УДК 681.3.07

Застосування розпаралелення при адаптивному моделюванні радіоелектронних схем з жорсткими моделями

Іван Хвищун[1], Богдан Квятковський[2]

[1] к. т. н, Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. ген. Тарнавського, 107, Львів, e-mail: andr@elex.com
[2] Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. ген. Тарнавського, 107, Львів

У роботі досліджуються можливості розпаралелення обчислювального процесу для підвищення ефективності адаптивних програм моделювання радіоелектронних схем. Наведено приклад побудови комбінованого алгоритму розв'язування системи звичайних диференціальних рівнянь. Розглянуто проблему визначення локальної жорсткості математичної моделі задачі. Подано алгоритм оцінки локальної константи Ліпшиця, який не вимагає обчислення матриці Якобі. Проаналізовано результати адаптивного моделювання чотирьох електронних схем різної розмірності, які отримані на багатопроцесорній обчислювальній системі з розподіленою пам'яттю.

Ключові слова: жорсткість моделі, розпаралелення, адаптивний алгоритм.

Вступ. Постійне зростання складності радіоелектронних пристроїв, які проектуються, змушує шукати шляхи підвищення ефективності моделюючих програм для мінімізації часових затрат, необхідних для їх виконання. Ефективними методами для досягнення цієї мети є побудова адаптивних комбінованих алгоритмів чисельного інтегрування рівнянь математичних моделей радіоелектронних схем, а також розпаралелення процесу моделювання на багатопроцесорній обчислювальній системі (БОС). Актуальність використання методу розпаралелення значною мірою зумовлена сучасною тенденцією побудови паралельних обчислювальних комплексів із типових конструктивних елементів (мікропроцесорів, мікросхем пам'яті, комунікаційних пристроїв), масовий випуск яких освоєно світовою промисловістю й у даний момент практично кожен споживач може мати у своєму розпорядженні БОС достатньо високої продуктивності. Розпаралелення особливо ефективне при розв'язанні жорстких задач. Для дослідження доцільності застосування розпаралелення розроблено програму, результати роботи якої подані у статті.

1. Формування математичної моделі схеми

При формуванні математичного опису схеми, у запропонованій програмі, використано підхід із використанням змінних стану. Для одержання системи рівнянь застосовано метод лінійного резистивного $2m$-полюсника [1]. Для нелінійної схеми N резистивний $2m$-полюсник можна отримати шляхом виділення з неї усіх незалежних джерел, ємностей, індуктивностей, нелінійних опорів. Отримана система рівнянь може бути записана у такому вигляді

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_I \\ \mathbf{V}_\Delta \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_I \\ \mathbf{I}_\Delta \end{bmatrix}, \tag{1}$$

де

$$\mathbf{V}_I = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{E_I} \\ \mathbf{V}_{C_I} \\ \mathbf{V}_{R_I} \\ \mathbf{V}_{L_I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_I = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{E_I} \\ \mathbf{I}_{C_I} \\ \mathbf{I}_{R_I} \\ \mathbf{I}_{L_I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V}_\Delta = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{J_\Delta} \\ \mathbf{V}_{L_\Delta} \\ \mathbf{V}_{R_\Delta} \\ \mathbf{V}_{C_\Delta} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_\Delta = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{J_\Delta} \\ \mathbf{I}_{L_\Delta} \\ \mathbf{I}_{R_\Delta} \\ \mathbf{I}_{C_\Delta} \end{bmatrix}.$$

Елементами цих векторів є напруги V та струми I на незалежних джерелах, ємностях, нелінійних опорах, індуктивностях. Індекси I та Δ відзначають відповідно гілки дерева графа та хорди; $\mathbf{H}$ — гібридна матриця, алгоритм формування якої подано в [1].

Якщо розв'язати рівняння (1) для резистивного нелінійного кола, для CE-контурів, LJ-січень та об'єднати отримані результати [1], то можна одержати систему рівнянь змінних стану (РЗС) у нормальному вигляді

