

А.В. Жильцов, д.т.н., Д.С. Сорокин, аспирант, НУБиПУ, Киев

## **ОПТИМИЗАЦИЯ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНОГО ДВИГАТЕЛЯ С ОДНОРОДНО НАМАГНИЧЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ ТРАПЕЦИЕВИДНОЙ ФОРМЫ**

На основании метода вторичных источников предложена методика выбора оптимальных геометрических параметров магнитной системы линейного двигателя с однородно намагниченными постоянными магнитами трапециевидной формы из условия получения максимального тягового усилия и минимума ее пульсаций.

*Ключевые слова:* моделирование магнитостатических полей, линейный двигатель, синтез магнитной системы, метод вторичных источников.

Повышение значения тягового усилия линейных двигателей при заданных габаритных параметрах является важной практической задачей. Это неразрывно связано с задачей оптимального выбора формы постоянных магнитов, определения их оптимальной намагниченности с учетом наличия ферромагнитных тел в электромагнитной системе электродвигателя. В работе [1] рассмотрена задача повышения тягового усилия линейного двигателя с постоянными магнитами за счет введения межполюсных однородно намагниченных магнитов прямоугольной формы, определено оптимальное соотношение размеров между полюсным и межполюсным магнитом. В данной работе предложено рассматривать полюсный и межполюсный магниты трапециевидной формы (рис.1) и решается задача оптимального выбора соотношений их геометрических параметров из условия получения максимального тягового усилия и минимума ее пульсаций.

**Расчет магнитного поля в линейном двигателе с постоянными магнитами в виде трапеций.** На рис.1 приведена схема магнитной системы линейного двигателя с однородно намагниченными постоянными магнитами в форме трапеций, там же указано направление их намагниченности. Задача состоит в том, чтобы определить оптимальное значение параметров  $2h_1$  и  $2h_2$  (рис.1) из условия максимального значения тягового усилия и минимума ее пульсаций.

Для расчёта магнитного поля воспользуемся зарядовой моделью [2]. Задачу решим методом зеркальных отображений.

Как и в [1], заменяем первичные источники магнитного поля (постоянные магниты) вторичными – простым слоем магнитных зарядов на их поверхности с линейной плотностью  $\sigma(P) = J_n(P)$ . Здесь  $\vec{n}$  – нормаль, восстановленная в точке  $P$  и направленная из магнита (рис.1);  $J_n$  – проекция

намагниченности постоянного магнита на выбранную нормаль.

Рассматриваем плоскопараллельный случай. Тогда напряжённость магнитного поля  $\vec{H}(M)$ , обусловленная однородно намагниченными постоянными магнитами, можем найти по формуле

$$\vec{H}(M) = \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{\sigma(P) \vec{r}_{PM}}{r_{PM}^2} dl_P, \quad (1)$$

где  $\vec{r}_{PM}$  – радиус-вектор, направленный из точки  $P$  в точку  $M$ ;  $L$  – контур интегрирования по поверхности всех магнитов.

Определим сначала вклад в напряжённость магнитного поля от зарядов на косых границах между полюсными и межполюсными магнитами (рис.2).

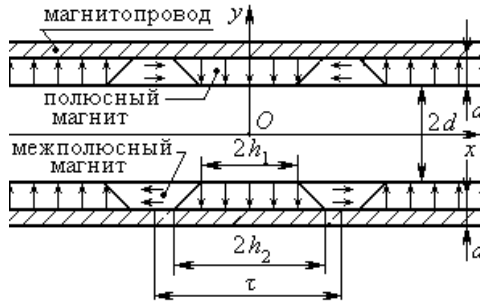


Рис.1. Сечение магнитной системы линейного электродвигателя с постоянно однородно намагниченными постоянными магнитами трапецевидной формы

