [87] Бурак Я. Й. Визначальні співвідношення локально-градієнтної термомеханіки // *Доп. АН УРСР. Сер. А.* — 1987. — № 12. — С. 19-23.
- [88] Бурак Я. И. Локально-градиентный подход в термомеханике электропроводных неферромагнитных тел // *Докл. АН УССР. Сер. А.* — 1988. — № 4. — С. 23-26.
- [89] Hutter K., van de Ven A. A. Field-matter interaction in thermoelastic solids. — *Lecture Notes in Physics.* — Berlin: Springer-Verlag, 1978. — Vol. 88. — 234 p.
- [90] Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф. Моделі термомеханіки намагнетовних і поляризованих електропровідних деформівних твердих тіл // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* — 2004. — Т. 40, № 3. — С. 19-37.
- [91] Исходные уравнения теории деформации электропроводных твердых растворов / Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Галапац Б. П., Гнидец Б. М. // *Мат. методы и физ.-мех. поля.* — 1975. — Вып. 1. — С. 22-29.
- [92] Lorenzi H. G., Tiersten H. F. On the interaction of the electromagnetic field with heat conducting deformable semiconductors // *J. Math. Phys.* — 1975. — Vol. 16, № 4. — P. 938-957.
- [93] Петров Н., Михайлова А., Джупанов В. Термодинамичен модел на деформируемом полупроводник // *Теоретична и приложна механика (София).* — 1978. — Vol. 9, № 1. — С. 42-46.

- [94] *Борисова М. Э., Койков С. Н.* Физика диэлектриков. — Ленинград: Изд-во Ленинград. ун-та, 1979. — 240 с.
- [95] *Лидьярд Л.* Ионная проводимость кристаллов. — Москва: Изд-во иностр. лит., 1962. — 222 с.
- [96] *Тареев Б. М.* Физика диэлектрических материалов. — Москва: Энергия, 1973. — 328 с.
- [97] *Корнюшин Ю. В.* Явления переноса в реальных кристаллах во внешних полях. — Киев: Наук. думка, 1981. — 180 с.
- [98] *Кузьменко П. П.* Электроперенос, теплоперенос и диффузия в металлах. — Киев: Вища шк., 1983. — 152 с.
- [99] *Stefaniak J.* The effect of an electromagnetic field on thermodiffusion in an isotropic medium. — Warszawa: Polish Academy of Sciences Press. Ser. Mechanika i Budownictwo, 1982. — Vol. IX. — P. 1-32.
- [100] *Parcus H.* Magneto-thermoelasticity. — Wien-New York: Springer-Verlag, 1972. — 62 p.
- [101] *Механотермодиффузионные* процессы в приповерхностном слое пластины при нанесении эвтектического покрытия / Гачкевич А. Р., Голубец В. М., Чорный Б. И., Макаренко О. Н. // Физ.-хим. механика материалов. — 1988. — № 2. — С. 12-17.
- [102] *Гачкевич А. Р.* Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. — Киев: Наук. думка, 1992. — 192 с.
- [103] *Maruszewski B.* Termodynamiczne podstawy magnetotermodyfuzji i elektrotermodyfuzji w ośrodku ciągłym. Rozprawy. — Poznań: Pol. Poznańska, 1986. — 178 s.
- [104] *Maruszewski B.* Evolution equations of thermodiffusion in paramagnetics // Int. J. Eng. Sci. — 1987. — Vol. 25. — P. 145-149.

Thermomechanical models of multicomponent deformable solids

Oleksandr Hachkevych, Rostyslav Terletsii

A brief review and analysis of theories that describe the thermomechanical behavior of multicomponent deformable solids, in particular of homogeneous hard mixtures, have been presented. Also, the models for investigation of coupled electromagnetic, mechanical, thermal and diffusive processes in solids of various electric conductivity as well as abilities to polarization and magnetization are reviewed.

Моделі термомеханіки багатокомпонентних деформуваних твердих тіл

Александр Гачкевич, Ростислав Терлецький

Сделан краткий обзор и проанализированы особенности теорий, описывающих термомеханическое поведение многокомпонентных деформируемых твердых тел, в частности, однородных твердых смесей. Отдельно выделены модели для исследования механических, тепловых и диффузионных процессов во взаимосвязи с электромагнитными в поляризующихся и намагничивающихся электропроводных телах.

Отримано 23.06.08