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{V}}_{C_I} \\ \dot{\mathbf{I}}_{L_\Delta} \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{C}_I(\mathbf{V}_{C_I}) & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_\Delta(\mathbf{I}_{L_\Delta}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{C_I C_\Delta} & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{L_\Delta L_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{C}_\Delta(\mathbf{V}_{C_\Delta}) & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_I(\mathbf{I}_{L_I}) \end{pmatrix} \times \right.$$

$$\left. \times \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{C_\Delta C_I} & \mathbf{H}_{C_\Delta L_\Delta} \\ \mathbf{H}_{L_I C_I} & \mathbf{H}_{L_I L_\Delta} \end{pmatrix} \right\}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{C_I C_I} & \mathbf{H}_{C_I L_\Delta} \\ \mathbf{H}_{L_\Delta C_I} & \mathbf{H}_{L_\Delta L_\Delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{C_I} \\ \mathbf{I}_{L_\Delta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{C_I R_I} & \mathbf{H}_{C_I R_\Delta} \\ \mathbf{H}_{L_\Delta R_I} & \mathbf{H}_{L_\Delta R_\Delta} \end{pmatrix} \times \right.$$

$$\times \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{R_I}(\mathbf{V}_{C_I}, \mathbf{I}_{L_\Delta}, \mathbf{V}_{E_I}, \mathbf{I}_{J_\Delta}) \\ \mathbf{I}_{R_\Delta}(\mathbf{V}_{C_I}, \mathbf{I}_{L_\Delta}, \mathbf{V}_{E_I}, \mathbf{I}_{J_\Delta}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{C_I E_I} & \mathbf{H}_{C_I J_\Delta} \\ \mathbf{H}_{L_\Delta E_I} & \mathbf{H}_{L_\Delta J_\Delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{E_I} \\ \mathbf{I}_{J_\Delta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{C_I C_\Delta} & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{L_\Delta L_I} \end{pmatrix} \times$$

$$\left. \times \begin{pmatrix} \mathbf{C}_\Delta(\mathbf{V}_{C_\Delta}) & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_I(\mathbf{I}_{L_I}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{C_\Delta E_I} & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{L_I J_\Delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{V}}_{E_I} \\ \dot{\mathbf{I}}_{J_\Delta} \end{pmatrix} \right\}. \tag{2}$$

Тут крапка над символом означає похідну за часом. У системі рівнянь (2) невідомими є вектори напруг на ємностях, що входять у дерево графа $\mathbf{V}_{C_I}$, і струмів на індуктивностях, що входять у хорди $\mathbf{I}_{L_\Delta}$ схеми. На кожній ітерації числового методу потрібно розв'язати систему нелінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_{R_I} \\ \mathbf{I}_{R_\Delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{R_I}(\mathbf{V}_{C_I}, \mathbf{I}_{L_\Delta}, \mathbf{V}_{E_I}, \mathbf{I}_{J_\Delta}) \\ \mathbf{I}_{R_\Delta}(\mathbf{V}_{C_I}, \mathbf{I}_{L_\Delta}, \mathbf{V}_{E_I}, \mathbf{I}_{J_\Delta}) \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Невідомими у цій системі є вектори напруг $\mathbf{V}_{R_I}$ та струмів $\mathbf{I}_{R_\Delta}$ через нелінійні опори.

2. Комбінований алгоритм чисельного інтегрування

Комбіновані алгоритми будуються шляхом використання явних і неявних методів чисельного інтегрування. У розробленій програмі застосовуються методи Шичмена [6] та Адамса-Башфорда другого порядку точності [1]. Перехід з одного методу на інший здійснюється на основі оцінки локальної жорсткості задачі. При використанні явного методу, поряд із обмеженням на величину кроку інтегрування, яке пов'язане з вимогою забезпечення необхідної точності результатів, потрібно дотримуватися умови чисельної стійкості методу. Обмеження на величину кроку, які накладаються цією умовою, із зростанням жорсткості задачі збільшуються. Оскільки трудомісткість кроку за методом Шичмена є більша, то величина цього обмеження визначає оптимальний спосіб чисельного інтегрування за даних умов.

Жорсткі задачі — це задачі з великими константами Ліпшиця [2]. Тому комбінований алгоритм може базуватися на оцінці локальної константи Ліпшиця задачі Коші, з допомогою якої визначається максимальна величина кроку, за якого метод Адамса-Башфорда ще дає стійкий результат. Тобто, потрібно оцінити найбільший крок h_{KP}, при якому всі величини $h_{KP}\,\lambda_i$ лежать всередині області абсолютної стійкості методу для будь-якого власного значення λ_i матриці Якобі системи звичайних диференційних рівнянь (ЗДР). Для оцінки величини h_{KP} маємо

$$h_{KP} \le \frac{1}{\rho(\mathbf{J})}\,, \tag{4}$$

де $\rho(\mathbf{J})$ — спектральний радіус матриці Якобі.

Для локальних характеристик задачі Коші на n-му кроці справджується таке співвідношення [3]

$$\mu \le \rho(\mathbf{J}) \le L_n \le \left\|\mathbf{J}_n\right\|, \tag{5}$$

де L_n — константа Ліпшиця, μ — найбільша за модулем дійсна частина власних значень матриці Якобі, $\left\|\mathbf{J}_n\right\|$ — евклідова норма матриці Якобі.

