

МЕТОДИКА АВТОМАТИЧНОЇ ПОБУДОВИ РОЗКРІЙНИХ СХЕМ ДЛЯ ДВОХ ВИДІВ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

О.В.Чебанюк, В.І. Чупринка

Київський національний університет технологій і дизайну,

01011, Київ-11, вул. Немировича-Данченко, 2.

Тел.: +38 044 280 0512, Elena@ukr.net

Представлена методика автоматичного отримання розкрійних схем для двох видів плоских геометричних об'єктів. Вона може бути використана при виборі кращої щільної укладки для двох різних плоских геометричних об'єктів, а відповідно, побудови розкрійних схем з високим відсотком використання матеріалу, та при розробці програмного забезпечення для побудови таких схем.

The method of automatic receipt of cutting schemes for two types of flat geometrics objects is presented in this word. This method can be used for the choice of the best dense conclusion for two different flat geometrical objects, and accordingly, constructions of cutting schemes with the high percent of the use of material, and for software's development for the building of such a cutting schemes.

Ефективність розкрійної схеми визначається щільністю укладки в ній деталей. Побудова схеми на базі оптимальних щільних укладок дозволить створювати схеми з високим відсотком використання матеріалу. Одним з показників технологічності моделі є укладання деталей комплекту, яка характеризує щільність їх укладки при суміщенні. Для кожної нової моделі визначається показник укладання шляхом побудови так званих модельних шкал. Для кожної деталі комплекту будуються паралелограми суміщення. При цьому використовується прямолінійно – поступальна система розміщення шаблонів.

Для визначення показника укладання слід знайти найбільш щільну укладку деталей у паралелограмі. Таке суміщення забезпечує раціональне використання матеріалу, мінімальні міжшаблонні відходи при розкрій матеріалу, зменшення відходів та, відповідно, витрат на їх утилізацію. Всі ці чинники призводять до зменшення собівартості виробу. Звідси впливає актуальність розробки методів та алгоритмів побудови ефективних розкрійних схем із високим відсотком використання матеріалу.

Об'єкти та методи дослідження

Задачі роботи – розробка алгоритмів та програмного забезпечення побудови щільних укладок та схем розкрою для двох видів деталей. Об'єктами дослідження є розкрійні схеми та щільні укладки для двох видів плоских геометричних об'єктів складної конфігурації. Методами дослідження є методи обчислювальної математики та аналітичної геометрії.

Постановка завдання

Для представлення зовнішнього контуру плоского геометричного об'єкта на площині використовуються методи апроксимації, які дозволяють описати складні ділянки деталі, що можуть бути описані аналітично, більш простими кривими. Найбільше поширення отримала кусково-лінійна апроксимація, тобто апроксимація кривими першого порядку (прямими). Це пов'язано зі спрощенням розв'язку багатьох задач автоматизованого проектування. Крім того, кусково-лінійна апроксимація не накладає обмежень на геометрію плоских об'єктів.

Тоді плоскі геометричні об'єкти будуть представляти собою замкнені багатокутники, вершини яких сполучаються відрізками. Оберемо всередині плоского геометричного об'єкта S точку O – полюс деталі, в яку помістимо початок прямокутної системи координат. Тоді зовнішній контур цього об'єкта може бути представлений координатами вершин $S\{X_i, Y_i\}$, $i=1, \dots, n$.

Найчастіше застосовуються такі варіанти щільних укладок для одного виду плоских геометричних об'єктів:

- без повороту – суміщення в одну сторону;
- з поворотом на 180° одного об'єкта щодо іншого;
- з поворотом плоских геометричних об'єктів на кут α , відмінний від 0° та 180° , що визначається з умов побудови щільних укладок (рис. 1, а). Перша і друга задачі, які добре вивчені [1, 2] розглядати не будемо. Всі ці три задачі є частковим випадком щільних укладок для двох видів плоских геометричних об'єктів.

Для двох різних геометричних об'єктів також застосовують схему укладки (рис. 1, б та рис. 1, в) з поворотом деталей на кути α та β , які визначається з умов побудови щільних укладок.