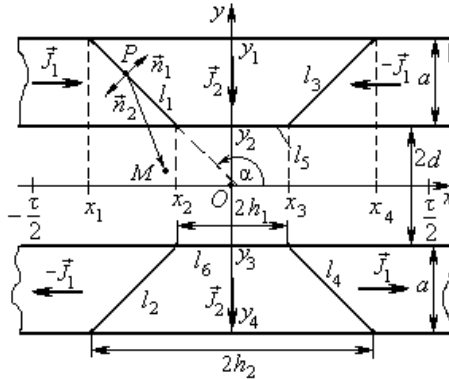


Рис.2. К расчету поля простого слоя магнитных зарядов на границе полюсного и межполюсного магнитов ( $J_1 = J_2 = J$ )

**Расчёт магнитного поля зарядов на границе  $l_1$  от магнита 1.** Пусть  $\alpha$  – угол между направлением оси  $Ox$  и прямой, на которой лежит отрезок  $l_1$ . Из рис.1 видно, что  $\vec{J}_1 = J \cdot \vec{e}_x$ ,  $\vec{n}_1 = \vec{e}_x \sin \alpha - \vec{e}_y \cos \alpha$ , где  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$  – единичные

векторы соответственно осей  $Ox$  и  $Oy$ . Тогда, с учётом записанного, для линейной плотности простого слоя магнитных зарядов от магнита 1 на границе  $l_1$  (рис.2.) имеем следующее соотношение

$$\sigma_1(P) = J \sin \alpha . \quad (2)$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки с координатами  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  имеет вид  $(x - x_1)/(x_2 - x_1) = (y - y_1)/(y_2 - y_1)$ , которое можем привести к виду  $y = kx + b$ , где  $k = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$  – угловой коэффициент прямой;  $b = y_1 - kx_1$  – свободный член.

Обозначим через  $k_1$ ,  $b_1$  соответственно угловой коэффициент и свободный член в уравнении прямой, на которой лежит отрезок  $l_1$  (рис.2). Принимая во внимание, что  $k_1 = tg \alpha$ , то

$$\sin \alpha = -\frac{tg \alpha}{\sqrt{1 + tg^2 \alpha}} = -\frac{k_1}{\sqrt{1 + k_1^2}} . \quad (3)$$

Знак “минус” появился в последнем выражении вследствие того, что угол  $\alpha$  является тупым (рис.2).

Учитывая (3), перепишем (2) в виде

$$\sigma_1 = -J \frac{k_1}{\sqrt{1 + k_1^2}} . \quad (4)$$

В виду того, что  $\vec{r}_{PM} = (x_M - x_P)\vec{e}_x + (y_M - y_P)\vec{e}_y$  и  $dl_P = \sqrt{1 + k^2} dx_P$ , то для проекций напряжённости магнитного поля из (1), после несложных преобразований, можем записать следующие интегралы

$$H_{1x}(x_M, y_M) = -\frac{Jk_1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_M - x_P}{(x_M - x_P)^2 + (y_M - k_1 x_P - b_1)^2} dx_P , \quad (5)$$

$$H_{1y}(x_M, y_M) = -\frac{Jk_1}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{y_M - k_1 x_P - b_1}{(x_M - x_P)^2 + (y_M - k_1 x_P - b_1)^2} dx_P . \quad (6)$$

При вычислении (5) и (6) воспользуемся следующими интегралами (постоянная интегрирования опущена) [3]

$$\begin{aligned} f(x, y, x', k, b) &= \int \frac{x - x'}{(x - x')^2 + (y - kx' - b)^2} dx' = \\ &= -\frac{1}{2(1 + k^2)} \left[ \ln \left[ (x - x')^2 + (y - kx' - b)^2 \right] + 2k \operatorname{arctg} \frac{x - x'(1 + k^2) + k(y - b)}{b + kx - y} \right] , \quad (7) \end{aligned}$$

$$g(x, y, x', k, b) = \int \frac{y - kx' - b}{(x - x')^2 + (y - kx' - b)^2} dx' =$$

$$= -\frac{1}{2(1+k^2)} \left[ k \ln \left[ (x - x')^2 + (y - kx' - b)^2 \right] - 2 \operatorname{arctg} \frac{x - x'(1+k^2) + k(y-b)}{b + kx - y} \right]. \quad (8)$$