На кожному кроці виконання неявного методу формується матриця Якобі. Тому доцільно оцінювати локальну жорсткість задачі на основі евклідової норми цієї матриці. Якщо активним є явний метод, то застосовувати такий підхід недоцільно, оскільки для виконання алгоритму матриця Якобі не потрібна, а її обчислення призведе до надлишкових часових затрат. Тому використовується ітераційний метод оцінки локальної константи Ліпшиця [3], який не вимагає обчислення матриці Якобі. Оцінка жорсткості системи ЗДР

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},t)\,, \qquad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \tag{6}$$

передбачає обчислення послідовності значень a_k, $k = 1, 2, \dots$ згідно формул

$$d = \left\| \Delta \mathbf{x}^{(0)} \right\| = q^{-1} \max\left\{1, \left\| \mathbf{x}_n \right\| \right\}, \quad q >> 1,$$

$$\Delta \mathbf{f}^{(0)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n, t_n), \qquad a_0 = \left\| \Delta \mathbf{f}^{(0)} \right\| \big/ d;$$

$$\Delta \mathbf{x}^{(k)} = a_{k-1}^{-1} \Delta \mathbf{f}^{(k-1)},$$

$$\Delta \mathbf{f}^{(k)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n + \Delta \mathbf{x}^{(k)}, t_n) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_n, t_n),$$

$$a_k = \left\| \Delta \mathbf{f}^{(k)} \right\| \big/ d.$$

Вектори $\mathbf{x}_n$ та $\mathbf{f}(\mathbf{x}_n, t_n)$ вважаємо відомими у момент часу t_n, d — деякий приріст $\mathbf{x}_n$. Величину $\max\limits_k \{a_k\}$ інтерпретуємо як константу Ліпшиця.

Для вибору поточного методу застосовувалася R-стратегія [4].

3. Розпаралелення та отримані результати

Розпаралелення процесу моделювання можна реалізувати на паралельній обчислювальній системі зі спільною пам’яттю (SMP — Symmetric Multi-Processing) або з розподіленою пам’яттю (MMP — Massively Parallel Processing). Кожна має свої недоліки та переваги. Наявність спільної пам’яті у системах SMP-типу значно спрощує взаємодію процесорів між собою, а це полегшує програмування, оскільки програма працює в єдиному адресному просторі. Проте, тут виникають проблеми, зумовлені тим, що швидкодія оперативної пам’яті менша від швидкодії процесора. Внаслідок цього поряд із проблемою конфліктів при зверненні до спільної магістралі пам’яті повстає проблема синхронізації основної пам’яті та кеша процесора. Основним недоліком систем із розподіленою пам’яттю є значні часові затримки, які пов’язані з обміном даними між процесорами. У зв’язку з наявністю таких додаткових затрат підвищення ефективності роботи програми залежить від співвідношення між економією часу при розпаралеленні обчислювального процесу та втратами на комунікаційні операції.

Дослідження роботи розпаралеленої програми проводилося на БОС із розподіленою пам’яттю, вузлами якої є машини на базі процесорів Pentium 4 3 ГГц, об’єднані локальною мережею з пропускною здатністю 100 Мбіт. У програмі розпаралелюється адаптивний процес розв’язування системи ЗДР. Оскільки час, затрачений на формування математичної моделі, значно менший від часу її розв’язування, то частина алгоритму, яка формує модель схеми, не розпаралелюється, а виконується одночасно у повному обсязі на кожній машині. Вибір алгоритму розпаралелення здійснювався з урахуванням практичних результатів роботи скалярної програми та згідно концепції внутрішнього паралелізму [5]. Головна увага була зосереджена на тих ділянках програми, які вимагали найбільшого машинного часу для виконання. Для ділянок, часові характеристики яких є менш критичними, а особливо ділянок, у разі розпаралелення яких економія менша від затрат на комунікаційні операції, алгоритм не розпаралелено, і ці частини програми виконуються на кожному вузлі у повному обсязі.

Програма тестувалася на електронних схемах із різною розмірністю системи РЗС.

Таблиця 1

Тип схеми	Розмірність системи РЗС	Розмірність системи (3)
Модулятор	5	4
Випрямляч	10	5
Підсилювач	16	9
Мікросхема транзисторно-транзисторної логіки (аналіз перехідних процесів)	20	16

Отримані результати подані на рис. 1. Розмірності систем РЗС вказані на рисунку. Оцінка економії часу здійснювалася за наступними параметрами

$$K = \frac{T - T_n}{T} \cdot 100\%, \tag{7}$$

де T — час, затрачений на моделювання роботи схеми на одній машині, T_n — час, затрачений на моделювання на n машинах.