Задачу побудови щільних укладок для двох видів плоских геометричних об'єктів можна сформулювати так: серед подвійних решітчастих укладок $W = W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$ багатокутників $S_1(\alpha)$ і $S_2(\beta)$ із щільністю укладки $\delta_S(W)$ знайти таку $W^* = W(\vec{a}_1^*, \vec{a}_2^*, \vec{g}^*)$, щоб щільність $\delta_S(W^*)$ подвійної укладки багатокутників

$S_1(\alpha)$ і $S_2(\beta)$, виконаної за цією решіткою задовольняла співвідношенню:

$$\delta_S(W^*) = \max_W \delta_S(W) = \max_W \frac{|S_1| + |S_2|}{S_{ABCD}} = \max_W \frac{|S_1| + |S_2|}{\det W} = \max_W \frac{|S_1| + |S_2|}{|[\vec{a}_1 \times \vec{a}_2]|} = \max_W \frac{|S_1| + |S_2|}{|a_{1x}a_{2y} - a_{1y}a_{2x}|}.$$

У нашому випадку $\vec{a}_1 = \vec{AD} = \{a_{1x}, a_{1y}\}$, $\vec{a}_2 = \vec{AB} = \{a_{2x}, a_{2y}\}$, $\vec{g} = \vec{AE} = \{g_x, g_y\}$ (рис. 1), де вектор \vec{a}_1 сполучає полюси двох суміжних деталей типу $S_1(S_2)$ в одному ряду, а вектор \vec{a}_2 сполучає полюси двох найближчих деталей типу $S_1(S_2)$ у сусідніх рядах. Вектори \vec{a}_1 та \vec{a}_2 утворюють базис решітки. Вектор \vec{g} є вектором зсуву решітки, який сполучає полюси двох найближчих деталей типу S_1 та S_2 . Враховуючи те, що $|S_1|$ та $|S_2|$ – площі плоских геометричних об'єктів є сталими величинами, задачу можна сформулювати по іншому: серед подвійних решіток $W = W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$, допустимих для укладки фігур $S_1(\alpha)$ і $S_2(\beta)$, знайти таку $W^* = W(\vec{a}_1^*, \vec{a}_2^*, \vec{g}^*)$, детермінант якої має мінімальне значення.