Введём следующие обозначения

$$G_x(x, y, x_1, x_2, k, b) = f(x, y, x_2, k, b) - f(x, y, x_1, k, b), \quad (9)$$

$$G_y(x, y, x_1, x_2, k, b) = g(x, y, x_2, k, b) - g(x, y, x_1, k, b). \quad (10)$$

Тогда после интегрирования, с учётом (7) – (10), для проекций напряженности магнитного поля от зарядов, обусловленных магнитом 1 (рис.2), получаем следующие выражения

$$H_{1x}(x_M, y_M) = -\frac{Jk_1}{2\pi} \cdot G_x(x_M, y_M, x_1, x_2, k_1, b_1), \quad (11)$$

$$H_{1y}(x_M, y_M) = -\frac{Jk_1}{2\pi} \cdot G_y(x_M, y_M, x_1, x_2, k_1, b_1), \quad (12)$$

где  $k_1 = a/(h_1 - h_2)$ ;  $b_1 = -k_1 x_2 + y_2$ ;  $a$  – высота магнита;  $2h_1$  и  $2h_2$  – соответственно ширина внутренней и внешней по отношению к рабочей области линейного двигателя полюсного магнита; смысл  $x_1$ ,  $x_2$  и  $y_2$  понятен из рис.2.

**Расчёт магнитного поля зарядов на границе  $l_1$  от магнита 2.** Аналогично предыдущим выкладкам можем записать следующее. Так как  $\vec{J}_2 = -J \cdot \vec{e}_y$ ;  $\vec{n}_2 = -\vec{e}_x \sin \alpha + \vec{e}_y \cos \alpha$ , где  $\vec{n}_2$  – внешняя нормаль по отношению к магниту 2 (рис.2), то  $\sigma_2 = -J \cos \alpha$ .

Принимая во внимание следующее соотношение

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 \alpha}} = -\frac{1}{\sqrt{1 + k_1^2}},$$

где  $k_1$  – угловой коэффициент прямой  $l_1$ , тогда для линейной плотности простого слоя магнитных зарядов на отрезке  $l_1$  от магнита 2 (рис.2) получаем следующее соотношение

$$\sigma_2 = \frac{J}{\sqrt{1 + k_1^2}},$$

и проекции напряженности магнитного поля в этом случае запишутся в виде

$$H_{2x}(x_M, y_M) = \frac{J}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_M - x_P}{(x_M - x_P)^2 + (y_M - k_1 x_P - b_1)^2} dx_P, \quad (13)$$

$$H_{2y}(x_M, y_M) = \frac{J}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{y_M - k_1 x_P - b}{(x_M - x_P)^2 + (y_M - k_1 x_P - b)^2} dx_P. \quad (14)$$

После интегрирования (13) и (14), получаем

$$H_{2x}(x_M, y_M) = \frac{J}{2\pi} \cdot G_x(x_M, y_M, x_1, x_2, k_1, b_1), \quad (15)$$

$$H_{2y}(x_M, y_M) = \frac{J}{2\pi} \cdot G_y(x_M, y_M, x_1, x_2, k_1, b_1), \quad (16)$$

здесь функции  $G_x(x_M, y_M, x_1, x_2, k, b)$  и  $G_y(x_M, y_M, x_1, x_2, k, b)$ , как и в предыдущем случае, определяются формулами (9) и (10);  $k_1, b_1, x_1, x_2$  и  $y_2$  имеют тот же смысл, что и в (11), (12).

Итак, для проекций напряженности поля от зарядов на границе  $l_1$ , обусловленных совместно магнитами 1 и 2 (рис.2), с учётом (11), (12), (15), (16) получаем следующие выражения

$$H'_x(x_M, y_M) = \frac{J(1-k_1)}{2\pi} \cdot G_x(x_M, y_M, x_1, x_2, k_1, b_1), \quad (17)$$

$$H'_y(x_M, y_M) = \frac{J(1-k_1)}{2\pi} \cdot G_y(x_M, y_M, x_1, x_2, k_1, b_1), \quad (18)$$

где  $k_1, b_1$  – определяются также как и для выражений (11), (12).