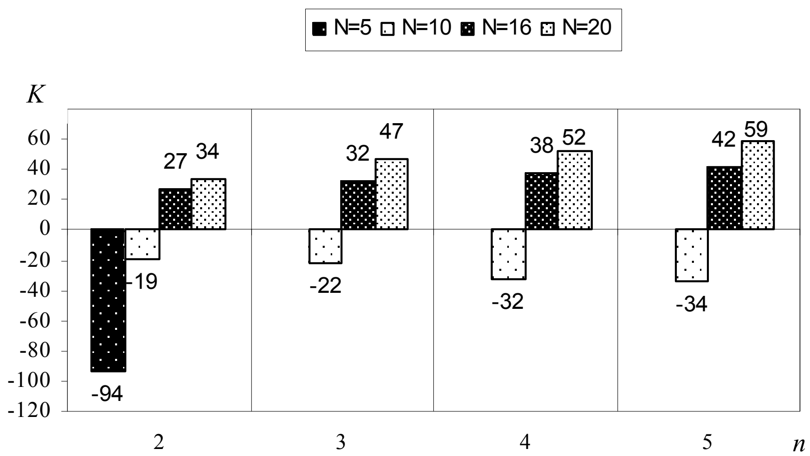

Рис. 1. Економія часу, досягнута при розпаралеленні

Збільшення часових затрат при моделювання схем із розмірністю системи РЗС 5 та 10 пов’язане з комунікативними затримками. Зі зростанням розмірності задачі економія часу збільшується.

Висновки. Отримані результати досліджень підтверджують високу ефективність програм моделювання радіоелектронних схем із розпаралеленням обчислювального процесу. Зі збільшенням порядку системи РЗС $T/T_n \to n$. Для систем невисоких порядків найоптимальнішим є варіант використання одного обчислювального вузла. Перспективним шляхом для подальших досліджень є пошук оптимальних алгоритмів розпаралелення, які дозволять мінімізувати часові затрати, пов'язані з обміном даними між обчислювальними вузлами.

Література

[1] *Чуа Л. О., Пен-Мин Лин.* Машинный анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные методы). — М.: Энергия, 1980. — 637 с.

[2] *Shampine L. F.* Stiffness and the Automatic Selection of ODE Codes // Journal of Computational Physics. — 1984. —Vol. 54. — P. 74-86.

[3] *Петренко А. И., Слюсар П. Б.* Оценка жесткости систем обыкновенных дифференциальных уравнений и автоматический выбор метода интегрирования // Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. — 1985. — Т. 28, № 6. — С. 17-24.

[4] *Петренко А. И., Слюсар П. Б.* Автоматическое переключение явных и неявных методов интегрирования при решении систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. — 1986. — Т. 29, № 1. — С. 49-54.

[5] *Воеводин В. В., Воеводин Вл. В.* Параллельные вычисления. — СПб.: БХВ-Петербург, 2004. — 599 с.

[6] *Shichman H.* Integration System of a Nonlinear Transient Network-Analysis program // IEEE Trans. on CT. — 1970. — Vol. CT-17. — P. 378-386.

Application Parallel Computation in Adaptive Modeling of Radio Electronics Circuits with Stiff Models

Ivan Khwyshchun, Bohdan Kvyatkovskyy

The work discovers parallel computations appliance to increase performance of calculation adaptive algorithms for radio electronics circuits modeling. The example of building of combined algorithm for the system of differential equations is being presented. Ways to detect system local stiffness are being deeply investigated. Algorithm for local Lipshic constant computation without Jacobi matrix calculation is being supplied. Results of computations of four electronic circuits of different scaling on multiprocessor system with distributed memory management are being analysed.

Применение распараллеливания при адаптивном моделировании радиоэлектронных схем, имеющих жесткие модели

Иван Хвищун, Богдан Квятковский

В работе исследуются возможности распараллеливания вычислительного процесса для повышения эффективности адаптивных программ моделирования радиоэлектронных схем. Приведен пример построения комбинированного алгоритма решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотрена проблема определения локальной жесткости математической модели задачи. Приведен алгоритм оценки локальной константы Липшица, не требующий вычисления матрицы Якоби. Проанализированы результаты адаптивного моделирования четырех электронных схем разной размерности, полученные на многопроцессорной вычислительной системе с распределенной памятью.

Отримано 16.01.06