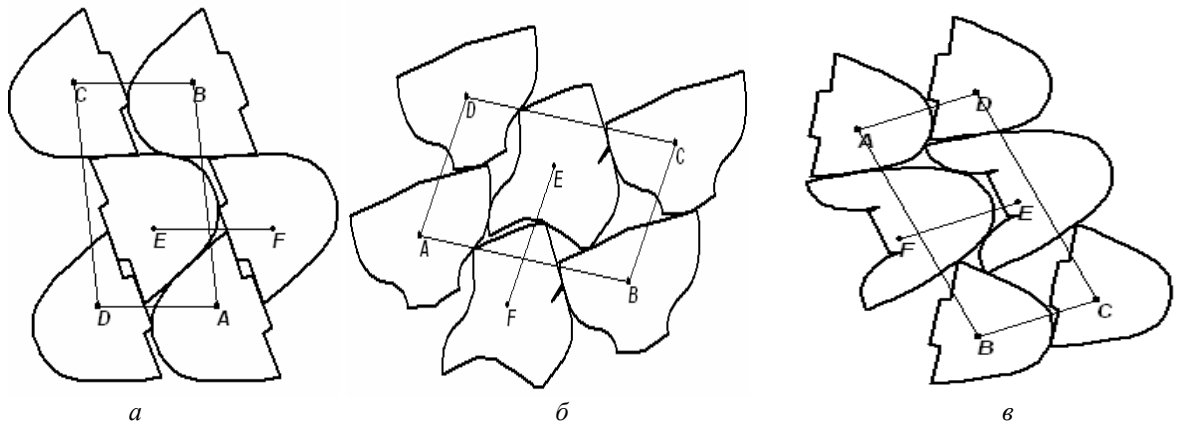


Рис. 1. Щільні укладки

Побудова щільних укладок для двох видів плоских геометричних об'єктів

- Для побудови щільних укладок для двох видів плоских геометричних об'єктів розв'язані наступні задачі:
- побудова годографа вектор-функції щільного розміщення (ГВФЩР) для двох плоских геометричних об'єктів складної форми, що являють собою опукло-ввігнуті багатокутники;
 - знаходження кутів повороту α та β відповідно для нерухомого та рухомого плоских геометричних об'єктів, при яких $AD=FE$ (рис. 1);
 - знаходження параметрів допустимих подвійних решіток W ;
 - серед подвійних решіток $W = W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$, допустимих для укладки фігур $S_1(\alpha)$, де $\alpha \in [0, \dots, 2\pi)$ і $S_2(\beta_i)$, $\beta_i \in [0, \dots, 2\pi)$ визначення такої $W^* = W(\vec{a}_1^*, \vec{a}_2^*, \vec{g}^*)$, детермінант якої має мінімальне значення.

Зупинимось більш детально на основних задачах.

1. Будується ГВФЩР для деталі типу S_1 самої з собою.
2. Будується ГВФЩР для деталі типу S_2 самої з собою.

Побудова годографа вектор-функції щільного розміщення для двох плоских геометричних об'єктів складної форми

Годограф вектор-функції щільного розміщення для двох плоских геометричних об'єктів складної форми будується за наступним алгоритмом:

- 1) якщо об'єкти S_1 та S_2 є опуклі плоскі геометричні об'єкти, то ГВФЩР будується за відомими алгоритмами [1, 2]. Інакше, приймаємо $m=1$, обираємо крок повороту деталей $\Delta\phi$, та переходимо до пункту 2;
- 2) знаходиться m -у точку ГВФЩР. Для цього права границя нерухомого плоского геометричного об'єкта S_1 суміщається з лівою границю рухомого плоского геометричного об'єкта S_2 . Під правою (лівою) границею плоского геометричного об'єкта $S\{X_i, Y_i\}$, $i = 1, \dots, n$ розуміється зовнішня границя, що лежить праворуч (ліворуч) від прямої, що з'єднує вершини на зовнішньому контурі плоского геометричного об'єкта із максимальним та мінімальним значенням координати Y [3]. При цьому визначаються координати полюса рухомого плоского геометричного об'єкта у системі координат, що пов'язана з полюсом нерухомого плоского геометричного об'єкта $G_m(X_m, Y_m)$, $m = 0, \dots, q$;

3) якщо $\Delta\varphi \cdot t \leq 360$, то рухома та нерухома деталі повертаються на кут $\varphi_m = -\Delta\varphi \cdot t$, t збільшується на одиницю, та переходимо до пункту 2. Інакше кінець.

Приклад побудови годографа вектор-функції щільного розміщення для опукло-ввігнутого багатокутника за описаним алгоритмом показаний на рис. 2.

3. Вибір взаємного розташування одного виду багатокутників у ряді й величини та напрямку вектора зсуву в цьому ряді.

Нехай для нерухомого плоского геометричного об'єкта S_1 ГВФЩР буде багатокутник $G^n\{X_i^n, Y_i^n\}, i = 1, \dots, n$. Для визначення кута α , обирається будь-яка точка на годографі деталі типу S_1 (рис. 2). Визначається кут між прямою O_1B_1 та віссю OX . $\angle B_1O_1A_1 = \alpha$ $O_1A_1 = \overline{a_1}$ величина зсуву, тобто відстань між полюсами однотипних деталей у ряді.

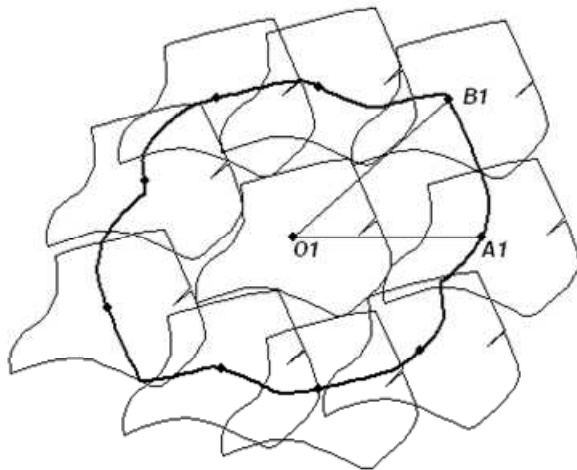


Рис. 2. Годограф вектор-функції щільного розміщення

4. Визначення взаємного розташування для другого виду деталей в ряду і величини та напрямку вектора зсуву рядів.