Аналогично от зарядов на отрезке  $l_2$  (рис.2) проекции напряжённости запишутся в виде

$$H''_x(x_M, y_M) = -\frac{J(1+k_2)}{2\pi} \cdot G_x(x_M, y_M, x_1, x_2, k_2, b_2), \quad (19)$$

$$H''_y(x_M, y_M) = -\frac{J(1+k_2)}{2\pi} \cdot G_y(x_M, y_M, x_1, x_2, k_2, b_2), \quad (20)$$

где  $k_2 = a/(h_2 - h_1)$ ,  $b_2 = -k_2 x_2 + y_3$  – соответственно угловой коэффициент и свободный член в уравнении прямой, на которой лежит отрезок  $l_2$  (рис.2).

Очевидно, что, в силу симметрии магнитной системы относительно оси  $Oy$ ,  $k_1 = -k_2$ . Тогда (17) и (18) можем переписать в виде:

$$H'_x(x_M, y_M) = \frac{J(1+k_2)}{2\pi} \cdot G_x(x_M, y_M, x_1, x_2, -k_2, b_1), \quad (21)$$

$$H'_y(x_M, y_M) = \frac{J(1+k_2)}{2\pi} \cdot G_y(x_M, y_M, x_1, x_2, -k_2, b_1). \quad (22)$$

Итак, проекции напряжённости от магнитных зарядов на границах  $l_1$  и  $l_2$  (рис.2) с учетом выражений (19) – (22), если обозначить в них  $k_2 = k$ , запишутся в виде

$$H_{12x}(x_M, y_M) = \frac{J(1+k)}{2\pi} \cdot [G_x(x_M, y_M, x_1, x_2, -k, b_1) - G_x(x_M, y_M, x_1, x_2, k, b_2)], \quad (23)$$

$$H_{12y}(x_M, y_M) = \frac{J(1+k)}{2\pi} \cdot [G_y(x_M, y_M, x_1, x_2, -k, b_1) - G_y(x_M, y_M, x_1, x_2, k, b_2)], \quad (24)$$

Здесь:  $k = a/(h_2 - h_1)$ ;  $b_1 = kx_2 + y_2$ ;  $b_2 = -kx_2 + y_3$ .

Аналогично формулам (23) и (24) могут быть получены проекции напряжённости магнитного поля от зарядов на отрезках  $l_3$  и  $l_4$  (рис.2), а именно

$$H_{34x}(x_M, y_M) = -\frac{J(k+1)}{2\pi} \cdot [G_x(x_M, y_M, x_4, x_3, k, b_3) - G_x(x_M, y_M, x_4, x_3, -k, b_4)], \quad (25)$$

$$H_{34y}(x_M, y_M) = -\frac{J(k+1)}{2\pi} \cdot [G_y(x_M, y_M, x_4, x_3, k, b_4) - G_y(x_M, y_M, x_4, x_3, -k, b_4)], \quad (26)$$

Здесь:  $k = a/(h_2 - h_1)$ ;  $b_3 = kx_3 + y_2$ ;  $b_4 = -kx_3 + y_3$ .

Формулы (23) – (26) позволяют рассчитать магнитное поле от зарядов на границе полюсного и межполюсного магнита только от одного полюсного деления. Для определения вклада в магнитное поле всех указанных выше границ постоянных магнитов, при переходе к магнитной системе с  $p+1$  числом полюсных участков, необходимо просуммировать вклады от каждого полюсного деления. Если задача решается методом зеркальных отображений, то, в силу принятых обозначений, введя верхние индексы (для обозначения номера полюсного деления – индекс  $i$ , а для зеркальных отображений зарядов – индекс  $m$ ), для величин, входящих в (23) – (26) можем записать следующие соотношения

$$\begin{aligned} x_1^i &= \tau \cdot i - h_2; \quad x_2^i = \tau \cdot i - h_1; \quad x_3^i = \tau \cdot i + h_1; \quad x_4^i = \tau \cdot i + h_2; \\ b_1^{im} &= -k(\tau \cdot i - h_1) + d + 2(d+a)m; \quad b_2^{im} = k(\tau \cdot i - h_1) - d + 2(d+a)m; \\ b_3^{im} &= k(\tau \cdot i + h_1) + d + 2(d+a)m; \quad b_4^{im} = k(\tau \cdot i + h_1) - d + 2(d+a)m; \\ i &= 0; \pm 1; \pm 2; \dots, \pm p; \quad m = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots, \end{aligned}$$

где  $\tau$  – полюсное деление магнитной системы;  $k = a/(h_2 - h_1)$ ;  $2h_1$  и  $2h_2$  – соответственно ширина внутренней и внешней стороны полюсного магнита по отношению к рабочей области линейного двигателя;  $a$  – высота магнитов;  $2d$  – высота рабочего зазора (рис.2).

С учётом вышеуказанных соотношений, вклад в результирующее магнитное поле в рабочей области линейного двигателя от магнитных зарядов на отрезках  $l_{1im}$  и  $l_{2im}$  (полученных в результате зеркальных отображений  $l_1$  и  $l_2$  относительно эквипотенциальных поверхностей) определяется выражениями

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{12x}(x_M, y_M) = & \frac{J(1+k)}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-p}^p (-1)^i \left[ G_x(x_M, y_M, x_1^i, x_2^i, -k, b_1^{im}) - \right. \\ & \left. - G_x(x_M, y_M, x_1^i, x_2^i, k, b_2^{im}) \right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{12y}(x_M, y_M) = & \frac{J(1+k)}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-p}^p (-1)^i \left[ G_y(x_M, y_M, x_1^i, x_2^i, -k, b_1^{im}) - \right. \\ & \left. - G_y(x_M, y_M, x_1^i, x_2^i, k, b_2^{im}) \right]; \end{aligned} \quad (28)$$

от магнитных зарядов на отрезках  $l_{3im}$  и  $l_{4im}$  (полученных в результате зеркальных отображений  $l_3$  и  $l_4$  относительно эквипотенциальных поверхностей) соответственно выражениями:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{34x}(x_M, y_M) = & \frac{J(k-1)}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-p}^p (-1)^i \left[ G_x(x_M, y_M, x_4^i, x_3^i, -k, b_4^{im}) - \right. \\ & \left. - G_x(x_M, y_M, x_4^i, x_3^i, k, b_3^{im}) \right], \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{34y}(x_M, y_M) = & \frac{J(k-1)}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-p}^p (-1)^i \left[ G_y(x_M, y_M, x_4^i, x_3^i, -k, b_4^{im}) - \right. \\ & \left. - G_y(x_M, y_M, x_4^i, x_3^i, k, b_3^{im}) \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Вклад в магнитное поле от зарядов на внутренних (по отношению к рабочей области) границах полюсных магнитов определяется выражениями (7) и (8), в которых нужно заменить  $b$  на  $h_1$ .

Зная распределение магнитного поля в рабочей области линейного двигателя по формуле (23) можно определить тяговое усилие. Для двигателя с параметрами, как и выше, была проведена оптимизация по параметрам  $2h_1$  и  $2h_2$  из условия максимума тягового усилия и получены следующие результаты. Максимальное значение среднего тягового усилия  $F_{теор.} = 10,17$  Н (что больше, чем у первоначальной модели на 6,8 % [1]) соответствует  $2h_1 = 17,77$  мм и  $2h_2 = 8,5$  мм, при этом пульсация силы составляет  $\varepsilon = 0,616$  %.

1. Жильцов А.В., Сорокин Д.С. Синтез магнитной системы линейного двигателя с постоянными магнитами // 36. наук. пр. ИПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАН України. – К.: 2010. – Вып. 55. – С. 3–11.
2. Тозони О.В. Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. – К.: Техніка, 1974. – 352 с.
3. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1977. – 228 с.

Поступила 6.09.2010р.