Нехай ГВФЩР для рухомого плоского геометричного об'єкта S_2 буде багатокутник $G^r\{X_j^r, Y_j^r\}, j = 1, \dots, m$ (рис. 3). Проводимо коло радіусу O_1A_1 з центром, який збігається з полюсом рухомої деталі. Точки перетину кола ГВФЩР рухомої деталі визначають можливі кути β_j , на які має бути повернута рухома деталь щодо осі OX .

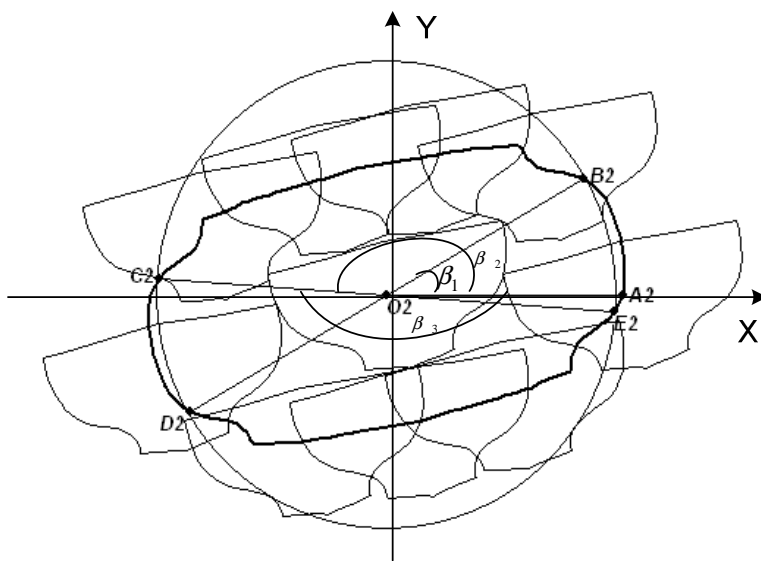


Рис. 3. Точки на ГВФЩР, що визначають кут повороту β_i

Для точок B_2, C_2, D_2, E_2 (рис. 3), виконується рівність $|O_1B_1| = |O_2B_2| = |O_2C_2| = |O_2D_2| = |O_2E_2|$. Якщо $D_k^n > R^r$, де $R^r = \sqrt{(X_{\max}^r - X_{\min}^r)^2 - (Y_{\max}^r - Y_{\min}^r)^2}$, $X_{\max}^r = \max\{X_j^r\}$, $Y_{\max}^r = \max\{Y_j^r\}$, $X_{\min}^r = \min\{X_j^r\}$, $Y_{\min}^r = \min\{Y_j^r\}$, $j = 1, \dots, m$, то коло жодного разу не перетне зовнішній контур ГВФЩР $G^r\{X_j^r, Y_j^r\}$.

Нехай шукані точки мають наступні координати: $B_2(X_1^2, Y_1^2)$, $C_2(X_2^2, Y_2^2)$, $D_2(X_3^2, Y_3^2)$, $E_2(X_4^2, Y_4^2)$. Тоді визначаються координати точок перетину ГВФЩР $G^r\{X_j^r, Y_j^r\}$ та кола із розв'язанням такої системи:

$$\begin{cases} A_i x + B_i + C_i = 0 \\ x^2 + y^2 = (D_k^n)^2 \\ T_1 \leq x \leq T_2 \\ Q_1 \leq y \leq Q_2 \end{cases}, \quad \text{де} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, m-1; k = 1, \dots, n-1 \\ A_i = Y_{i+1}^r - Y_i^r; B_i = X_i^r - X_{i+1}^r; \\ C_i = X_{i+1}^r Y_i^r - Y_{i+1}^r X_i^r; \\ T_1 = \min\{X_i^r, X_{i+1}^r\}; T_2 = \max\{X_i^r, X_{i+1}^r\}; \\ Q_1 = \min\{Y_i^r, Y_{i+1}^r\}; Q_2 = \max\{Y_i^r, Y_{i+1}^r\}. \end{cases}$$

Визначаються кути повороту β_i ; В нашому випадку $\angle\beta_1 = \angle A_2 O_2 B_2$; $\angle\beta_2 = \angle A_2 O_2 C_2$; $\angle\beta_3 = \angle A_2 O_2 D_2$; $\angle\beta_4 = \angle A_2 O_2 E_2$. Тоді: $\sin\beta_i = \frac{Y_i^2}{D_i^2}$; $\cos\beta_i = \frac{X_i^2}{D_i^2}$; $i = 1, \dots, q$

$$D_i^r = \sqrt{(X_i^r)^2 + (Y_i^r)^2}, i = 1, \dots, q.$$

Визначається вектор зсуву рядів (рис. 4). Для цього суміщаються дві нерухомі деталі під кутом α навколо кожної із рухомих деталей будуються годограф із рухомою, повернутою на кут β_i та визначаються точки перетину годографів. Проводиться вектор \vec{a}_i , який сполучає точки перетину двох годографів

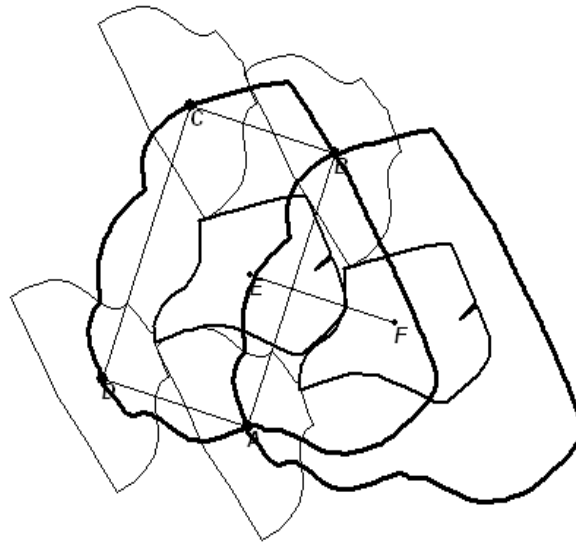


Рис. 4. Визначання вектора зсуву рядів

5. Визначення вектору зсуву решіток.

Для визначення вектора зсуву решітки два ряди деталей типу S_1 та S_2 щільно суміщаються та визначається відстань між найближчими різнотипними деталями у сусідніх рядах.

6. Визначаються допустимі параметрів подвійні решітки $W = W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$ (за методикою [4]).

Побудова розкрійних схем

Серед множини допустимих подвійних решіток $W = W(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{g})$ визначається така $W^* = W(\vec{a}_1^*, \vec{a}_2^*, \vec{g}^*)$, детермінант якої має мінімальне значення, тобто використання якої для побудови розкрійної схеми дає найбільший відсоток використання матеріалу.

При побудові розкрійної схеми полюси деталей мають розміщуватись у вузлах решітки. Отже задача побудови оптимальної розкрійної схеми зводиться до задачі решітчастого розміщення двох видів багатокутників на матеріалі прямокутної форми довжиною Dl та шириною Sh і може бути сформульована так:

серед множини подвійних решіток $W_i = W_i(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{g}_i)$ для двох деталей Q_1 та Q_2 обрати ту, подвійну решітку $W^* = W(\bar{a}_1^*, \bar{a}_2^*, \bar{g}^*)$, для якої щоб відсоток виростання матеріалу (P^*) був найбільшим.

$$P^* = \max_{i=1,2..r} P_i = \max_{i=1,2..r} \frac{k_{1i}S_1 + k_{2i}S_2}{DL_i \cdot Sh} \cdot 100\%$$

де k_{1i} – кількість деталей першого типу в i -й розкрійній схемі, k_{2i} – відповідно – другого типу, r – множина розкрійних схем, P_i – відсоток використання матеріалу в i -й розкрійній схемі.

Схема розміщення двох типів деталей, побудована за наведеною методикою, показана на рис. 5.

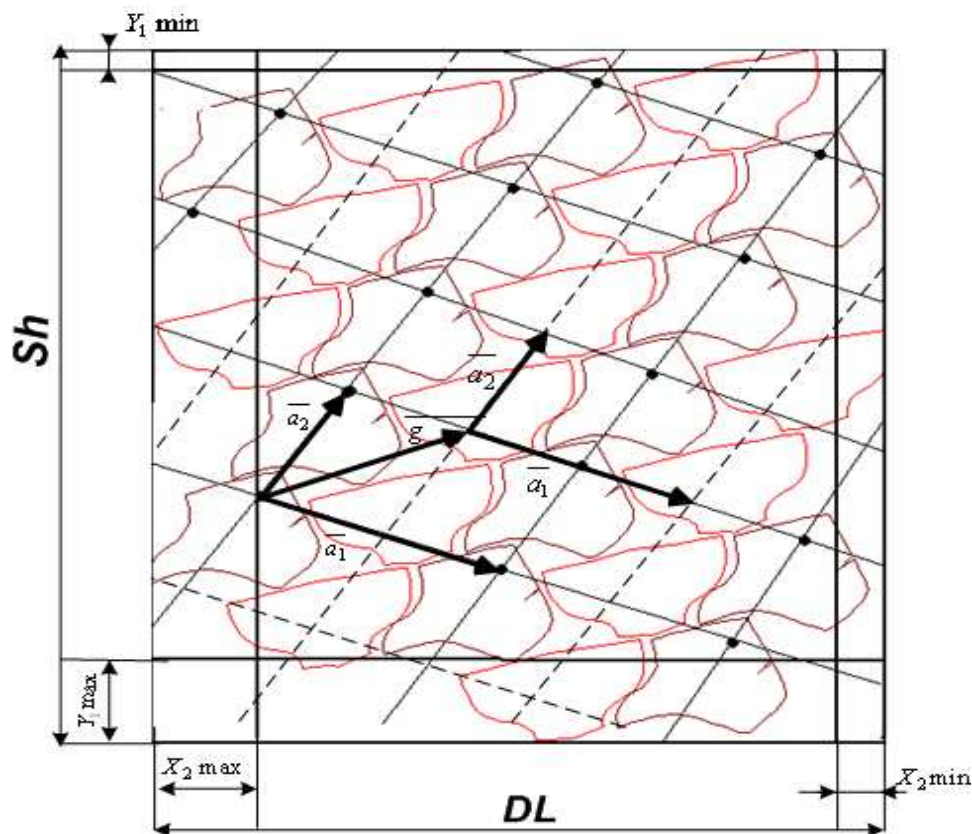


Рис. 5. Ілюстрація розміщення двох видів деталей на матеріалі прямокутної форми

Висновки

Представлена методика побудови розкрійних схем для двох типів багатокутників, що мають різну конфігурацію зовнішніх контурів. Ідея методики полягає у тому, щоб визначити такі кути повороту деталей α та β при яких для побудови щільних укладок можна застосувати подвійну решітку. Використовуючи щільну укладку, яка дає найбільший коефіцієнт використання матеріалу автоматично побудувати розкрійну схему.

Описана методика може бути застосована для оцінки економічної доцільності впровадження нових моделей, побудови нових раціональних розкрійних схем, та при розробці програмного забезпечення, що дозволяє отримати розкрійні схеми для різних матеріалів. На базі цих алгоритмів було розроблене програмне забезпечення, яке дозволяє отримати щільні укладки для двох видів деталей та раціональні схеми розкрою рулонних матеріалів. (Приклади схем укладок, що розраховані за допомогою розробленого програмного продукту показані на рис. 1, 2, 3). Представлена розробка після незначних змін може з успіхом використовуватися в різних галузях промисловості.

1. Фесенко А.Г. Методы и алгоритмы наиболее плотнейшей решетчатой укладки плоских объектов. – Автореф... канд. физ.-мат. наук. – Киев; 1981. – 24 с.
2. Утина Л.С., Скатерной В.А. Оптимальное размещение выпуклых фигур на плоскости. – Изв. вузов. Техн. легкой пром-ти, 1980. – № 3. – С. 73 – 76.
3. Чупринка В.І., Волошин О.Т., Піна Т.А.. Підготовка інформації для автоматичного розкрою. – К.: Вісник ДАЛПУ, 2000. – № 1. – С. 91–93.
4. Утина Л.С., Скатерной В.А. Определение оптимального совмещения многоугольников в двумерном пространстве. – Изв. вузов. Техн. легкой пром-ти, 1979, № 4. – С. 60 – 66.